





بسم الله الرحمن الرحيم

تحرير كتاب الكرة المتحركة لاوطولوقس اصلحه ثابت وهو مقالة واحدة
واثنى عشر شكلا صدر النقطة التي تتحرك حركة معتدلة هي التي تسير
في ازمان متساوية مقادير متشابهة واذا سارت نقطة قوسين
من دايرة او خطين حركة معتدلة كانت نسبة الزمانين كنسبة
القوسين او الخطين محور الكرة هو قطرها الذي تدور الكرة عليه وهي
ثابتة وطرفاها قطباها الاشكال اذا دارت كرة على محورها دورانا
معتدلا رسمت كل نقطة تعرض عليها غير التي على المحور دواير متوازية
اقطابها اقطاب الكرة تقوم المحور عمودا عليها فلتكن كرة محورها اب
وقطباها نقطتا اب ولتدر على اب دورا معتدلا ولنعرض نقطة د على
سطحها ونخرج منها عمود دج على المحور ونخرج السطح المار بخطي اب دج
فيحدث دايرة نصف قوسها ادب



واذا دارت قوس ادب على اب حتى
عادت الى مبداها رسم عمود دج دايرة
مركزها ج ونصف قطرها دج والمحور عمود عليها وظاهر ان نقطتي اب
قطباها لان خطوط العمود عليها خرج من مركز الكرة ويمثل ذلك
يبين حال ساير النقط ولان اقطاب الجميع واحد فتكون الدوا ر
ب الحادثة متوازية وذلك ما اردناه اذا دارت كرة على محورها
دورانا معتدلا قطعت جميع النقطة التي على سطحها من مداراتها المتوازية
في الازمان المتساوية قسيا متشابهة فلتكن كرة محورها اب و
قطباها نقطتا اب ولتكن على سطح الكرة نقطتا دز ومداراهما المتوازيان
دايرتي ده زح ط ولنفصل قوسي ده زح المتشابهتين فنقول ان نقطتي
دز تقطعان ده زح في ازمان متساوية ولتمر باج دايرة عظيمة



فهي تقطعهما ثم ان انها
مرت بنقطة ز كانت
كدايرة ادزب والدايرة
المرسومة على نقطتي اه مرت
لا محالة بنقطة ح وكانت
كدايرة اهحب وفي الزمان الذي تسير فيه د الى ه ان لم تسر ز
الى ح فلتصر الى ك ولتصر حينئذ نصف دايرة ادزب مثل نصف
دايرة اهكب فدايرتا اهحب اهكب العظيمتان متقاطعتان على اكثر

من نقطتين هف وان لم تمر عظيمة ادب بنقطة ز بل بادرت عنها فلتكن
كدايرة ادكب في الصورة الثانية ولم يمكن ان تمر دايرة اه بنقطة ح بل
يجب ان تتاخر عن نقطة ح كنقطة ل كما تقدمت نقطة ز نقطة ك وتكون
كل واحد من قوسي كز حل شبيهة بقوس ده فيكونان متشابهتين
بل متساويتين لكونهما من دايرة واحدة فاذن في الزمان الذي تسير فيه
د الى ه تسير فيه ك الى ل تسير فيه ز الى ح وذلك ما اردناه ووجد
هذا الشكل في نسخة اخرى هكذا ليكن مدارا اد زك دايرتي ده زح المتوازيتين
ولتمر بسطح محوزات ولنقطة د فيحدث عظيمة ادب فان مرت بنقطة ز كما في
الصورة الاولى صارت نصف دايرة ادزب بعد الحركة كنصف دا ر ه
اهزب ويكون قوسا ده زح متشابهتين لوقوعهما بين عظيمتين وفي زمان



تسير د الى ه ان لم تسر ز الى ر
بل سارت الى ح صارت وضع
نصف دايرة اهرب
كوضع نصف دايرة
اهحب ولكونهما
عظيمتين يكون الخط الواصل بين اه قطر الكرة فنقطة اه بين دايرة
واحدة اطراف القطر هذا محال وان لم تمر ادب بل كانت في الصورة
الثانية كنصف دايرة ادطب ولكن زح شبيهة بـ طه وكانت طر
شبيهة بما فوق ح شبيهة بطر ومساوية لها ففي الزمان الذي تسير د الى ه
تسير ط الى ر وفي الزمان الذي تسير ط الى ر تسير ز الى ح فاذن في
ج الزمان الذي تسير د الى ه تسير ز الى ح وذلك ما اردناه اذا دارت
كرة على محورها دورانا معتدلا فان القسي التي تسيرها النقطة التي على سطح الكرة
من المدارات المتوازية في ازمان متساوية تكون متشابهة فلتكن المحور
اب ونقطتا دز على السطح وقوسا ده زح من مداراتهما وتسير ز الى
ح في الزمان الذي منه تسير د الى ه فنقول
ده زح متشابهتان والا فلتكن زك شبيهة
بده ففي الزمان الذي منه تسير د الى ه تسير ز
الى ك وقد فرض انها تسير الى ح فاذن تسير
الى نقطتي ك ح في وقت واحد هف فاذن

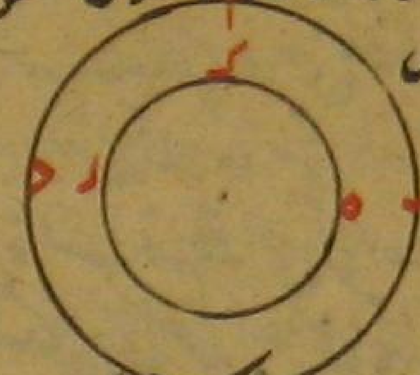




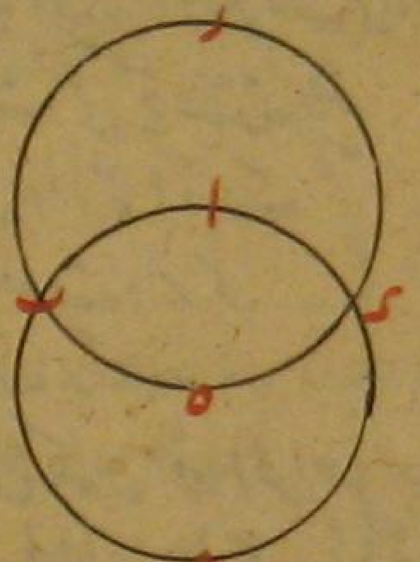


د الحكم ثابت وذلك ما اردناه اذا كانت على كرة دايرة عظيمة
تحد من ظاهرها وخفيها وتسمى بالافق وكان المحور عمودا عليها فان النقطة التي

في النصف الظاهر يكون ابدا ظاهرا والتي في النصف الخفي يكون ابدا
خفية ولا يكون لشي منها طلوع ولا غروب فلتكن العظيمة الفاصلة بين الظاهر
والخفي دائرة ا ب ج د وليكن ز نقطة ما ويدار بها ز ه ر ولكون المحور ز
عمودا على ا ب ج د بالعرض وعلى ز ه ر لما مر يكونان



متوازيتين فلا يكون لنقطة ز طلوع ولا غروب
والا لقطعت مدارها دائرة ا ب ج د الموازية
لها هف فاذن الحكم ثابت وذلك ما
اردناه ه اذا كانت الدائرة العظيمة الثابتة على الكرة الفاصلة بين ظاهر ه
ها وخفيها اعني الافق مارة بقطبيها كان لكل نقطة على سطحها طلوع وغروب
في كل دورة ويكون زمانا ظهورها وخفائها متساويين ولتكن العظيمة الفاصلة
بين ظاهر الكرة وخفيها ا ب ج د ولتكن ه نقطة ما على
الكرة ومدارها ه ز ح ط فلان قطب دائرة ز

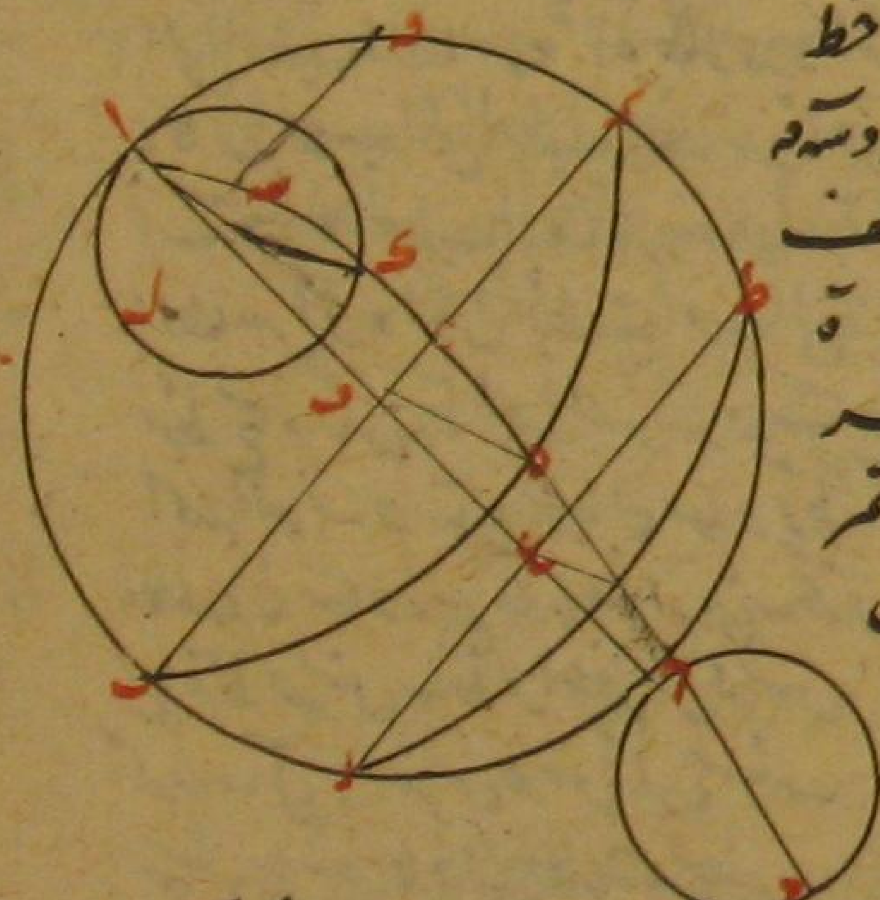


قطب الكرة وهو على دائرة ا ب ج د يكون عظيمة
ا ب ج د القاطعة لدائرة ز مارة بقطبيها و
لذلك يكون منصفا اياها فيكون ز ح ط مساوية
لـ ز ه واذا كانت احدى قطعتي ز ح ط مطلع
العظيمة كانت الاخرى مغيبها ويكون لتشابه
القوسين المتساويتين زمانا ظهورها وخفائها متساويين وذلك ما اردناه
ه اذا كانت دائرة الافق مائلة على المحور في كرة فانها تماس دائرتين متساويتين و
متوازيتين يكون احديهما ابدية الظهور والاخرى ابدية الخفاء فليكن الافق ا ب ج د
ولكونها مائلة على المحور لا يكون قطباها قطبي الكرة فيكون مائلة على الموازية وكذلك
يكون مماسة لمتوازيتين متساويتين ولتكونا دائرتي ا ه ز د ج ح وقطبا ا د نقطتي التماس
ولتكن قطباها اعني قطبي الكرة ط ك والظاهر قطب ط والخفي قطب ك ونرسم عظيمة
تمر بنقطتي د ك ولتكن هي دائرة ا ط ه د ك ح ولتساوي ط ا ط ه يكون ط ا اقصر
من ط ك ولان قطعة ا ه د على قطر دائرة ا ب ج د قائمة عليها و ط ا اصغر
من نصفها يكون وتر ط ا اقصر من خط
يخرج من ط الى محيط دائرة ا ب ج د ودائرة



ا ه ز لا يمكن ان تلاقي دائرة ا ب ج د
في دورتها على غير ا و الا فليلقها
على ز ايضا ولنصل ط ا ط ز
فيكونان متساويين لكونهما خارجين من قطب دائرة

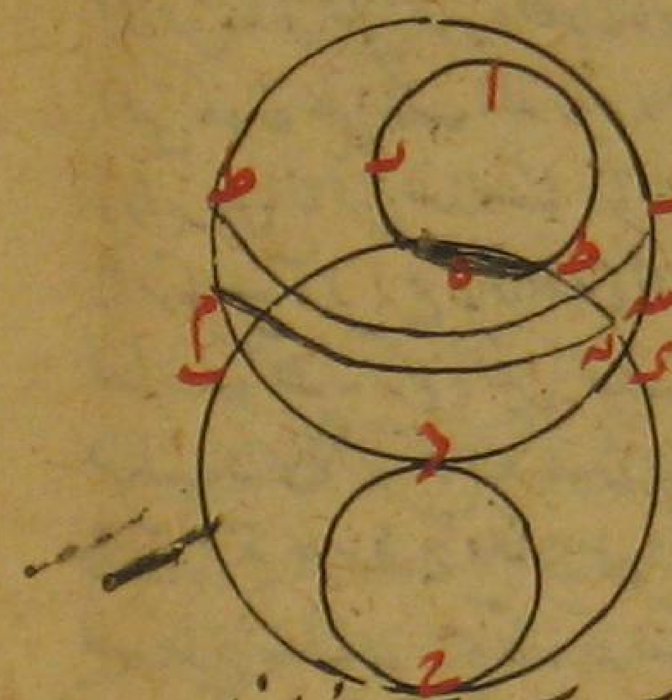
الى محيطها وكان ط ا اقصر من ط ز هف فاذن دائرة ا د ز ابدية الظهور
ومثله يكون د ج ح ابدية الخفاء وذلك ما اردناه ه اذا كانت دائرة ز
الافق مائلة على المحور وقطعها دوائر يكون المحور عمودا عليها كان طلوع النقط
التي يكون على تلك الدوائر وخفائها على الافق على نقط باعيانها ومثل تلك
الدوائر على الافق متشابهة فليكن الافق ا ب ج د وهي مائلة على المحور و
دائرتا ب ه ر ح ط قاطعتين للافق والمحور عمود عليها ولتكن الافق مماسة
لدائرتي ا ك ل د ج م ولتكن القطب الظاهر س ونرسم على ا س دائرة عظيمة فهي تمر
بقطب دائرة ا ب ج د ويكون قائمة عليها على قوائم ولكونها مارة بقطب
دائرة د ج م تمر بسطح ج ولتكن هي دائرة ا س ك د ح ج م ولتكن الفصول المشتركة
للسطوح ب ف ر ع ط ا د ك ا ف ه ع ح للمتوازيين وايضا ا ك ب ر ط
تكون فصول ا ك ف ه ع ح متوازية فزاوية ف ا ك مساوية لزاوية ع ف ه
وزاوية ف ا ك حادة فزاوية ع ف ه حادة ونقول ان دائرة ب ه ر لا
تلقى في دورتها من دائرة ا ب ج د غير نقطتي ب ر والا فلتقطعها على ي
ونصل س ف س ي فيكونان متساويين ولان قطعة ا ه د على قطر ا د
قائمة على دائرة ا ب ج د وا س اصغر
من نصفها يكون وتر ا س اقصر من خط
يخرج من س الى محيط دائرة ا ب ج د وس ه



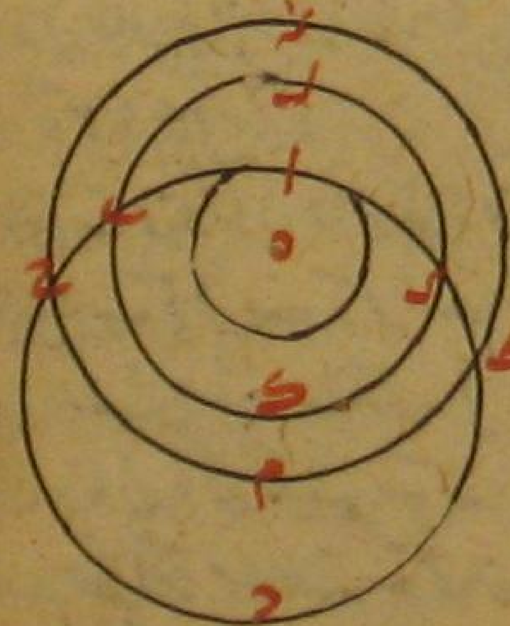
اقصر من س ر وكانا متساويين هف
فاذن طلوع النقطة التي على دائرة
ب ه ر وغروبها لا يكون على غير
نقطتي ب ر ولان دائرة ا ه د تمر
بقطبي ا ب ج د ب ه ر المتقاطعتين
فهي منصف قطعها فات ا ر
متساويان وكذلك ب ه
ه ر وقطر ا د منصف ب ر
على ف ويكون عمودا عليه ولتساوي قوسي ب ه ه ر وخطي ب ف
ف ر يكون ف ه ايضا عمودا على ب ر ولكون ف ه و ف د عمودين
على فصل ب ر وهما في سطحي دائرتي ا ب ج د ب ه ر يكون زاوية
ه ف د هي ميل سطح دائرة ب ه ر على سطح دائرة ا ب ج د وكذلك ع
هي ميل سطح ر ح ط على سطح دائرة ا ب ج د ولتساوي زاويتي ه ف د
ح ع د يكون الميلان متشابهين وذلك ما اردناه ه اذا ح



كانت دايرة الافق مايلة على المحور في كرة وكانت داية عظمى اوفى
تماس الدواير المماسة للافق فانها في دورتها منطبق على الافق فليكن
الافق اب جد وهي مايلة على المحور والمماسة
للافق دائرتي اه زدح والعظمى الاوفى
المماسة لها دايرة سح ونقول ان
دايرة سح ينطبق في دورة الكرة
على دايرة اب جد ولنرسم متوازيتي
طكل م نسه فلان نصف الدايرة

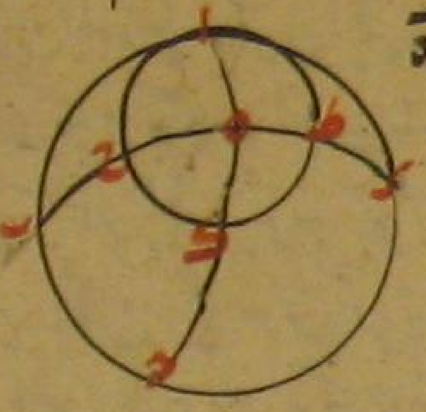


التي من ه الى مايلة لا يلتقي نصف الدايرة
التي من ا الى مايلة تكون قسي اه
طك م ن متشابهة ونقطة ك ن تقطع قسي اه طك م ن في ازمان
متساوية فاذا سارت ه الى ا سارت ك الى ط و ن الى م ووقعت
نقطة ه ك ن على نقط ا ط م فانطبقت قوس ه ك ن على قوس ا ط م
على كل دايرة اب جد وذلك ما اردناه ٥ اذا كانت دايرة الافق مايلة ط
على المحور فان النقط التي تغرب معا لا تطلع معا لكن ما كان اقرب
الى القطب الظاهر يتقدم طلوعه والنقط التي تطلع معا لا تغرب معا لكن
ما كان اقرب الى القطب الظاهر يتأخر غروبه فليكن الافق المايلة على المحور
اب جد والقطب الظاهر ه والدايرة التي تماسها الافق في جهة القطب
الظاهر ا ز ولكن نقطت اقرب الى ه من

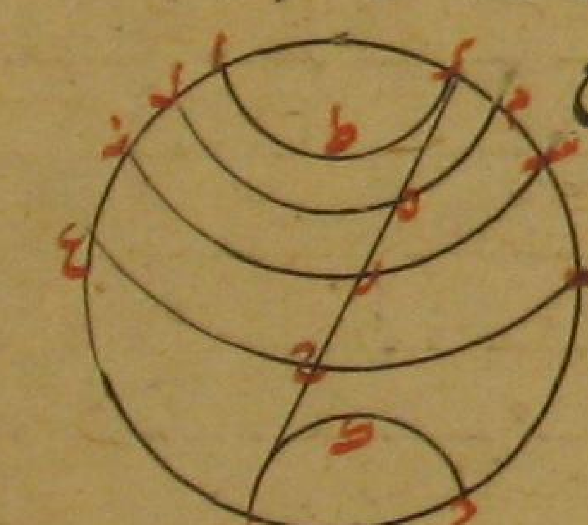


نقطة ح ولكن ب ط الجهة الشرقية و ب ح
الجهة الغربية و ب ح تغربان معا و ب ط
تطلعان معا ونرسم عليهما متوازيتي ب كر
ح م ط فقوس ب كر اعظم من قوس
ب ل ... اصغر من قوس تكون شبيهة
بقوس ح ط فاذن نقطت يقطع
قوس ب ل ر وسيرها الى نقطة ر قبل ان
تقطع نقطة ح قوس ح ط وكذلك تكون طلوع ت قبل طلوع ح وايضا نقطة
ط تقطع قوس ط م ح قبل ان يقطع ز قوس ر ك ح فلذلك تكون غروب
ز بعد غروب ط وذلك ما اردناه ٥ الدايرة المارة بقطبي الكرة ى
تقوم على الافق في كل دورة مرتين فليكن الافق اب جد والقطب الظاهر
ه والمماسة للافق في جهة القطب الظاهر دايرة اك ولتكن دايرة ب ه ط د

عظيمة ثم نقطة ز فنقول انها تقوم على اب جد في دورة مرتين ولنرسم
عظيمة اه د ثم نقطتي ا ه فهي تمر بقطبي دايرة اب جد وتقوم عليها
ولان دايرتي اه جد ب ه د مار بان بقطب ه

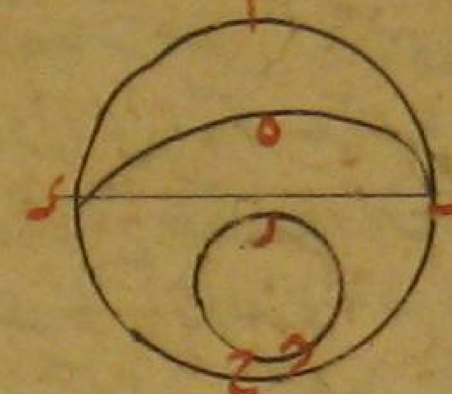


تكون قوسا اح ك ط متساويتين وكذلك قوسا
اح كر فالزمان الذي تقطع فيه ك قوس
ط ك تقطع ح قوس ح ا فتنطبق نقطتا ط ح
على نقطتي ك ا وتنطبق جميع دايرة ب ه ك
على جميع دايرة د ه ا فتكون قائمة على الافق ثم اذا فارقت نقطة ط نقطة ك
وقطعت قوس ك ح ا فارقت نقطة ح نقطة د وقطعت قوس اط ك في ذلك
الزمان بعينه فانطبقت نقطتا ط ح على نقطتي ا ك وانطبقت الدايرة
على الدايرة مرة اخرى قائمة على الافق وبعد ذلك تعود نقطتا ط ح
الى موضعهما الاول والدايرة الى وضعها فاذن قد تبين ما اردنا و
يا ذلك ما اردناه ٥ اذا كانت دايرة الافق في كرة مايلة على
المتوازية وكانت عظيمة اخرى مايلة مماسة لدواير اعظم من التي تماسها
الافق فاذن طلوعها وغروبها يكون على جميع قوس من الافق يقع بين
الدايرتين اللتين تماسهما المايلة الاخرى فليكن الافق اب جد والعظيمة
الاخرى المايلة ايضا ه ح ب ولتماس دايرتي ا ط ب ك ح د وهما
اعظم من اللتين تماسهما الافق ولتكن ب ه د الجهة الشرقية و ا ه ب



الجهة الغربية فنقول ان دايرة ه ح ب تطلع
على كل قوس ب ه د وتغرب على كل قوس
ا ه ب ولنرسم متوازية ل د م ه ر ك ه
ع ح ف فلان نقطة ر تمر على دايرة
ر ط ا تكون اذا سارت الى نقطة ر
طلعت واذا سارت الى نقطة ا
غربت وكذلك نقطة ه ز ح ت اذا سارت الى نقطة م س ه ف ح
كل واحدة الى نظيرها طلعت واذا سارت الى نقطة ك ن ع ف غربت يب
وذلك ما اردناه ٥ اذا تماست مايلتان في كرة احديهما ثابتة
والاخرى دايرة مع الكرة فهما عظيمتان فلتكن دايرة اب جد ثابتة
ودايرة ب ه د متحركة وهما متماستان في كرة مايلتان على المتوازية
فنقول انهما عظيمتان وليفصل ب د فهو فصلهما المشترك وقطر لدايرة
ب ه د ونصفه على ز فهي مركز دايرة ب ه د وهي على المحور والا فليكن

مدار ها زح ويكون المحور عمودا على دائرة زح ولان زلا يخرج من
سطح دائرة ا ب ح د يكون دائرة زح
في ذلك السطح فيكون المحور عمودا على
سطح ا ب ح د وكان السطح مائلا هف
فان زح على المحور وهي مركز الكرة و
الا فليكن ح مركز الكرة ونصل ح ز



فهو من المحور ولان زح خرج من مركز الكرة الى مركز دائرة ب ه د
فهو عمود على سطح دائرة ب ه د وكان السطح مائلا هف و مركز
الكرة لا غير فان كل واحدة من دائرتي ا ح د ب ه د عظمة و
ذلك ما اردناه تم الكتاب الكرة المتحركة
في ٢٨ شهر ربيع الاول سنة ٩٣٠
م
٥

٩٢٠

تملكت هذا الكتاب بطريق
عن بعض الاصحاب عفى عنه
الكريم الوهاب

تحرير اقليدس
كتاب الاكر

٢٥

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله الذي منه الابتداء واليه الانتهاء وعنده حقايق الانباء وبيده ملكوت الاشياء والصلوة على محمد واله الاصفياء **وبعد** فلما فرغت من تحرير المجسطي رايت ان احرر كتاب اصول الهندسة والحساب المنسوب الى اقليدس الصوري بايجاز غير مخل واستقصي في تثبيت مقاصده استقصاء غير ممل واضيف اليه ما يليق به مما استفدته من كتب اهل هذا العلم واستنبطته بقريحتي وافرز ما يوجد من اصل الكتاب في نسختي الحجاج وثابت عن المزيد عليه اما بالاشارة الى ذلك او باختلاف الوان الاشكال وارقامها ففعلت ذلك متوكلا على الله انه حسبي وعليه التكلان **اقول** الكتاب يشتمل على خمس عشرة مقالة مع الملحقتين باخره الى اربعمائة وثمنية وستون شكلا في نسخة الحجاج وبزيادة عشرة اشكال في نسخة ثابت وفي بعض المواضع في الترتيب ايضا منهما اختلاف وانا رقمت عدد اشكال المقالات بالحمرة للثابت وبالسواد للحجاج اذا كان مخالفا

المقالة الاولى

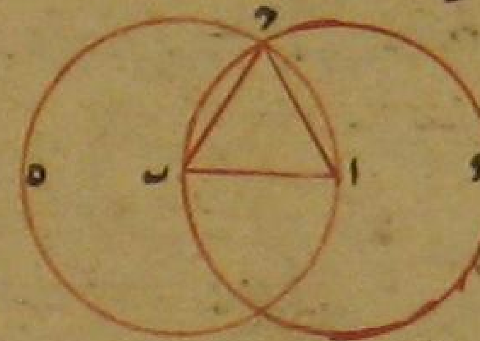
سبعة واربعون شكلا وفي نسخة ثابت بزيادة شكل وهو شكل ...

قد جرت العادة بتصدير ما يذكر حدود ذات اصول موضوعة وعلوم متعارفة يحتاج الصناعة في بيان الاشكال **الحدود** النقطة ما لا جزء له يعني من ذوات الاوضاع والخط طول بلا عرض وينتهي بالنقطة والمستقيم منه هو الذي يكون وضعه على ان يتقابل اي نقطة يفرض عليه بعضها لبعض **السطح** او البسيط ما له طول وعرض فقط وينتهي بالخط والمستوي منه هو الذي يكون وضعه على ان يتقابل اي خطوط يفرض عليه بعضها لبعض **الزاوية المسطحة** هي المحدثة من السطح الواقع بين خطين متصلين على نقطة من غير ان يتحدا فمنها مستقيمة الخطين وغيرها والقائمة من الزوايا هي احدى المتساويتين الحادثتين من جنبتي خط مستقيم قام على مثله ويسمى القائم عمودا والحادة هي التي يكون اصغر من قائمة والمنفرجة هي الاكبر منها هذا وحدود **الدائرة** شكل مسطح يحيط به خط واحد في داخله نقطة يتساوى جميع الخطوط الخارجة المستقيمة منها اليه وذلك الخط محيطها وتلك النقطة مركزها والخط المستقيم المار بالمركز المنتهي في جنبتيه الى المحيط قطرها وهو ينصف الدائرة ويحيط مع نصف المحيط بكل واحد من النصفين والذي لا يمر به يحيط مع قسمي المحيط بقطعتين اصغر واكبر من النصف الاشكال المستقيمة الاضلاع هي التي يحيط بها خطوط مستقيمة واولها المثلث ومنه المتساوي الاضلاع والمتساوي الساقين فقط والمختلف الاضلاع والقائم منه القائم الزاوية والمنفرج الزاوية ان وقعت فيه قائمة او منفرجة والحاد الزوايا ان لم يقع ثم ذو الاربعة الاضلاع ومنه المربع وهو المتساوي

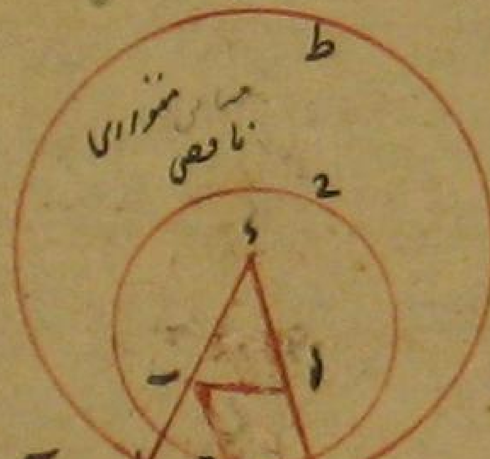
الاضلاع القائم الزوايا والمستطيل وهو القائم الزوايا غير متساوي الاضلاع والمعين وهو المتساوي الاضلاع غير قائم الزوايا والشبيه بالمعين وهو الذي لا يكون اضلاعه متساوية ولا زواياه قائمة ولكن يتساوى كل متقابلين من اضلاعه وزواياه والمنحرف وهو ما عدا ذلك وما جاوز الاربعة فهو كثير الاضلاع المتوازية من الخطوط هي المستقيمة الكائنة في سطح مستو التي لا تلاقي وان اخرجت في جهتيها الى غير النهاية **الاصول الموضوعة**

اقول من الواجب اولا ان نضع ان النقطة والخط والسطح والمستقيم والمستوي منهما والدائرة موجودة وان لنا ان نعين نقطة على اي خط كان او سطح وان نفرض خطا على اي سطح كان او مارا بنقطة كيف اتفق وان كل واحد من النقطة والخط المستقيم والسطح المستوي ينطبق على مثله وان الفصل المشترك بين كل خطين نقطة وبين كل سطحين خط وانه وضع المقدمات المذكورة في الاصل وهي هذه لنا ان نصل خطا مستقيما بين كل نقطتين وان نخرج خطا مستقيما محدودا على الاستقامة وان نرسم على كل نقطة وبكل بعد دائرة **الزوايا القائمة** متساوية جميعا لا يحيط خطان مستقيمان بسطح كل خطين مستقيمين وقع عليهما خط مستقيم وكانت الزاويتان الداخلتان في احدى الجهتين اصغر من قائمتين فانهما يلتقيان في تلك الجهة ان اخرجا فهذا ما ذكر في الاصل **اقول** والقضية الاخيرة ليست من العلوم المتعارفة ولا مما يتضح في غير علم الهندسة فاذن الاولى بها ان ترتب في المسائل دون المصادرات وانا بينتها في موضع يليق بها ووضعت بدلها قضية اخرى هي ان الخطوط المستقيمة الكائنة في سطح مستو ان كانت موضوعة على التباعد في جهة فهي لا تكون موضوعة على التقارب في تلك الجهة بعينها وبالعكس الا ان يتقاطعا واستعمل في بيانها اخرى قد استعملها اقليدس في المقالة العاشرة وغيرها وهي ان كل مقدارين محدودين من جنس واحد فان الاصغر منهما يصير بالتضعيف مرة بعد اخرى اعظم من الاعظم ومما يجب ايضا ان نضع الخط المستقيم الواحد لا يتصل على الاستقامة باكثر من خط واحد مستقيم غير متباينة بعضها لبعض وان الزاوية المساوية للقائمة قائمة **العلوم المتعارفة** الاشياء المساوية لشيء بعينه متساوية واذا زيد على المتساوية او نقص منها متساوية حصلت متساوية واذا زيد على المتساوية او نقص منها غير متساوية حصلت غير متساوية والتي اذا زيد عليها او نقص منها متساوية حصلت متساوية فهي متساوية والتي كل واحد منها اضعاف بعدة واحدة او اجزاء بعينها لشيء واحد فهي متساوية والاشياء المنطابقة من غير تفاضل متساوية والكل اعظم من جزئه فهذا ما اوردنا ان نقدمه الكلام وسياتي تعريفات وتقديرات

اخرى في مواضع يليق بها ولنعلم ان جميع النقط والخطوط المذكورة من اول هذا الكتاب
الى اخر المقالة العاشرة انما وضعت على انها في سطح مستو واحد وانا اذا اطلق الخط والبعد
السطح والزاوية فانما اعني بها المستقيم والمستوية والخطين الاشكال



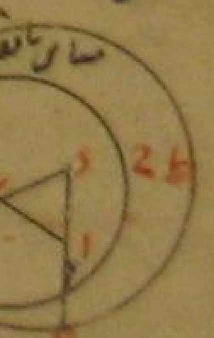
ا نريد ان نرسم مثلثا متساوي الاضلاع
على خط محدود كاب فلنرسم على نقطتي ا ب
ببعد الخط دائرتي ب ج د ا ج ه ونصل ا ج
ب ج فمثلث ا ج ب المرسوم على ا ب متساوي
الاضلاع وهو مثلث وذلك لان ا ب ا ج الخارجين من مركز دائرة ا ج ه الى محيطها وا ب ب ج
المساويان لا ب متساويان فاذن اضلاع مثلث ا ج ب متساوية وهو المراد د

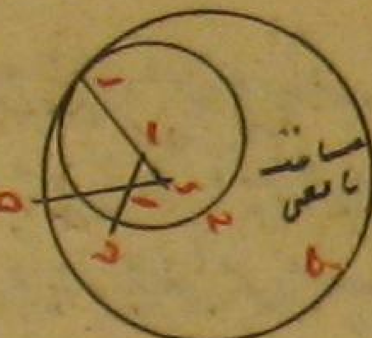


ب نريد ان نخرج من نقطة مفروضة خطا مساويا لخط
محدود فلتكن النقطة ا والخط ب ج ونصل بين النقطة
واحد طرفي الخط بخط ا ب ونرسم عليه مثلثا متساوي
الاضلاع وهو مثلث ا ب د ونخرج د ا د ب في
جهتي ا ب ونرسم على طرف الخط وهو ب ببعد الخط
وهو ب ج دائرة ج ح ط ونقطع د ح على ح المباينة للخط ونعد د ح دائرة ح ط ه
فخط ا ه هو المراد وذلك لان ب ج ب ح الخارجين من مركز دائرة ج ح ط
الى محيطها متساويان كذلك د ح د ه الخارجين من مركز دائرة ح ط ه الى
محيطها وكانت د ب د ا متساويين فيحصل ب ح ا ه متساويين
فا ه ب ج المساويان لب ح متساويان وذلك ما اردناه اقول
ولهذا الشكل اختلاف وضع فان النقطة يمكن ان تقع مباينة للخط اما غير
مسامتة اياه كا قرا او مسامتة ويمكن ان تقع غير مباينة اما عليه
او على طرفه وهذه اربعة اوجه والوجه في الجميع واحد اما الاول فكما

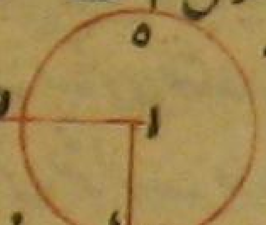



مر ويمكن ان تقع فيه ا ب اما اقصر
من ب ج فيقع المثلث داخل دائرة
ج ح ط كما مر او مساويا لنصف قطر الدائرة
فيلتقي ا د او اطول منه فيقطع محيطها
ضلعا ا ب ب د وهما هكذا واما الثاني فكما الاول ويقع فيه الصور الثلث
هكذا واما الثالث
فلا يحتاج فيه الى ان
نصل بين النقطة و
طرف الخط لان ا ب

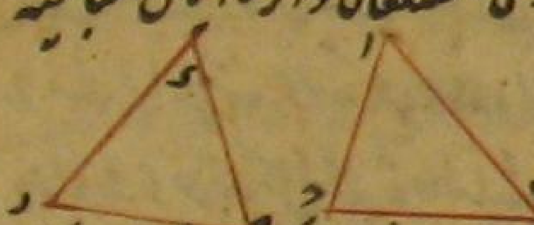





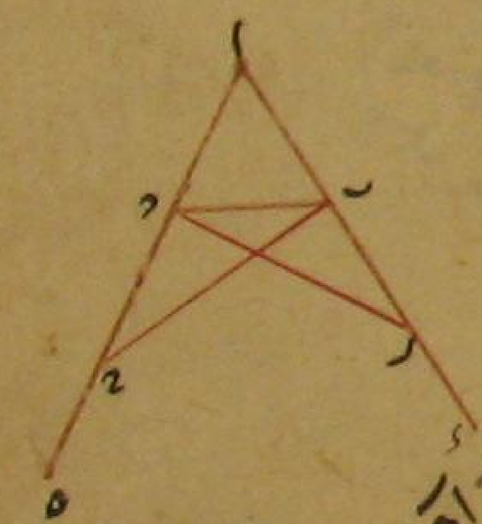
يكون لبعض ب ج فلا يقع فيه الا صورة واحدة هكذا
ويمكن في جميع هذه الصور ان نرسم المثلث في كلتي جنبتي
خط ا ب ويحدث بسببه في اوضاع الخطوط اختلافات
واما الرابع فلا يحتاج فيه ايضا الى ان نصل بين النقطة والطرف
لاتحادهما ولا الى عمل المثلث لعدم البعد بينهما ولا الى عمل الدائرتين لكون المركزين
واحدا بل يكفي فيه اخراج دائرة واحدة على طرف الخط ببعده ثم اخراج خط من
المركز الى المحيط كيف اتفق ج نريد ان نفصل من اطول خطين مثل اقصرهما فليكن
الاطول ا ب والاقصر ج ونخرج من ا ا د مساويا لج ونرسم على بعد ا د
دائرة د ه ز فيفصل بها ا ز من ا ب مساويا لا د اعني لج وذلك
المراد



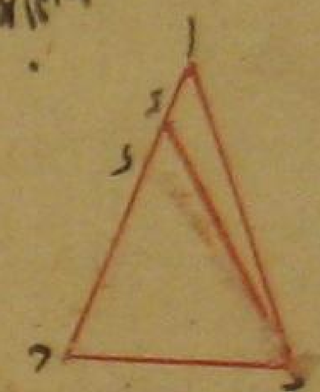
د اذا ساوى ضلعا وزاوية بينهما من مثلث
ضلعين وزاوية بينهما من مثلث اخر كل لنظيره تساوى الضلعان والزاويتان الباقية
والمثلثان كل لنظيره فليكن في مثلثي ا ب ج د ه ز
ا ب مساويا لد ه و ا ج لد ز وزاوية ا لزاوية د



اقول فهو مساو له ب ج وزاوية ب لزاوية ه وزاوية ج لزاوية ز والمثلث للمثلث
وذلك لانا اذا توهمنا تطبيق ب ا على ه د انطبقت نقطة ب على ه و ب ا على
ه د لاستقامتهما و ا على د لتساوي الخطين وزاوية ا على زاوية د لتساويهما و
ا ج على د ز لاستقامتهما و ج على ز لتساوي ا ج د ز فانطبق ضرورة ب ج
على ه ز لاستقامتهما والا احاط خطان بسطح وتساوت سائر الزوايا والمثلثان
لانطباقهما على نظائرها وذلك ما اردناه ه الزاويتان اللتان على قاعدة المثلث
المتساوي الساقين متساويتان وكذلك اللتان
تحدثان تحتها ان اخرج الساقان فليكن مثلث ا ب ج
متساوي ساقي ا ب ا ج فزاويتا ا ب ج ا ج ب متساويتان ولنعين لسانه على ب ز
كيف اتفق ونفصل من ا ه ا ح مساويا لا ز ونصل ب ح ج ز ففي مثلثي ا ز ج ا ح ب
ضلعا ا ز ا ج وزاوية ا متساوية لضلعي ا ح ا ب وزاوية ا كل لنظيره فيكون ضلعا ز ج
ب ح متساويين وكذلك زاويتا ا ز ج ا ح ب وزاويتا ا ج ز ا ب ح وايضا في مثلثي
ب ز ج ج ح ب ضلعا ب ز ز ج وزاوية ز متساوية لضلعي ج ح ح ب وزاوية
ح كل لنظيره فيكون زاويتا ز ب ج ح ج ب متساويتين
نلقيهما من زاويتي ا ب ح ا ج ز المتساويتين يبقى زاويتا ا ب ج ا ج ب
اللتان على القاعدة متساويتين وكذلك بعينه يكون زاويتا ج ب ز
ب ج ح اللتان تحتهما متساويتين وذلك ما اردناه اقول
وهذا الشكل يلقب بالمأموني ويمكن ان نبين المطلوب الاول من غير



اخراج اب فنقول وذلك بان نفصل نقطة د على ساق اب ونجعل
اه مثل اد ونبين مساواة ب ا اه وزاوية ا من مثلث ا ب ه
لـ ا ا د وزاوية ا من مثلث ا ج د تساوي زاويتي ا ب ه ا ج
د وضلعي ب ه ج د ثم متساويهما وتساوي ضلعي ب د ج ه من
مثلثي ب د ه ج ه د تساوي زاويتي
ب د ه ج ه د وزاويتي ب ه د ثم تساوي
زاويتي د ب ج ه ج ب الباقيتين من الاولين بعد
القاء الاخريين ولمساواتهما ومساواة ضلعي ب د ج ه لضلعي ج ه ب د تساوي
زاويتا ا ب ج وزاوية ا ج ب اذا تساوت زاويا مثلث تساوى ضلعاه
الموتران لهما فليكن زاويتا ب ج من مثلث ا ب ج متساويتين نقول فا ج
ا ب متساويان والا فليختلفا وليكن ا ج اطول ونفصل منه ج د مثل ا ب فيكون
في مثلثي ا ب ج د ب ج ضلعا ا ب ب ج وزاوية ا ب ج مساوية لضلعي د ج ج ب
وزاوية د ج ب كل لنظيره فالمثلث تساوي المثلث اعني الكل لجزءه هذا خلف

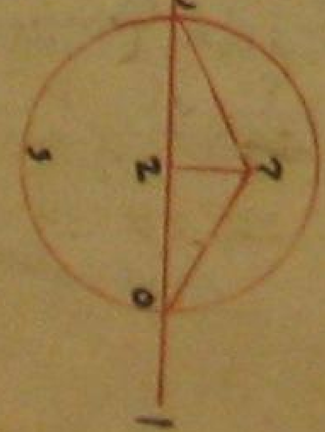


فاذن هما متساويان وذلك ما اردناه **اقول** وان اخرج ب ا الى د
ونجعل ب د مثل ا ج ونصل د ج لزم الخلف بمثل البيان المذكور بعينه ولو جاز
ان كان ا ج اطول وفصل د ج مثل ا ب فلنفصل ه على ا ب ونفصل ج ز مثل
ب ه ونصل د ه ز ب ه ج ففي مثلثي ه ب ج ز ج ب ضلعا ه ب ب ج و
زاوية ه ب ج مساوية لضلعي ز ج ج ب وزاوية ز ج ب
بالتناظر فزاويتا ب ج ه ج ب ز متساويتان وكذلك
ضلعا ه ج ز ب والمثلثان وكذلك مثلثا ب ه ح
ج ز ح بعد اسقاط مثلث ب ح ج المشترك ويكونان
مثلثي ا ز ب ا ه ج ضلعا ا ب ب ز وزاوية ا ب ز
مساوية لضلعي ا ج ج ه وزاوية ا ج ه بالتناظر فيتساوى المثلثان ويبقى بعد
اسقاط سطح ه ا ز ح المشترك مثلثا ا ز ه ح ب معا مساويا للمثلث ز ح ج
وكان مثلث ه ح ب وحده مساويا له فاذن مثلث ا ز ه ح ب معا مساو للمثلث
ه ح ب وحده الكل لجزءه هذا خلف ولو اخرنا بيان هذا الشكل الى ان نبين بالشكل
الثاني عشر لسهل جدا فان ذلك الشكل ليس مما يتبين بهذا **ز** اذا اخرج من طرفي
خط خطان ملتقيان على نقطة فلا يمكن ان يخرج من طرفيه في تلك الجهة اخران مساويان
لهما خارجان من مخرجي نظيرهما ملتقيان على غير تلك النقطة مثلا اخرج من طرفي
ا ب خطا ا ج ب ج فالتقيا على ج فان امكن ان يخرج
في جهة ج مساويان لهما يلتقيان على غير ج فليكونا ا د

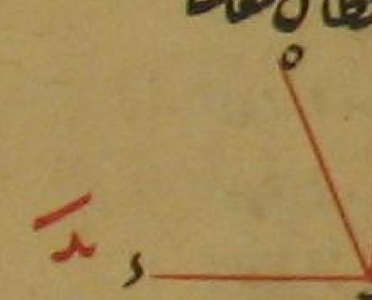
٨

المساوي لا ج وب د المساوي لب ج ملتقيا على د ونصل ج د فيكون زاويتا
ا ج د ا د ج متساويتين لتساوي ساقي ا ج ا د وزاوية ب ج د اصغر من زاوية
ا ج د فهي اصغر من زاوية ا د ج التي هي اصغر من زاوية ب د ج فزاوية
ب ج د اصغر كثيرا من زاوية ب د ج لكنهما متساويتان لتساوي ساقي ب ج
ب د هذا خلف فاذن ثبت الحكم وذلك ما اردناه **اقول** ولهذا الشكل
اختلاف وقوع فان د يقع اما خارج مثلث ا ج ب بحيث يتقاطع خطا ل من
الا ربعة الخارجة من الطرفين قبل الالتقاء او
بحيث لا يتقاطعان واما داخله واما على واحد
من ساقي ا ج ب ج من غير اخراجه
او بعد ذلك وهذه خمسة اما الاول فقد مر بيانه واما الثاني والثالث فيكونان هكذا
ونصل بينهما ج د ونخرج ضلعي ا ج ا د الى ه ز فتكون زاويتا ه ج د ز د ج متساويتين
لتساوي ساقي ا ج ا د ويلزم منه مثل البيان المذكور في الشكل وجزءه فيظهر الخلف
واما الرابع والخامس فيلزم منهما تطابق الخطين الخارجين
من احد الطرفين كخطي ب ج ب د مثلا وكون احدهما اكبر
من الاخر مع فرض تساويهما فيظهر الخلف اسرع وهذه صورهما **ح**
اذا ساوى كل واحد من اضلاع مثلث كل واحد من اضلاع
مثلث اخر تساوت زواياهما كل لنظيرتها وتساوى المثلثان فليكن المثلثان ا ب ج
د ه ز وقد ساوى ا ب د ه وا ج د ز وب ج ه ز نقول فزاوية ا ب ج و
زاوية د ه ز وزاوية ب زاوية ه وزاوية ج زاوية ز والمثلث للمثلث
وذلك لانا اذا توهمنا تطبيق ضلع على
نظيره مثلا ب ج على ه ز والمثلث
على المثلث وجب ان ينطبق الضلعان
الباقيان على نظيريهما ويظهر المطلوب والا لزم ان نفرض مساويين لهما مثل ه ح
ز ح ويلزم منه خروج خطي ه د ز د ه ح ز ح المتساويين لهما جميعا من طرفي
ه ز في جهة بعينها مع اختلاف الملتقى هذا خلف فاذن المطلوب ثابت و
ذلك ما اردناه **ط** نريد ان ننصف زاوية كزاوية ب ا ج فلنعين على ا ب
نقطة د كيف وقعت ونفصل من ا ج ا ه مثل ا د ونصل د ه ونرسم
عليه مثلث د ز ه المتساوي الاضلاع ونصل ا ز فهو ينصف
الزاوية وذلك لان اضلاع مثلثي د ا ز ه ا ز متساوية بالتناظر
فزواياه متساوية بالتناظر فزاويتا د ا ز ز ا ه متساويتان
وذلك ما اردناه **اقول** والبيان تم بان يبين ان نقطة ز اما ... يقع

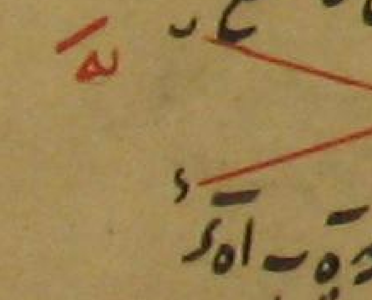
بين خطي ب ا د ا وذلك لانها لو لم تقع هناك لوقعت اما على احدهما او خارجا
عنهما هكذا وتساوي زاويتا د ز ه ز ه د لا محالة وكانت زاويتا ز ه
د ه ز تحت القاعدة متساويتين فيلزم من ذلك ان يساوي
الشيء جزؤه او يساوي ما هو اكثر من الشيء جزؤه هذا خلف
وايضا نفصل على ا ب نقطة د ونجعل ه ج مثل د ز ونصل ز ج د ه متقاطعين
على ط ونصل ا ط فهو منصف الزاوية وذلك لانا نبين مثل
ما مر في الشكل الخامس ان زاويتي ز ه ج ز ه متساويتان وبما ان
ونبين ان ز ط ه ط متساويان ونصير اضلاع مثلثي ز ط ا
ه ط ا متساوية فيظهر المطلوب يب نريد ان ننصف
خطا كخط ا ب فلنعمل عليه مثلث ا ج ب المتساوي الاضلاع وننصف زاوية
ج بخط ج د فينصف الخط به وذلك لان مثلثي
ا ج د ب ج د ضلعي ا ج د ج وزاوية ا ج د
مساوية لضلعي ب ج د ج وزاوية ب ج د فقاعدتا ا د د ب متساويتان
وذلك ما اردناه يج نريد ان نخرج من نقطة على خط غير محدود عمودا عليه مثلا
من نقطة ج على خط ا ب فلنعين نقطة د كيف وقعت ونجعل
د ه مثل د ج ونعمل على د ه مثلث ز د ه المتساوي
الاضلاع ونصل ز ج فهو العمود وذلك لان اضلاع مثلثي ز د ج ه ز ج متساوية
كل لنظيره فزاويتا ز د ج ز ه ج الحادثتان عن جنبتي ز ج متساويتان فهما قائمتان
وذلك ما اردناه اقول فان كان الخط محدودا من جانب او اردنا ان
نخرج العمود من آخر على افراج الخط وذلك
فاحتاج الى امثل العمل كثيرا فلنعين د ونجعل د ه
مثل ا د ونخرج من د ز عمودي د ه د ز بالوجه المتقدم وننصف زاويتي ا د ه د ز
ونعمل د ج ز ه ج ز ه الخارجين من خط د ز على امثل من قائمتين فبان بحكم
المصادرة الموعود بانها ملتقيا على ه ونجعل د ج مثل ز ه ونصل ج ا فهو عمود
على ا ب وذلك لان تساوي ضلعي ا د د ز وضلعي د ج ز ه وزاويتي ا د ج د ز ه
من مثلثي ج ا د ه د ز النظائر يدل على ان زاوية ج ا د مساوية لزاوية ه د ز
القائمة يد نريد ان نخرج من نقطة الى خط غير محدود وليست هي عليه عمودا مثلا
من نقطة د الى خط ا ب فلنعين في الجهة الاخرى من الخط نقطة ز كيف وقعت ونرسم على
مركز د وبعد د ز دائرة ه ز ج فهي تقطع الخط لا محالة
على نقطتي ه ز وننصف ه ز على ح
ونصل د ح فهو العمود وذلك لانا اذا وصلنا



د ه د ز كانت اضلاع مثلثي د ه ح د ز ح النظائر متساوية فكانت زاويتا
د ح ه د ح ز عن جنبتي د ح متساويتين فهما قائمتان وذلك ما اردناه
اقول واما العمل اذا اشترطوا ان لا نجاوز الجهة الاخرى من الخط
عينوا على الخط نقطة ه ووصلوا د ه ورسموا ببعده دائرة ه ز تنتهي الى الخط
تارة فانتهت على نقطة بعينها كان د ه عمودا على ما تبين في
المقالة الثالثة وان انتهت على نقطة اخرى
كز مثلا نصفوا خط ه ز على ح ووصلوا د ح العمود بالبيان المذكور يه اذا قام خط على
خط كيف كان حدثت عن جنبتيه زاويتان اما قائمتان
او متساويتان معا لقائمتين فليقم ا ب على د ج



يج
ولتحدث زاويتا ا ب د ا ب ج فان ا ب عمودا كانتا قائمتين والا اخرجنا من
ب عمود ب ه على د ج فصارت الزوايا ثلاثا هي ا ب ه ه ب ج وان اضفنا
الثانية الى الاولى صارتا قائمتين وان اضفت الى الثالثة كانتا كما حدثتا فاذن
الحادثتان معا متساويتان لقائمتين وذلك ما اردناه يه اذا اتصل خطان على
نقطة بخط عن جنبتيه زاويتان اما قائمتان او متساويتان لهما كان الخطان معا على
الاستقامة خطا واحدا فليتصل با ب على نقطة ب خطا
د ب ج ولكن زاويتا د ب ا ا ب ج معادلتين لقائمتين

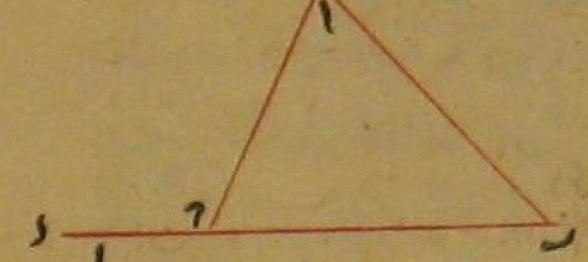


يد
فنقول خطا د ب ج متصل على الاستقامة خطا واحدا
والا فليخرج د ب ه على الاستقامة وتكون جميع زاويتي د ب ا ه ب ا المعادلتين
لقائمتين مساويا لجميع زاويتي د ب ا ا ب ج المعادلتين ايضا لهما فيبقى بعد اسقاط
زاوية د ب ا المشتركة زاويتا ه ب ا ا ب ج الصغرى والعظمى متساويتين هذا خلف
فاذن الحكم المذكور ثابت وذلك ما اردناه يو الزاويتان المتقابلتان الحادثتان
عن تقاطع كل خطين متساويتان مثلا كزاويتي د ه ب ا ه ز الحادثتين عن تقاطع
خطي ا ب د ز وذلك لان مجموع زاويتي ب ه د د ه ا
تساوي مجموع زاويتي ا ه ز د ه ا لكون كل واحد من

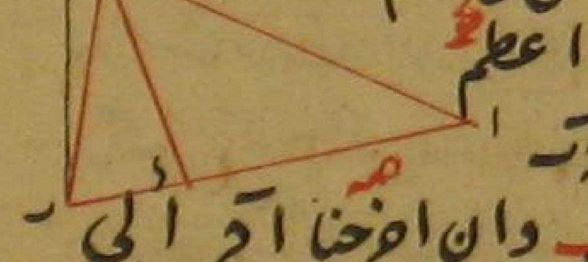


يه
المجموعين معادلا لقائمتين فيبقى بعد اسقاط زاوية د ه ا المشتركة زاويتا د ه ب ا ه ز
متساويتين وذلك ما اردناه ويتبين مع ذلك ان الزوايا الاربع الحادثة من تقاطعهما
معادلة لاربع قوائم اقول وهذا الحكم ثابت لجميع الزوايا المحيطة بنقطة اين كانت
النقطة وكم كانت الزوايا يز كل مثلث اخرج احد اضلاعه فالزاوية الخارجة
الحادثة اعظم من كل واحدة من مقابلتيها الداخلتين مثلا
اخرج ضلع ب ج من مثلث ا ب ج الى د فنقول
يو
فزاوية ا ج د اعظم من كل واحدة من زاويتي ا ب فلننصف

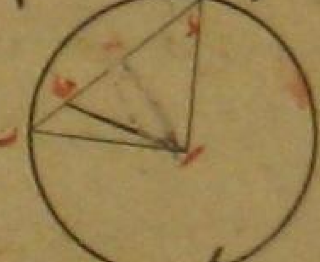
اد على ه ونصل ب ه ونخرجه ونجعل ه ز مثل ب ه ونصل ز د ففي مثلثي ا ب ه
د ز ه ضلعا ب ه ه ا مساويان لضلعي ز ه ه د وزاويتا ه المتقابلتان متساويتان وزاوية
ب ا ه مساوية لزاوية ه د ز وزاوية ا د ج اعظم من زاوية ا د ز فهي اعظم ايضا
من زاوية ا ولنخرج ا د الى ح ونعمل مثل ذلك ان زاوية ب د ح اعني زاوية ا د ج
اعظم ايضا من زاوية ا ب د فيتم البيان وذلك ما اردناه اولا وقد تبين من
ذلك انه ليس يمكن ان يخرج من نقطة الى خط خطان يحيطان معه بزاويتين متساويتين
في جهة واحدة يز كل زاويتين من مثلث فهما اصغر من قائمتين مثلا زاويتا ب ج

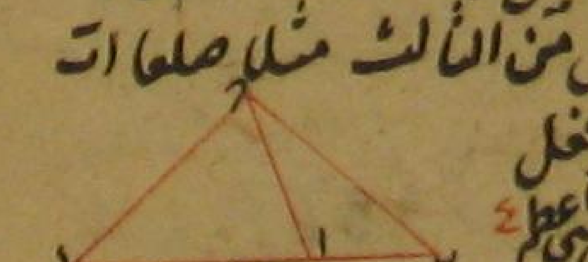


من مثلث ا ب ج ولنخرج ب ج الى د فزاويتا
ا ج د ا ج ب معادلتان لقائمتين وزاوية ا ج د
اعظم من زاوية ب فاذن زاوية ب مع زاوية
ا ج ب تكون اصغر من قائمتين وكذا في البواقي وذلك ما اردناه يح الضلع الاطول
من المثلث يوتر الزاوية العظمى فليكن ضلع ا ب من مثلث ا ب ج اطول من ضلع
ا ج نقول فزاوية ج اعظم من زاوية ا ب ج وذلك لانا اذا فصلنا من ا ب



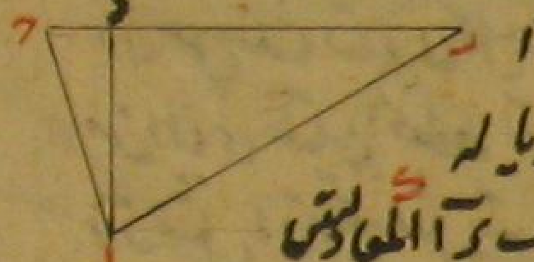
ا د مثل ا ج ووصلنا ج د كانت زاوية ا د ج التي هي اعظم
من زاوية ب مساوية لزاوية ا ج د وزاوية ا ج ب اعظم
من زاوية ا ج د اعني من زاوية ا د ج فزاوية ا ج ب
اعظم كثيرا من زاوية ب وذلك ما اردناه اولا وان اخرجنا ا ج الى
د وجعلنا ا د مثل ا ب ووصلنا د ب امكن اثبات المطلوب بمثل البيان المذكور
وبوجه اخر نرسم على مركز ا ببعد ا ب دائرة ب د ونخرج ب ج الى د ونصل ا د
فزاوية ا ج ب الخارجة اعظم من ا د ب المساوية لزاوية ا ب د



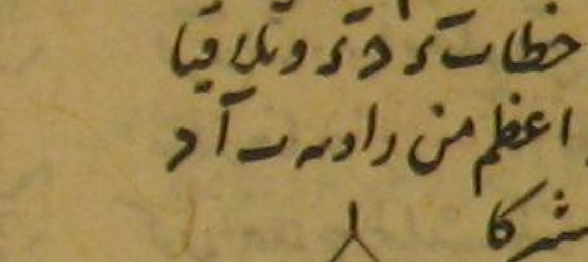


يط الزاوية العظمى من المثلث يوترها
الضلع الاطول فليكن زاوية ج
من مثلث ا ب ج اعظم من زاوية ب نقول فضلع ا ب اطول من ضلع ا ج وذلك
لانه لم يكن اطول منه فاما ان يساويه ويلزم تساوي زاويتي ب ج واما ان يكون اقصر
منه ويلزم ان يكون زاوية ب اعظم من زاوية ج وليس كذلك فاذن ا ب اطول من ا ج
وذلك ما اردناه ك كل ضلعين من مثلث فهما معا اطول من الثالث مثلا ضلعا ا ب
ا ج في مثلث ا ب ج من ضلع ب ج فلنخرج ب ا الى د ونجعل
ا د مثل ا ج ونصل د ج فيكون زاوية ب ج د التي هي اعظم
من زاوية ا د ج المساوية لزاوية ا ج د اعظم من زاوية ا د ج فاذن ب د ب ج
اعني مجموع ب ا ا ج اطول من ب ج وذلك ما اردناه اولا
وهذا الشكل يلقب بالحماري وبوجه اخر ننصف زاوية ا بخط ا ه فزاوية ا ه د

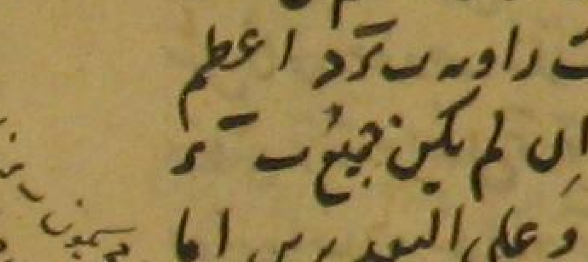
الخارجة اعظم من زاوية ب ا ه اعني من زاوية د ا ه فا د اطول من د ه ويحتمل ذلك
تبين ان ا ب اطول من ب ه وبوجه اخر ان لم يكن جميع ا ب ا ج اطول من ب ج



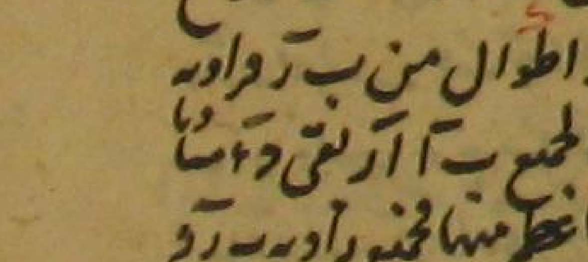
كان اما مساويا له او اصغر منه ونفصل ب د مثل ب ا
فبقي د ج اما مساويا لـ ا ج او اطول منه فان كان مساويا له
كانت زاويتا د ا ب ا د ج مساويتين لزاويتي ب د ا ج د ا المعادلتين
لقائمتين فكان ب ا ا ج متصلا على الاستقامة هذا خلف وان كان د ج من اطول
ا ج كانت زاوية د ا ج اعظم من زاوية د ج ا فجميع زاوية ب ا ج اعظم من جميع زاويتي
كا ب د ا د ج ا اعني من قائمتين هذا خلف كل خطين خرجا من طرفي ضلع مثلث
والتقيا داخله فهما معا اقصر من ضلعيه الباقيين وزاويتهما اعظم من زاوية
الضلعين فليكن المثلث ا ب ج وقد خرج من طرفي ب ج خطا ب د ج د والتقيا
على د نقول فهما اقصر من ب ا ا ج وزاوية ب د ج اعظم من زاوية ب ا ج
ولنخرج ب د الى ه فب ا ا ه اطول من ب ه ونجعل ه ج مشتركا

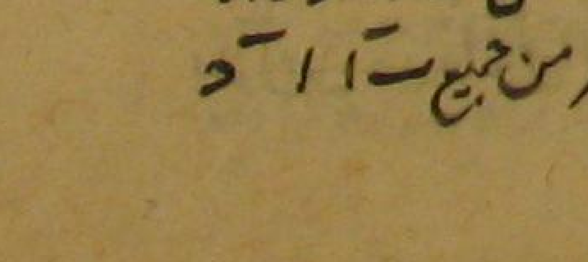


فمجموع ب ا ا ج اطول من جميع ب ه ه ج وايضا د ه ه ج
اطول من د ج ونجعل ب د مشتركا فجميع ب ه ه ج اطول
من جميع ب د د ج فاذن ب ا ا ج اطول كثيرا من
ب د د ج ولما كان زاوية ب د ج الخارجة من مثلث د ه ج اعظم من زاوية د ه ج
الخارجة من مثلث ا ب ه التي هي اعظم من زاوية ا كانت زاوية ب د ج اعظم
كثيرا من زاوية ا وذلك ما اردناه اولا وبوجه اخر ان لم يكن جميع ب د
د ج اقصر من جميع ب ا ا ج كان اما مساويا له او اطول وعلى التقديرين اما
ان يكون احد خطي ب د د ج اقصر من نظيره من خطي ب ا ا ج او لا يكون فان



كان فليكن مثلا د ج اقصر من ا ج ونجعل ا ز مثل د ج ونصل ب ز على
ب ا فلا يقع على نقطة ه والا لكان ب ا ا ه معا مساويين لـ ب ه فيكونان
اقصر من ب ه ولا فيما بين ه د والا لكان معا اقصر من ب ه هذا خلف فهو يقع
فيما بين ا ه ونصل ز د ز ج اعني جميع ب ا او اطول من ب ز وزاوية
ب ز ج اعظم من زاوية ب ج ز ولما كان ب ج مساويا لجميع ب ا ا ز [illegible]
[illegible]
اعظم من جميع زاويتي ب ج ز د ج ز اللتين هما اعظم من قائمتين هذا
خلف فان لم يكن احد خطي ب د د ج اقصر من الذي يليه من خطي ب ا
كب ا ج بل كان اما مساويا او اطول ووصلنا ا د وبينا بمثل ما مر
ان جميع زاويتي ب ا د ج ا د اعظم من جميع زاويتي ب د ا ج د ا هذا
خلف فاذن جميع ب د د ج اقصر من جميع ب ا ا ج





وايضا نخرج ا ز الى ح فيكون زاوية ب ز ح الخارجة اعظم من ب ا ز وكذلك زاوية
د ز ح اعظم من زاوية د ا ز فجميع زاوية ب ز د اعظم من جميع زاوية ب ا د هـ نريد
ان نعمل مثلث تساوي كل ضلع منه احد ثلثة خطوط مفروضة كل اثنين منها معا اطول
من الثالث فلتكن الخطوط ا ب ج ولكن د ه خطا محدودا من جهة د فقط ونفصل منه
د ز مثل ا و ز ح مثل ب و ح ط مثل ج ونرسم على ز ببعد ز د دائرة د كل وعلى
ح ببعد ح ط دائرة ط ك ل
كج فتتقاطعان على ك ونصل ح ك
ز ك فيكون مثلث ك ح ز المطلوب
لان ضلع ك ز منه المساوي
لـ ز د تساوي ا وضلع ز ح تساوي ب وضلع ح ك المساوي لـ ح ط تساوي ج وذلك
ما اردناه اقول وانما اشترط كون كل خطين اطول من الثالث لوجوب
كون اضلاع المثلث بهذا وذلك بعينه هو الموجب لتقاطع الدائرتين فان جميع ا ب
لو لم يكن اطول من ج لكان ح ط مساويا لـ ح ز او اطول منه وحينئذ تقع دائرة
ك ط ل محيطة بدائرة ك د ل ولو لم يكن جميع ا ج اطول من ب لكان ز ح مساويا لجميع
د ز ح ط او اطول منهما وحينئذ لم يكن بين الدائرتين احاطة ولا تقاطع بل كانتا اما
متماستين من خارج او غير متماستين هـ نريد ان نعمل على نقطة مفروضة من خط زاوية
مثل زاوية مفروضة مثلا على نقطة ا من خط ا ب مثل زاوية د فنعين على خطي الزاوية
نقطتي ز ه ونصل ز ه ونعمل على ا ب مثلثا تساوي
اضلاعه اضلاع مثلث د ز ه وهو مثلث ا ز ح على ان
ا ح مساو لـ د ز و ا ز لـ د ه و ح ز لـ ز ه فزاوية ا المعمولة مساوية لـ د وهي التي اردناها
هـ اذا ساوا ساقا مثلث ساقي مثلث اخر كل لنظيره وكانت الزاوية التي بين
الاولين اعظم من التي بين الاخريين كانت قاعدة الاولين اطول من قاعدة الاخريين
كد فلتكن في مثلثي ا ب ج د ه ز ا ب مساويا لـ د ه و ا ج لـ د ز وزاوية ا اعظم من زاوية
ه د ز نقول فـ ب ج اطول من ه ز ولنعمل على د من ه د زاوية ه د ح مثل زاوية
ب ا ج ونفصل د ح مثل ا ج ونصل ه ح فيكون
مساويا لـ ب ج ونصل ح ز فليساوي د ز
د ح المساويين لـ ا ج تتساوى زاويتا د ح ز د ز ح ويكون زاوية ه ز ح التي هي اعظم
من احديهما اعظم من زاوية ه ح ز التي هي اصغر من الاخرى فيكون ه ح اعني ب ج اطول
من ه ز وذلك ما اردناه اقول وههنا اختلاف وقوع لان ه ح اما ان
تقع فوق ه ز او تنطبق على ه ز او تقع تحته وقدم الاول وظاهر في الثاني ان ه ح
اطول من ه ز واما في الثالث فنخرج ساقي د ز د ح الى ط ك وتتساوى زاويتا

ط ز ح ك ح ز ويبين كما مر ان زاوية ه ز ح اعظم من زاوية ه ح ز ويكون ه ح اطول
من ه ز فان اشترطنا ان تقع الزاوية على الذي لا يوتر الزاوية المنفرجة من
ضلعي ز ه ه ز سقط هذا الاختلاف
لان ذلك الضلع ان كان ه ز كانت
زاوية ه ز د غير منفرجة ونخرج ه د الى ط
فتكون زاوية ه ز ط غير حادة وتكون زاوية ه ز ح من مثلث د ز ح المتساوي الساقين
حادة وتكون ه ح قاطعا لـ د ز بالضرورة وايضا ان عملنا على نقطة ا من خط ا ب مثل
زاوية د امكن بيان المطلوب بمثل ما مر هـ اذا ساوا ساقا مثلث ساقي مثلث
كه اخر كل لنظيره وكانت قاعدة الاولين اطول كانت
زاويتها اعظم مثلا في مثلثي ا ب ج د ه ز ا ب مساو
لـ د ه و ا ج لـ د ز و ب ج اطول من ه ز ونقول فزاوية ا اعظم من زاوية د والا فكانت
اما مساوية لها فيلزم ان يكون ب ج مساويا لـ ه ز واما اصغر منها فيلزم ان يكون
ب ج اقصر من ه ز وكلاهما خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول
كو ولو اردنا نرسم على د ببعد د ز دائرة ز ح ونخرج ه ز ونجعل
ه ط مثل ب ج ونرسم على ه ببعده ط دائرة ط ح فيتقاطع
الدائرتان على ح مثل ما مر في شكل كب ونصل د ح ه ح
فاضلاع مثلث ه د ح مساوية لاضلاع مثلث ب ا ج
كل لنظيره وزاوية ه د ح اعني زاوية ا اعظم من زاوية ه د ز هـ اذا ساوى زاويتان
وضلع من مثلث زاويتين وضلعا من مثلث اخر النظير للنظير تساوت الزاويتان
والاضلاع الباقية منها كل لنظيره والمثلث للمثلث فلتكن التساوي في مثلثي ا ب ج
د ه ز اوضلعي ا ج و زاويتي ب ج ولضلعي ا ب د ه اللذين بين الزاويتين او الضلعين
ب ه د ز وضلعي ا ج د ز الموترين لزاويتين متساويتين
فان كان الضلعان ا ب ه د ز اما ان تتساويا
او تتفاوتا فان تساويا ثبت الحكم لكون ضلعين
وزاوية بينهما مساوية لضلعين وزاوية بينهما في المثلثين وان تفاوتتا لزم الخلف لانا اذا
جعلنا ب ط مثل ه ز ووصلنا ط ا صار مثلث ا ط ب د ه ز متساويين لذلك
بعينه ويكون زاوية ط ا ب متساوية لزاوية د ز ه وكانت زاوية ج ا ب مساوية
لزاوية د ز ه فزاويتا ج ا ب ط ا ب الكل والجزء متساويتان وان كان التساوي
لضلعي ب ج ه ز فـ ا ب د ه اما ان تتساويا او تتفاوتا فان تساويا ثبت
الحكم والا لزم الخلف لانا اذا جعلنا ب ح مثل ه ز ووصلنا ح د صار مثلثا
د ح ب د ه ز متساويين ويكون زاوية د ح ب مساوية لزاوية د ز ه فزاويتا

دح ـ دا الداخله والخارجه متساويتان وكذلك ان كان تساوى للصلعين
الباقيتين فان الحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وان توهمنا تطبيق ات
على زه وكان التساوى لهما انطبق كل واحد اد على نظيره لتساوى الزاويتين
فانطبقت دعلى ر وتطابق المثلثان وان كان التساوى لب د ه ر فاذا انطبق
ت على ه وب على ه انطبقت د على ر وامتنع على ان لا ينطبق على الا انها
لو انطبقت على غيرها مثلا على ح صارت زاويتا دح ـ دا الخارجه والداخله
متساويتين وعند انطباق ر على ا انطباق المثلثان كل خطين وقع عليهما خط وكانت
المتبادلتان من الزوايا الحادثه متساويتين فهما متوازيان فليكن الخطان اب دى
والواقع عليهما ه ر والمتبادلتان المتساويتان زاويتي
اه ر ده وذلك لانهما لو لم يكونا متوازيين
لتلاقيا في احدى الجهتين مثلا على ح وكانت
زاويه اه ر الخارجه من مثلث ه ح ر مساويه لداخله ه ر ى هذا خلف فاذن هما
متوازيان وذلك ما اردناه كل خطين وقع عليهما خط وكانت الخارجه من الزوايا الحادثه
مساويه لمقابلتها الداخله وكانت الداخلتان في جهة معا معادلتين لقائمتين فهما
متوازيان فليكن الخطان اب دى والواقع رح والخارجه
والداخلة المتساويتان ه ر ب رح ى والداخلتان
في جهة زاويتا ب رح رح ى وذلك لان كون
زاويه ه ر ب مساويه لكل واحدة من زاويتي ا رح رح ى المتبادلتين يقتضى
تساويهما وايضا كون زاويه ب رح مع كل واحدة منهما معادله لقائمتين يقتضى
ايضا تساويهما فيثبت توازى الخطين وذلك ما اردناه اقول وهذا موضع
بيان المقدمة التي صادر بها اوقليدس ووعدت بيانه في صدر الكتاب وقد بينتها
بتقديم اشكال هي هذه الاول اقصر الخطوط الخارجه من نقطة مفروضه الى خط غير
محدود وليست هي عليه وهو المسمى بعدها عنه هو الذي يكون عمودا عليه فلتكن النقطه
ا والخط ب د والعمود الخارج منها اليه اب وذلك
لانا اذا اخرجنا منها اليه خطا اخر كاد كانت زاويه
اد ب الحادة اصغر من زاويه اب د القائمة فيكون اب اقصر من اد وكذلك في غيره
الثاني اذا قام عمودان متساويان على خط ووصل طرفاهما بخط اخر كانت
الزاويتان الحادثتان بينهما متساويتين مثلا قام عمودا اب دى المتساويان
على ب ى ووصل اد فحدث عنهما زاويتا ب اد ى دا اقول فهما متساويتان
ونصل ا ى ب ى متقاطعين على ه فيكون في مثلثي اب ى د ى ب
ضلعا اب ب ى وزاويه اب ى القائمة مساويه لضلعي د ى ى ب

وزاويه د ى ب القائمه كل لنظيره ويقتضى ذلك تساوى باقيه الزوايا والاضلاع
النظايرة ولتساوى زاويتي اى ب د ب ى يكون ب ه ى ه متساويتين ويبقى اه
ده متساويتين فيكون زاويتاه اده دا متساويتين وكانت زاويتان ى اب
ب دى متساويتين فيكون جميع زاويتي ب اد مساويه لجميع زاويه ى دا الثالث
اذا قام عمودان متساويان على خط ووصل طرفاهما بخط كانت الزاويتان الحادثتان
بينهما قائمتين وليعد عمودى اب دى على خط ب ى ونصل اد اقول
ان زاويتي ب اد ى دا المتساويتين قائمتان والا لكانتا اما منفرجتين او حادتين
فليكونا اولا منفرجتين ونخرج من ا عمود اه على خط اد فيقع لا محاله فيما بين خطي
اب دى ويكون زاويه اه د الخارجه من مثلث اب ه اعظم من
زاويه اب ه القائمه فيكون ايضا منفرجه ثم نخرج من نقطه ه عمود ده على
خط ب ى ويقع فيما بين خطي اه دى ويكون زاويه ده ى ايضا منفرجه ثم نخرج
من ر عمود رح على ى د ومن ح عمود حط على ى د وهكذا على غير نهايه فيكون
الاعمده الخارجه من نقط ا ر ط من خط اد على خط ب ى اعني اعمده اب ده
طح متزايده الاطوال على الولاء واقصرها عمود اب لان زاويه اه ب الحاده فهو اقصر
من اه الموتر للقائمه واه الموتر لزاويه ا ره الحاده اقصر من ره الموتر للقائمه
فاب اقصر من اه واه اقصر من ره وكذلك ره من طح وعلى هذا الترتيب وليظهر
من ذلك ان ابعاد النقط التي هي مخارج الاعمده الخارجه من خط اد على خط
ب ى عن خط ب ى متزايده الاطوال في جهة د فاذن خط اد موضوع على التباعد
عن خط ب ى في جهة د وعلى التقارب في جهة ا ولكون زاويه ى دا ايضا منفرجه
بين بمثل هذا التدبير ان خط اد بعينه موضوع على تباعد عن خط ب ى بعينه في جهة
ا التي كان فيها بعينها موضوعا على التقارب منه فاذن هو متباعد متقارب
معا من خط واحد في جهة واحدة من غير تلاق هذا خلف ثم ليكونا

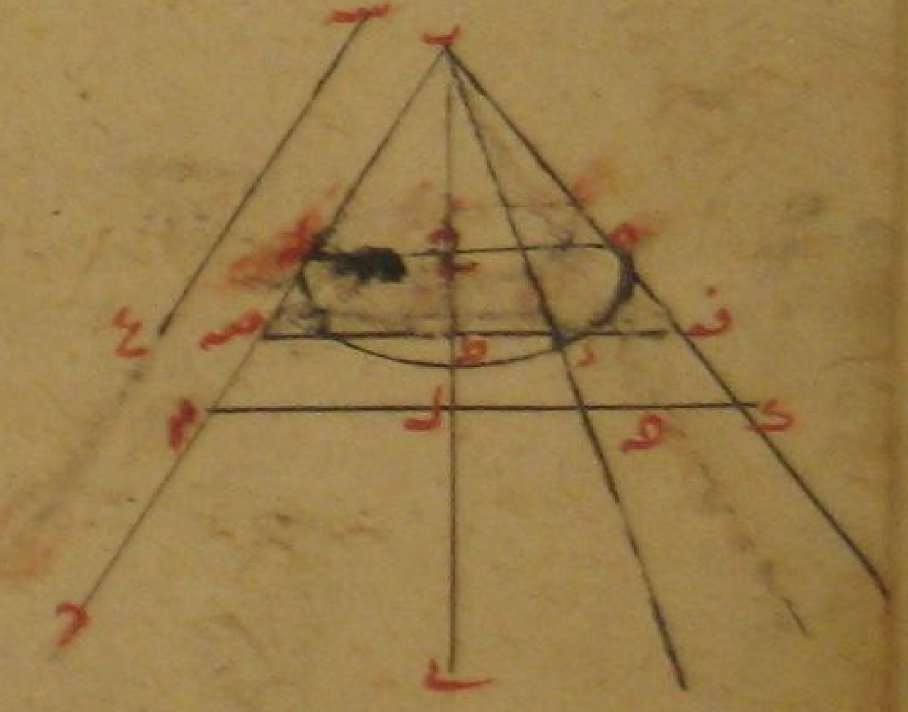


حادتين وليتم الاعمده المتوالية
الا ان عددها بازاء العمود د
من نقطه ت على خط اد فيقع لا
محاله فيما بين خطي اب دى لكون
زاويه احاده اذ لو وقع خارجا عنهما لاجتمع في مثلث قائمه ومنفرجه و
هكذا الى ان نخرج اعمده اب ه رح ط المتناقصه الاطوال على الولاء ثم
نبين بمثل ما مر ان خط اد موضوع على التقارب من خط ب ى في جهة
د وعلى التباعد عنه في جهة ا ونبين باستيناف العمل والتدبير انه
موضوع على التباعد عنه في الجهة التي كان موضوعا فيها على التقارب منه

بعينه بخلف فاذن ثبت ان زاويتي ب آ د ر د آ قائمتان **الرابع**
كل ضلعين متقابلين في سطح ذي اربعة اضلاع قائم الزوايا متساويان كضلعي
اب د ر من سطح اب د ر القائم الزوايا والا فليكن د ر اطول ونفصل ر ه
مثل اب ونصل آ ه فتكون زاويتا ب آ ه ر ه ا قائمتين لحدوثهما بين عمودي
اب ه ر المتساويين القائمين على اب و قد كانت زاويتا آ د ر د آ
قائمتين فالكل كالجزء والخارجة كالداخلة هذا خلف
فاذن الحكم ثابت **الخامس** كل خط يقع على عمودين قائمين
على خط فانه يصير المتبادلتين متساويتين والخارجة مساوية
لمقابلتها الداخلة والداخلتين في جهة معادلتين لقائمتين مثلا وقع اب
على عمودي د ر ه ر القائمين على ر ر و قطعهما على ح ط **فاقول** ان
متبادلتي ر ح ط ه ط ح متساويتان وكذلك خارجة ا ح د وداخلة اط ه
وان داخلتي د ح ط ه ط ح معادلتان لقائمتين وذلك لان ط ر ان كان مساويا
ح ر كانت جميع الزوايا المحيطة بنقطتي ح ط قوائم وثبت الحكم والا فليكن ح ر
اطول ونفصل ر ك مثل ر ط ونصل ك ط ونفصل ط ل الفاصل مثل ك ح ونصل
ح ل فيكون سطح ح ل ط ك قائم الزوايا
ويكون في مثلثي ح ل ط ح ط ك ضلعا ح ل
ل ط وزاوية مساوية لضلعي ط ك ك ح وزاوية ك
فيكون زاويتا ك ح ط ح ط ل النظيرتان متساويتان
وهما المتبادلتان ولكون زاوية ط ح ك مساوية لزاوية
ا ح د يكون زاويتا ا ح د ح ط ه متساويتان وهي الخارجة
والداخلة ولكون زاوية د ح ط مع زاوية ا ح د معادلة لقائمتين فهي مع زاوية ح
ط ه ايضا معادلة لقائمتين وهما الداخلتان وذلك ما اردناه وهناك استبان
ان كل خط يقع عمودا على احد هذين العمودين فهو عمود على الاخرى **السادس**
اذا تقاطع خطان غير محدودين على غير قوائم وقام على احدهما عمودا فانه ان اخرج
قاطع للاخر في جهة الحادة فليتقاطع اب د ر على ه ولتكن زاوية ا ه د التي تلي آ
حادة وجارتها التي تلي ب منفرجة وليقم على د ر عمود ر ح **فاقول**
انه ان اخرج قاطع اب في جهة آ فلنعين على ا ه نقطة ط ونخرج عمود ط ك على د ر
فلا يخلو اما ان يقع فيما بين نقطتي ر ه او على نقطة ر منطبقا على ح ر او خارجا
عن ه ر فان وقع فيما بين ر ه فلنفرض خطا ونا خذ منه امثالا لا ه ك على الولاء
حتى يزيد جميعها على ه ر وهي ه ق ق ص ص ش ش ت ت ث ولنفصل
من ه آ امثالا لا ه ط بتلك العدة وهي ه ط ط س س ع ع ف

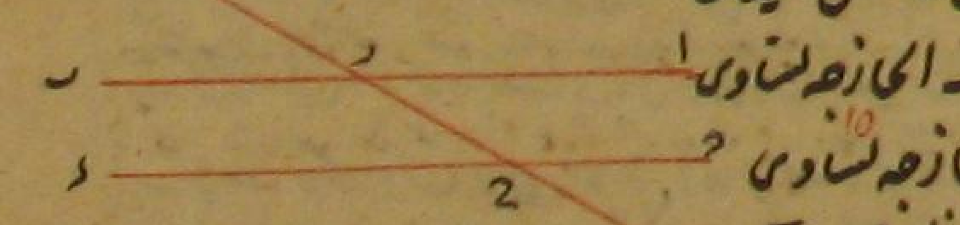
ويخرج من نقط س ع ف اعمدة س ع ع م ف ن على د ر ومن ط عمود
ط ى على س ل فيكون في مثلثي ه ط ك ط ى س زاويتا ه ط ك
س ى الداخلة والخارجة متساويتان وكذلك ما اردناه ك ط
ط ى س القائمتان وضلعا ه ط ط س فيكون ى ط المساوى
لل ك لكونهما متقابلتين في سطح ط ى ل ك القائم الزوايا
مساويا له ك وبمثل ذلك يتبين ان كل واحد من ل م
م ف ايضا مساو له ك فجميع اقسام ه ق
متساوية ومساوية لاقسام ق ث وبتلك
العدة ق ه ق ث متساويتان
و ق ث اطول من ه ر
فه ق اطول من ه ر فعمود ف ق قد وقع خارجا عما بين نقطتي ر ه وصار
ح ر داخل مثلث ف ق ه فاذن اذا اخرج عمود ح ر الموازي لعمود ف ق
الى ان يخرج من المثلث قاطع اب لا محالة في جهة ح وهي التي تلي الحادة واما ان
وقع عمود ط ك على نقطة ر منطبقا على عمود ح ر او خارجا عما بين ر ه كان ثبوت
الحكم اظهر فاذن الحكم ثابت **السابع** كل خطين وقع عليهما خط و
كانت الداخلتان في جهة اصغر من قائمتين فانهما ان اخرجا في تلك الجهة تلاقيا
فليكن اب د ر خطين وقع عليهما ه ر وكانت داخلتا ا ه ر د ر ه معا اصغر
من قائمتين **اقول** فانهما تتلاقيان في جهة ا د ان اخرجا وذلك لانه
اما ان يكون احدى هاتين الزاويتين قائمة او منفرجة او لا يكون بل يكونان
حادتين فان كانت احداهما قائمة كانت الاخرى حادة ويلتقيان في جهة الحادة
كما مر وان كانت احداهما منفرجة ولتكن هي زاوية ا ه ر فليخرج من ه عمود ه ح
على اب ومن ر عمود ر ط ايضا على اب
فيكون لوقوع ه ا على عمودي ه ح ر ط
متبادلتا ح ه ر ه ر ط متساويتين ولما كانت
زاويتا ا ه ر ه ر ح معا اصغر من قائمتين
وكانت زاوية ا ه ح قائمة تبقى جميع زاويتي
ح ه ر ه ر ح معا اعني زاويتي ه ر ط ه ر ح بل زاوية ط ر ح اقل من قائمة و
كانت زاوية اط ر قائمة فاذن الخطان تتلاقيان في جهتي ا د وان كانتا حادتين
فليخرج من ه عمود ه ح على د ر ومن ر عمود ر ط ايضا على د ر واذا القينا
زاويتي د ر ه ر ه ح معا اعني عن زاويتي د ر ه ه ر ط معا المتساويتين لزاوية
د ر ط القائمة من زاويتي ا ه ر د ر ه بقيت زاوية ا ه ح اصغر من قائمة وكا

ح ح ه قائمة فاذن هما يتلاقيان في جهة ا ح ولهذا الا فرد جا افره وهو ان يخرج من
ه عمود ه ك على خط ه ز فتكون زاوية ك ه ز قائمة وزاوية ه ز ح حادة
فيلاقي خط ه ك ز د ويلاقي ه ا ز د لا محالة في جهة ح ط وليبان ما ه
المقصود جاز ان يتم ثمنه اشكال خمس منها هي هذه التي مرة من الاول الى
الخامس وثلثة هي هذه **السادس** كل زاوية حادة فصل من احد ضلعيها
خطوط متساوية على الولاء واخرج من تلك المفاصل اعمدة على الضلع الاخر فالخطوط
التي يفصلها مواقع الاعمدة من ذلك الضلع متساوية ايضا فلتكن الزاوية ب ا ح
وقد فصل من ا ب خطوط ا د د ه ه ز متساوية واخرج من د ه ز اعمدة د ح
ه ط ز ي على خط ا ح **فاقول** ان خطوط
ا ح ح ط ط ي المفصولة بها ايضا متساوية فلنعمل
على د من خط ه د زاوية ه د ك مثل زاوية ا د ح ونخرجه الى
ك فيكون في مثلثي ا د ح د ه ك زاويتا ح ا د ك د ه متساويتان
وكذلك زاويتا ا د ح د ه ك الخارجة والداخلة وكذلك ضلعا ا د د ه فاح مساو
لد ك وزاوية ا ح د القائمة لزاوية د ك ه فيكون سطح د ك ط ح قائم الزوايا
و د ك منه يساوي ح ط اعني ا ح ومثل ذلك نبين ان ط ي ايضا مساو لـ
ح ط **السابع** كل زاوية فرضت نقطة فيما بين خطيها فانه يمكن ان يوصل بينهما
بخط مستقيم ثم تلك النقطة فلنفرض نقطة ز بين خطي ا ب ب ح المحيطين بزاوية
ا ب ح وندير على مركز ب وبعد ب ز قوس ه ز د المارة بنقطة ز د
ونصل وتره ز د وننصف زاوية ب ه ز
بخط ب ح الى حادثين فيكون في مثلثي ه ب ح
د ب ح ضلعا ه ب ب ح وزاوية ه ب ح
مساوية لضلعي د ب ب ح وزاوية د ب ح
فيكون زاويتا ب ح ه ب ح د متساويتين
كل قائمتين ونخرج ب ح الى ي
فيقطع قوس ه ز د على ط ونأخذ ب ح اضعافا يزيد مجموعها على ب ط ولتكن
تلك الاضعاف خطوط ع ب ونفصل من ضلع ب ا امثالا لـ ب ه يكون عددها
عدة تلك الاضعاف وهي ب ه ه ك ونخرج من اطراف تلك الخطوط وهي
ه ك اعمدة ه ح ك ل على ب ي فيفصل منه ب ح ح ل متساوية ويكون
مجموعها المساوي لـ ع ب اطول من ب ط فيكون موقع عمود ك ل على ب ي
وهو نقطة ل خارجا عن ب ط ونفصل من ب د ب م مثل ب ك ونصل م ل
فيكون في مثلثي ب ك ل ب م ل ضلعا ك ب ب ل وزاوية ك ب ل



مساوية

مساوية لضلعي م ب ب ل وزاوية م ب ل متساوي زاويتا ب ل ك م ل م
و ب ل ك قائمة ف ب ل م قائمة و ك ل م خط مستقيم ونصل ب ز ونخرجه الى
ن ونعمل على نقطة ز من خط ن ز زاوية ن ز ف مثل زاوية ز ن ل فيكون خطا
ف ز ك م متوازيان متساوي لتبادلتهما ونخرج ف ز حتى يخرج من مثلث ك م
على نقطتي ف ص فيكون خط ف ز ص هو الموصول من ضلعي ا ب ب ح
المار بنقطة ز ~~وهو لاثبات~~ **الثامن** وهو لاثبات
القضية ولكن الخطان ا ب
ح د الواقع عليهما ب ه والداخلتان
اللتان اصغر من قائمتين هما ا ب ه
ح ه ب ولنخرج
ب ه في الجهتين الى ه ز ونفصل من ب ا ا ح مثل ب ه فزاوية ا ب ه
مع زاوية ح ه ب اصغر من قائمتين ومع زاوية ا ب ه كقائمتين فزاوية ا ب ه
اعظم من زاوية ح ه ب فنعمل على ب من ب ح زاوية ح ب ط مثل زاوية ح ه ب
ونصل من خط ط ب ب ز المحيطين بزاوية بخطوط ما ط ح فزاوية
ط ح ب الخارج من مثلث ب ح اعظم من زاوية ح ب ه ونعمل على نقطة ح من
خط ب ح زاوية ب ح ك مثل زاوية ا ب ه ونخرج ح ك الى ان يقطع ب ط
على ك واذ تقدم ذلك **فاقول** فخطا ا ب ح د يتلاقيان لانا لو توهمنا تطبيق
ب ه على ب ح المساوي له انطبق ه د على ب ك لتساوي زاويتي ح ب ك
كط ب ه د و ب ا على ح ك لتساوي زاويتي ب ح ك ه ب ا فيلتقيان ضرورة
على نقطة ك فذلك ما وعدت بيانه ولنعد الى الكتاب **كح** اذا وقع خط على خطين
متوازيين فالمتبادلتان من الزوايا الحادثة متساويتان وكذلك الخارجة
ومقابلتها الداخلة والداخلتان من جهة معادلتان لقائمتين فليقع على خطين ا ب
ح د خط ه ز ح ط نقول فزاويتا ا ز ح ز ح د المتبادلتان متساويتان والا
فلتكن ا ز ح اعظم ونجعل زاوية ب ز ح مشتركة فمجموع زاويتي ا ز ح ب ز ح المعادلتين
لقائمتين اعظم من جميع زاويتي ز ح د ب ز ح فاذا خرجا لو ه ح عليهما وكون
داخلتي ب ز ح ز ح د اصغر من قائمتين يلتقيان
في جهة ب د وايضا فزاوية ه ز ب الى الخارجة تساوي
زاوية ه ح د الداخلة لان الخارجة تساوي
زاوية ا ز ح المقابلة لها وايضا فزاويتا ب ز ح



ز ح د الداخلتان معادلتان لقائمتين لان زاويتي ه ز ح ا ز ح كذلك وزاويتا ز ح
ا ز ح متساويتان وذلك ما اردناه **كط** الخطوط الموازية لخط متوازية مثلا كا ب ح د الموازيان

له د ولنقع عليها خط ح ط ك فلتوازي اب ه ز يكون متبادلتا ا ح ط د ط ح
متساويتين ولتوازي ح د ه ز يكون داخلة
ل ز ك ح وخارجة د ط ح متساويتين فاذن
متبادلتا ا ح ك ز ك ح متساويتان لتساويهما
خطا اب ج د متوازيان وذلك ما اردناه ه
نريد ان نخرج من نقطة مفروضة خطا موازيا لخط مفروض مثلا من نقطة ا لخط ب ج فلنعين
لا عليه د ونصل ا د ونعمل على ا من ا د زاوية د ا ه مثل زاوية ا د ج ونخرج ه ا الى ز
فه ز موازل ب ج لتساوي المتبادلتين وذلك
ما اردناه ه كل مثلث اخرج احد اضلاعه فزاويته
لب مساوية للمقابلتين الداخلتين وزوايا المثلث مساوية لقائمتين فليكن المثلث ا ب ج
والضلع المخرج ب ج الى د ولنخرج من ج ه موازيا لب ا فزاوية ا ج ه مساوية لزاوية ا
لكونهما متبادلتين وزاوية ه ج د مساوية
لزاوية ب لكونهما خارجة وداخلة فاذن
جميع زاوية ا ج د الخارجة من المثلث
مساوية لزاويتي ا ب الداخلة
وزاوية ا ج د مع زاوية ا ج ب مساوية لقائمتين فاذن المثلث الداخلة كذلك وذلك
ما اردناه اقول وان اخرجنا ا ز موازيا لب د بدل ج ه فكانت زاوية ز ا ب
مساوية لمتبادلتها اعني زاوية ب وزاوية ز ا ج مساوية لمتبادلتها اعني زاوية ا ج د
فاذن زاوية ا ج د مساوية لزاويتي ا ب ه الخطوط الواصلة من اطراف الخطوط
لج المتساوية المتوازية التي في جهة بعينها متساوية متوازية فليكن ا ب ج د متساويان
متوازيان ووصل بين اطرافهما ا ج ب د فهما متساويان متوازيان ولنصل ب ج
ففي مثلثي ا ب ج د ج ب ضلعا ا ب ب ج مساويان
لضلعي د ج ج ب ومتبادلتا ا ب ج د ج ب متساويتان
فا ج موازل ب د وذلك ما اردناه اقول
ولو اخرجنا ا د ايضا متقاطعا لب ج على ه فيكون
في مثلثي ا ه ج ب ه د لتساوي زاويتي ا ه ب ج ه د ومتبادلتي ا ب ه د ج ه وضلعي
ا ب ج د ضلعا ا ه ب ه متساويان وكذلك ضلعا ب ه د ه ولتساويهما في مثلثي
ا ه ج ب ه د وتساوي زاويتي ا ه ج ب ه د بينهما يكون ا ج مساويا لب د و
زاويتا ا ج ه ب د ه المتبادلتان متساويتين فا ج ايضا يكون موازيا لب د ه
لد الاضلاع المتقابلة من السطوح المتوازية الاضلاع متساوية وكذلك الزوايا المتقابلة
واقطار تلك السطوح تنصفها فليكن السطح ا ب ج د والقطر ب ج ففي مثلثي ب ا ج ب ج د

لتساوي متبادلتي ا ب ج د ج ب ومتبادلتي ا ج ب ج ب د
واشتراك ب ج يكون ضلعا ا ب ج د متساويين وكذلك ضلعا
ا ج ب د وزاويتا ا د وجميع زاويتي ا ب ج د ج ب او المثلثان
باسرهما فالسطح منصف ب ج وذلك ما اردناه اقول
وايضا ان لم يكن ا ب مساويا لج د فليكن مساويا لج ه ونصل ا ه فيكون مساويا موازيا
لب د الموازي لا ج فيكون ا ه ا ج المتقاطعان متوازيين هذا خلف ومثل هذا نبين
تساوي ا ج ب د واما الزوايا فان لم يكن زاوية ب ا ج مساوية لزاوية ب د ج فليكن
زاوية ب ا ه مساوية لها ونصل ا د فلتساوي متبادلتي ب ا د
ه د ا اعني زاوية د ا ه مساويا لزاويتي ا د ب وكانت زاوية د ا ز
مساوية لها هذا خلف ومثل ذلك نبين تساوي زاويتي ب ج
ثم نبين تساويهما وتساوي الاضلاع تساوي مثلثي ا ب ج د ب ج ويتبين من ذلك انه لا
منصف لهذا السطح يخرج عن زاويته غير قطره ه كل سطحين متوازيي الاضلاع يكونان على
قاعدة واحدة بين خطين متوازيين بعينهما فهما متساويان مثلا كسطحي ا ب ج د ه ب ج ز
له الكائنين على قاعدة ب ج بين متوازيي ب ج ا ز وذلك لان ا د ه ز المساويتين
لب ج متساويان ونجعل د ه مشتركا فيصير في
مثلثي ه ا ب ز د ج ضلعا ا ه د ز متساويان
وكذلك ضلعا ا ب د ج وزاويتا ب ا ه ج د ز
الداخلة والخارجة ويكون المثلثان متساويين
ونصيران بعد اسقاط سطح ح د ه وزيادة
سطح ح ب ج المشترك ايضا
متساويين وهما السطحان
وذلك ما اردناه اقول
ولهذا الشكل اختلاف وقوع
لان نقطة د تقع اما خارجة عن ا ز وتقاطع ب ه و د ج على ح كما مر واما منطبقة
على ه او فيما بين ا ز ولا يقع في الاخيرين الاشتراك واحد زائد هو مثلث او منحرف
والبيان واضح ه كل سطحين متوازيي الاضلاع يكونان في جهة واحدة على قاعدتين متساويتين
لو بين خطين متوازيين بعينهما متساويان مثلا كسطحي ا ب ج د ه ز ح ط الكائنين على قاعدتي
ب ج ز ح المتساويتين وفيما بين متوازيي
ب ح ا ط وذلك لانا نصل ب ه ج ط
فيكونان متساويين متوازيين لكون خطي
ب ج ه ط كذلك ويكون كل واحد من السطحين

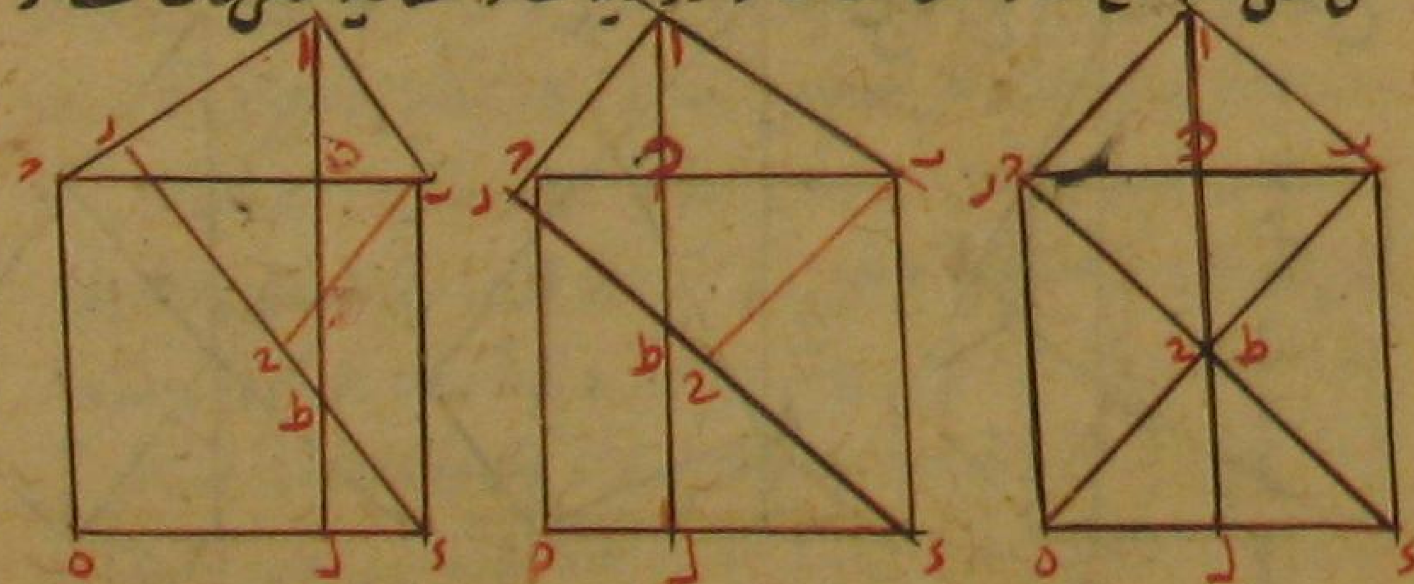
متساويا لسطح ه ب ح ط المتوازي الاضلاع الكاين معه على قاعدة واحدة بين متوازيين
بعينهما فان السطحين متساويان وذلك ما اردناه ه كل مثلثين يكونان في جهة واحدة
على قاعدة واحدة بين خطين متوازيين بعينهما فهما متساويان مثلا كمثلثي ا ب ج د
لو ب ج على قاعدة ب ج
بين متوازيي ب ج ا د ولنخرج
ب ه موازيا لـ ج ا و د ز موازيا لـ ب د
الا ان يلقيا ا د المخرج في جهتيه على ه ز
فيصير ه ب ج ا و ب ج ز د سطحين متوازيي الاضلاع على قاعدة ب ج فيما بين متوازيي
ب ج ه ز فهما متساويان وكذلك نصفاهما اعني المثلثين وذلك ما اردناه ه
كل مثلثين يكونان في جهة واحدة على قاعدتين متساويتين فيما بين خطين متوازيين بعينهما
فهما متساويان مثلا كمثلثي ا ب ج د ه ز على قاعدتي ب ج ه ز المتساويتين وبين
لز متوازيي ب ز ا د ولنخرج ب ح موازيا لـ ج ا و ز ط موازيا لـ ه د الى ان يلقيا ا د
المخرج من جهتيه على ح ط فيصير ح ب ج ا
د ه ز ط سطحين متوازيي الاضلاع على
قاعدتين متساويتين فيما بين متوازيي
ب ز ح ط فهما متساويان وكذلك
نصفاهما اعني المثلثين وذلك ما اردناه ه كل مثلثين متساويين في جهة واحدة على
قاعدة واحدة فهما بين خطين متوازيين مثلا كمثلثي ا ب ج د ب ج على قاعدة ب ج
ونصل ا د فهو مواز لـ ب ج والا فليكن ا ه موازيا له وليلق ب د الخارج معه على ه
على اقل من قائمتين عنده ونصل ه ج فمثلث ه ب ج
مساو لمثلث ا ب ج المساوي لمثلث د ب ج ويلزم
تساوي الجزء والكل هذا خلف فاذن الحكم ثابت
لح وذلك ما اردناه اولا وان وقع ه خارجا عن ب د
كان البيان كما مر ه كل مثلثين متساويين على قاعدتين
متساويتين من خط بعينه في جهة واحدة
فهما بين خطين متوازيين مثلا كمثلثي ا ب ج د ه ز الكاينين
على قاعدتي ب ج ه ز المتساويتين من خط ب ز ونصل
ا د فهو مواز لـ ب ز والا فليكن ا ح موازيا له وليلق
م ه د على ح ونصل ح ز فيكون مثلث ح ه ز و د ه ز الجزء
والكل متساويين لكون كل واحد منهما مساويا لمثلث ا ب ج هذا خلف فاذن الحكم
ثابت وذلك ه كل سطح متوازي الاضلاع ومثلث يكونان في جهة واحدة على قاعدة

واحدة بين خطين متوازيين بعينهما فالسطح ما
ضعف المثلث مثلا كسطح ا ب ج د ومثلث
ه ب ج الكاينين على قاعدة ب ج وبين
متوازيي ب ج ا ه ولنصل ا ج فسطح ا ب ج د
هو ضعف مثلث ا ب ج المساوي للمثلث ه ب ج وذلك ما اردناه اولا وكذلك ان كانا على
قاعدتين متساويتين ويستعمله صاحب الكتاب في الشكل الثالث من المقالة الثانية
عشر ه نريد ان نعمل سطحا متوازي الاضلاع تساوي مثلثا مفروضا ويساوي احدى
زواياه زاوية مفروضة وليكن المثلث ا ب ج والزاوية د فننصف ب ج على ه
ونصل ا ه ونعمل على ه من ه ج زاوية ج ه ز كزاوية د ونخرج من ا ا ح موازيا لـ ه ج مب
فيلقى ه ز لخروجهما عن ا ه على اقل من قائمتين ونخرج
من ج ج ح موازيا لـ ه ز الى ان يلقى ا ح على ح
فيحدث سطح ز ه ج ح المتوازي الاضلاع وهو مساو
لضعف مثلث ا ه ج اعني المثلث ا ب ج المفروض و
زاويته اعني زاوية ز ه ج مساوية لزاوية د وذلك ما اردناه اولا وههنا اختلاف
وقوع لان د ز اما ان ينطبق على ه ا او يقع في احدى جهتيه ه المتممان وهما كل سطحين
متوازيي الاضلاع يقعان في سطح متوازي الاضلاع عن جنبتي قطره متلاقيين على نقطة من
القطر ومشاركين لذلك السطح في زاويتين فهما متساويان مثل كسطحي ا ط ه ز د ك
ز ح الواقعين في سطح ا ب ج د عن جنبتي قطر ب د المتلاقيين على ز من القطر مج
المشاركين لسطح ا ب ج د في زاويتي ا ج وذلك لان سطحي ط ب ك ز
ه ز ح د ايضا متوازيا الاضلاع فانصاف السطوح الثلثة اعني
مثلثات ا ب د ب ط ز ب ك ز ومثلثي
ه ز د ح ز د متساوية واذا القينا مثلثي ط ب ز ه ز د
من مثلث ا ب د ومثلثي ب ك ز ز ح د من ب ج د
بقي المتممان متساويين وذلك ما اردناه ه نريد ان نعمل على خط مفروض
سطحا متوازي الاضلاع تساوي مثلثا مفروضا ويساوي احدى زواياه زاوية
مفروضة وليكن الخط ا ب والمثلث ج د ه والزاوية ز فنعمل سطح ح ب ك ط
مساويا للمثلث وزاوية ب منه مساوية لزاوية ز على ان يكون ا ب ك
خطا واحدا ونتمم سطح مد
ل ا ب ح المتوازي الاضلاع
ونصل قطر ل ب ونخرجه
ونخرج ط ك الى ان يلتقيا على م

طرفاهما عن ل ط على اقل من قائمتين ونخرج م ه موازيا لـ ك او نخرج ل ا ح ب
الى ان يلتقيا على ه ش وذلك لخروج كل واحد منهما مع م ه عن ل م على اقل
من قائمتين اعني على زاويتين متساويتين لزاويتي ب ل ا ل ب م من مثلث
ا ل ب فيكون سطح ط ه متوازي الاضلاع وسطحي ط ب ب ه فيه متممين فاذن
سطح ب ه المعمول على ا ب مساو لسطح ب ط اعني المثلث د ه ر وزاوية ا ب ش
منه اعني زاوية ح ب ك مساوية لزاوية ر وذلك ما اردناه ه نريد ان نعمل
على خط معروض سطحا متوازي الاضلاع يساوي سطحا مفروضا مستقيم الاضلاع و
يساوي احد حواده زاوية زاوية مفروضة وليكن الخط ه ط والسطح المفروض ا ب د ر مه
والزاوية ل فنقسم السطح بمثلثي ا ب د ب د ر ونعمل على ه ط سطح ر ه ط ك مساويا
لمثلث ا ب د وزاوية ه منه
مساوية لزاوية ل وعلى ر ك
المساوي له ط سطح ح ر ك م
مساويا لمثلث ب د ر وزاوية
ح ر ك منه مساوية لزاوية ل اعني لزاوية ه فيكون هي مع زاوية ه ر ك معادلتين لقائمتين
ويصل ه ح خطا مستقيما وكذلك ط م فيكون ه م المتوازي الاضلاع معمولا على ه ط
ومساويا للسطح ا ب د ر وزاوية ه منه مساوية لزاوية ل وذلك ما اردناه اقول
وهذا الشكل مما يكثر في تسمية الحجج ه نريد ان نعمل على خط مربعا مثلا على خط ا ب فنخرج
مو من نقطة ا عمود ا د ونجعله مساويا لـ ا ب ومن ب خط ب ح موازيا لـ ا د ومن د
خط د ح موازيا لـ ا ب الى ان يلتقيا على ح لخروجهما عن
خط يتوهم واصلا بين د ب على اقل من قائمتين فيكون
سطح ا ح المتوازي الاضلاع متساويها لتساوي ضلعي
ا د المتساويين لمقابليهما قائم الزوايا لكون زاوية
ا قائمة وزاوية ب اعني تمامها من قائمتين ايضا
قائمة والباقيتين مساويتين لهما فاذن سطح ا ح مربع معمول على ا ب وذلك ما
اردناه ه كل مثلث قائم الزاوية فان مربع وتر زاويته القائمة لمربعي ب ا ا ح
ضلعيها مثلا في مثلث ا ب ح مربع ب ح وتر زاوية ا القائمة لمربعي ب ا ا ح و
لنعمل المربعات وهي ب ح ه د ب ح ر ا ط ك ح فنصل ر ا ح خطا واحدا لكون
زاويتي ب ا ر ب ا ح قائمتين وكذلك ب ا ط ونخرج من ا ا ل موازيا لـ ب ه
فيقع داخل المثلث لان زاوية ر ب ا اكبر من قائمة فيكون زاوية ب ا ل اصغر
مبرهو من زاوية ب ا ح القائمة فيقطع لا محالة ب ح على ه ويتمم مربع ب ه ال سطحي
ك ب د ونصل ح د ا ك فلان في مثلثي ح د ب ا ك ب ضلعي ح ب ب د

وزاوية

وزاوية ح ب د مساوية لضلعي ا ب ب ك وزاوية ا ب ك يكون المثلثان متساويين
ومثلث ح د ب يساوي نصف مربع د ب لكونهما على قاعدة ح ب بين متوازيين
ح ب د ح وكذلك مثلث ب ا ك
يساوي نصف سطح ب ل لكونهما
على قاعدة ب ك بين متوازيتي
ب ك ا ل فمربع د ب يساوي
سطح ب ل لتساوي نصفيهما
وبمثل ذلك نبين ان مربع
ط ح يساوي سطح د ل فاذن مربع
ب ح يساوي مربعي ب ا ا ح وذلك ما اردناه
اقول وهذا الشكل يلقب بالعروس و
يمكن ان يختلف وقوع المربعات الثلثة
بحسب جهات اضلاع المثلث وينحصر ذلك في ثمنية
اوجه اذ كان لكل ضلع جهتان وضرب
الاثنين في الاثنين ثمنية ويختلف البيان
بحسب الاختلاف فيكثر البراهين وايضا
ربما لا يخرج خط ا ل الموازي وربما لا
يعمل مربعا الضلعين عليهما اولا يعملان اصلا بل يعمل مربع مجموعهما او فضل احدهما
على الاخر وانا اشير الى اكثر ذلك وان كان مؤديا الى تطويل اقول
اذا اردنا ان يكون مربع احد ضلعي القائمة في الجهة الاخرى من الضلع اعني
يكون منطبقا على المثلث وليكن المثلث ومربع وتر القائمة وخط ا ل الموازي
بحالها والمنطبق مربع ا ب ومنه ب ر ف ا ما ان يساوي د ا او يكون اطول منه او
اقصر ويقع ر ح بينهما اما منطبقا على د وخارجا عن ا د او عليه ونصل ر ح فلان زاويتي
ا ب ح د ب ر قائمتان وزاوية د ب ح مشتركة بين زاويتا ا ب د ح ب ر متساويتين ويكون
في مثلثي ب ا د ح ب ر ضلعا ا ب ب د وزاوية ا ب د مساوية لضلعي ح ب ب ر



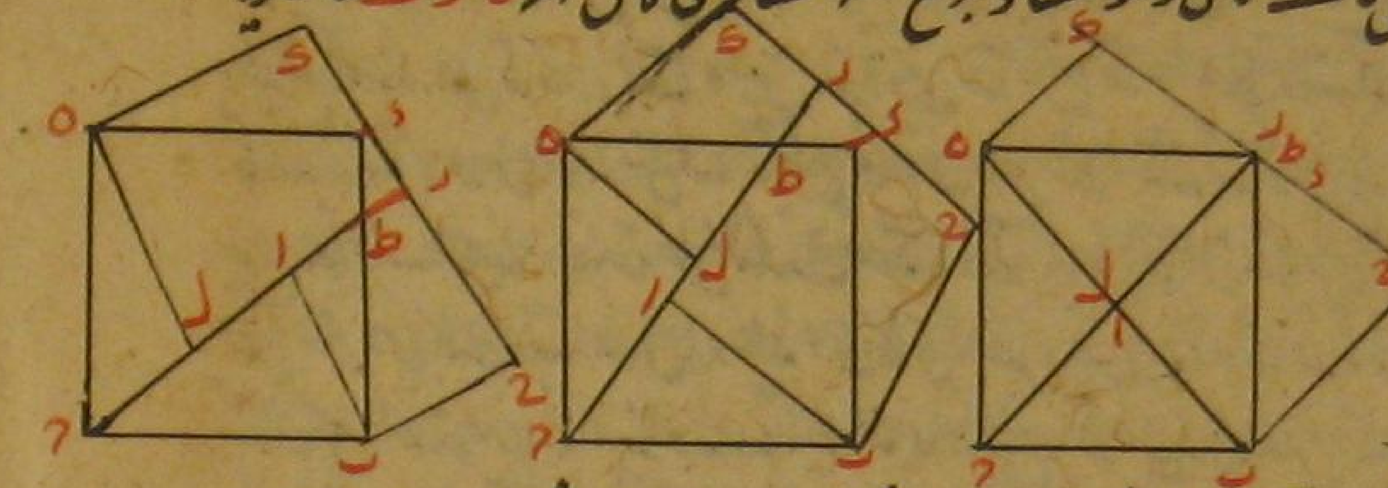
وزاوية ح ب د على التناظر فتكون زاوية ب ح د كزاوية ب آ د قائمة وخط د ح ر
خطا واحدا موازيا لـ ا ب قاطعا لـ ا ل على ط ولما كانت زاوية ه آ د مساوية لزاوية
د ب ا اذ كل واحدة منهما تمام زاوية ب آ ه من قائمة وكانت زاوية ا د ح
قائمة فنقطة ط تكون اما نقطة ح بعينها وينطبق د ط ح خطا ان ساوى ا ب ا د
لتكون زاوية ط آ د اعني زاوية د ب ا نصف قائمة او غيرها على خط د ح ان
كان ا ب اطول لتكون الزاوية المذكورة اصغر من نصف قائمة او خارجا عنه
ان كان ا ب اقصر فتكون الزاوية اعظم وعلى التقديرات فمربع ب آ ر ح ومسطح
ب ا ط ر الكائنان على قاعدة ا ب وبين متوازيتي ا ب ر د متساويان و
كذلك سطحا ب ا ط ر ب ه ل ء اللذان على قاعدة ب ر وبين متوازيتي ب ر
آ ل فمربع ب آ ر ح تساوي سطح ب ه ل ر وبمثل هاتين ان مربع ضلع آ د ايضا
تساوي سطح د ل منطبقا كان على المثلث او غير منطبق فتبين البرهان على تقدير اربعة
اختلافات من الثمنية وبقي اربعة ينطبق مربع وتر القائمة فيها على المثلث ٤ فلنرسمه
كذلك ولكن الخط الموازي لخالة قاطعا لـ ب د على ه ولـ د ه على ل ولنفقد اولا كون
مربع خط ا ب غير منطبق على المثلث فنخرج د آ الى ان يخرج عن المربع ووجوده يكون
اما على نقطة ر وذلك عند تساوي ضلعي ا ب ا د لتكون ضلعا آ ر ا ب ايضا متساويين
وزاوية ا ر ب اعني زاوية ا د ب نصف قائمة او على نقطة غيرها كنقطة ك اما من
خط ر ه وذلك عند كون ا ب اطول من ا د لتكون ضلع ك ه اقصر من ه د و
زاوية ه د ك اعني زاوية ا ب د اصغر من نصف قائمة واما من خط ر ب د
وذلك عند كون ا ب اقصر من آ د لتكون ضلع د ب اقصر من ضلع ب د وزاوية
ك ب اعني زاوية ا د ب اصغر من نصف قائمة وعلى التقديرات نخرج عمود ب ح على
ا ب ومن ر عمود ر ح على ب ح ونخرج ا ك الى ان يلقى ر ح على ر وذلك لانا اذا
توهمنا خطا يصل بين ر ح الا حاط معهما في جهة ر ما قل من قائمتين فيكون سطح ا ب ر ح
متوازي الاضلاع قائم الزوايا ولان في مثلثي ر ح ب ا ب د ضلع ر ب وزاوية
ر ح ب القائمة وزاوية ر ب ح مساوية لضلع ب د وزاوية ب ا د القائمة و
زاوية د ب ا يكون ضلعا ا ب ب ح متساويين فيكون سطح ا ب ر ح مربعا وهو مربع ا ب

غير منطبق على مثلث ا ب د كما قصدناه ونخرج ح ر آ ل الى ان يلتقيا على ط وذلك
لاخراجهما عن خط ر آ على اقل من قائمتين فيكون سطح ر ب آ ط المتوازي الاضلاع مساويا
للمربع لكونهما على قاعدة ا ب وبين متوازيي ب آ ح ط وللسطح ر ب ه ل لكونهما على
قاعدة ب ر وبين متوازيتي ب ر ط ح فاذن مربع خط ا ب تساوي سطح ر ب ه ل ولنرسم
مربع خط ا ب ايضا منطبقا على المثلث فتقع نقطة ر على د ان تساوى الضلعان او خارجه
عن آ د ان كان ا ب اطول او عليه ان كان اقصر ويكون زاويتا ه آ د ب آ ا متساويتين
لكون كل واحدة منهما تمام زاوية ب آ ه لقائمة ونخرج آ ه الى ان يلقى ضلع ر ح على ك
وهي تقع اما على ح بعينها ان ساوى ا ب ا د وكانت زاوية ه آ د اعني زاوية
د ب ا نصف قائمة او على غيرها اما من ضلع ر ح ان كان ا ب اطول والزاوية المذكورة
اصغر من نصف قائمة او بعد اخراجه ان كان ا ب اقصر والزاوية اعظم ونخرج ر ب
ر ك الى ان يلاقيا على ط فمن مثلثي ا ب د ا ر ك ضلع وزاويتا ا ب د مساوية
لنظائرها وهي ضلع آ ر وزاويتا ا ر ك ر آ ك فا ك تساوي ب د اعني ر ب
وسطح ا ب المتوازي الاضلاع تساوي تارة سطح ر ه لكونهما على قاعدتين
متساويتين وبين متوازيتي ر ط ل ك وتارة مربع ا ب ح ر لكونهما على قاعدة
ا ب وبين متوازيي ا ب ر ط فالمربع تساوي السطح واذا بينا مثل ذلك ان مربع ضلع
آ د تساوي سطح د ل منطبقا كان او غير منطبق تبين البرهان على سائر الوجوه

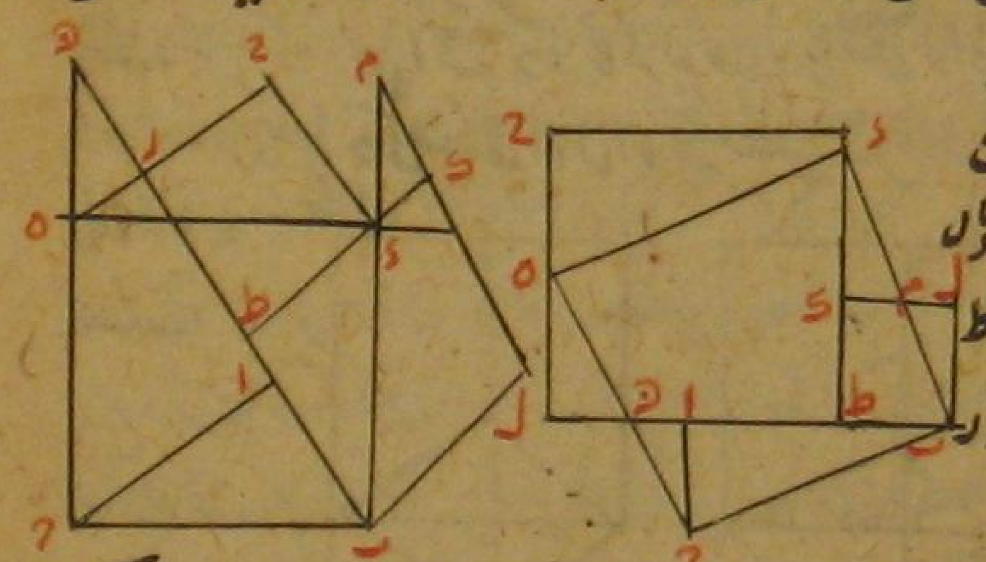
هذا اذا
فصلنا
مربع وتر
القائمة فالخط
الموازي
الى ما ساوى
المربعين

اما اذا لم نفصله ورسمنا مربع القائمة منطبقا على المثلث واخرجنا احد ضلعي المثلث
كـ ج آ مثلا الى ان يخرج عن المربع على ط فان وقعت ط على ر كان ضلعا ا ب ا د
متساويين وان وقعت على احد ضلعي ر ب ر ه كانا مختلفين ولنخرج من ر عمود
ر ر عليه ومخرجه في الجهتين ومن نقطتي ب ه عمودي ب ح د ك عليه ومن ه
على د ر عمود ه ل فيقع على آ ونصل ه ل ا ب خطا ان ساوى الضلعان وعلى غيرها
ان اختلفا ففي مثلثات ا ب د ح ب ر ك ر ه ل د ه الاربعة اضلاع ب د
ب ر ر ه ه د متساوية وزواياها ح ك ل قوائم والزوايا الباقية المتناظرة
متساوية مثلا زاويتا ا ب د ح ب ر لكون كل واحدة منهما تمام زاوية ا ب ر

من قائمة فالمثلثات واضلاعها النظائر متساوية وسطح اح مربع لتوازي اضلاعه وتساوي ضلعيه ه ك ه ل وهو متساو لمربع اح لتساوي ه ل اح فاقول انهما ساويان مربع ب ه

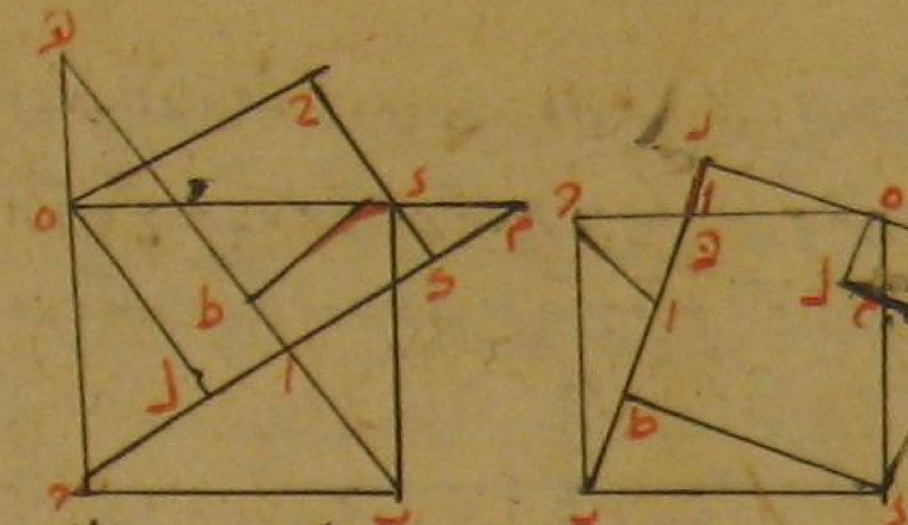


وذلك لان مثلثي ح ك ب ه ك ه معا مساويان مثلثي ا ب ح ه ل ح معا فاذا جعلنا باقي السطح مشتركا واضفناه الى الاولين حصل المربعات او الى الاخرين حصل المربع فان اردنا على تقدير الاختلاف ان لا يكون مربع اب ايضا عليه كما لم يكن مربع اح عليه اخرجنا ضلع ب ا ملاقيا لح ه على د ومن ر ه عليه عمودي ه ر ر ط ونخرج ه ر ومن ء عليه عمود ر ح ونجعل ط ك مثل ط ب ونخرج ك ل موازيا لط ب وملاقيا لد ب على م ومن ب عليه عمود ب ل ونبين ان مثلثات ا ب ح ط ر ب ح ر ه متساوية وان سطحي ل ط ر م لعاب متساويان لمربعي الضلعين ومن تساوي ل ب اح وتساوي الزوايا ان مثلثي ل ب م ا ح د متساويان

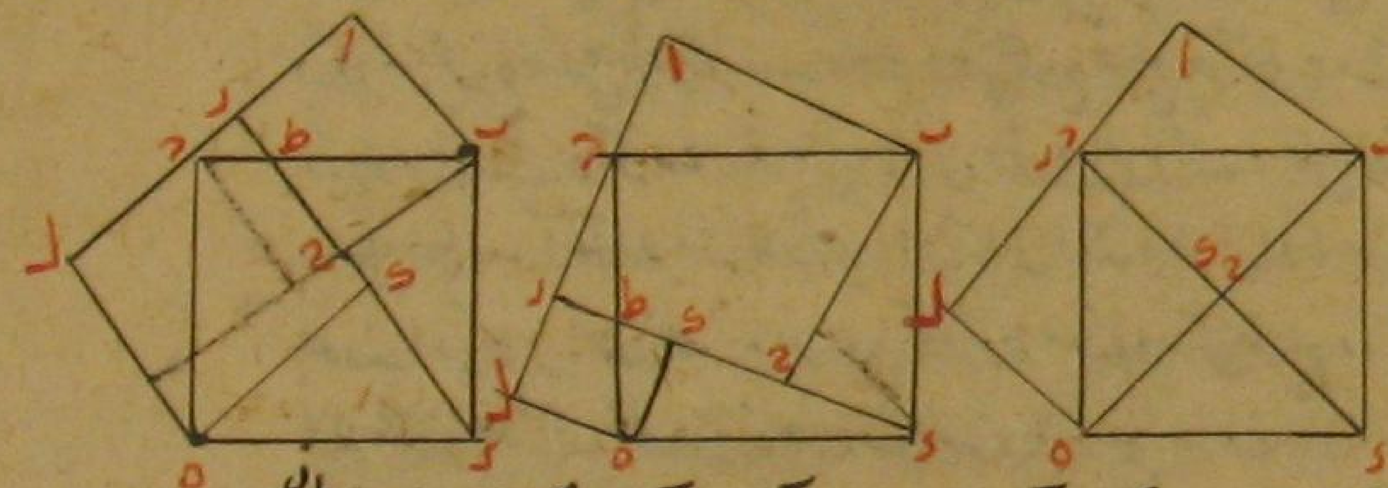


ومن تساوي م ر ه د ايضا ان مثلثي ر م ك ه د ر متساويان لكون جميع مثلثي ل ب م ر ب ط اعني جميع مربع ل ط ومثلث ه د ر مساويا للمثلث ب د د ونضيف الى الاول مثلث ح ر ه والى الاخر مثلث ط ا ب ونجعل سطح ر ط د ه مشتركا زائدا ان كان اب اطول من اح او زائدا لبعضه وناقصا لبعضه ان كان اقصر لصح المربعان مساويين لمربع الوتر وان اردنا مع ذلك ان يكون مربع احد الضلعين منطبقا على الاخر نعمل مثل ما عملنا في الشكل المتقدم الا انا نجعل ح ك مثل ح ه ونخرج ك ل ه ل موازيين لح ر ح ر الى ان يلتقيا على ل و ك ل يلاقي ر ه على م ونصل ما د خط ان كان اب الاطول اح ونبين بعد بيان تساوي المثلثات الثلثة من تساوي ه ل و اح وتساوي الزوايا مثلثي ه ل م د ا ه ومن تساوي ر ك ه ا اعني فضل احد الضلعين على الاخر تساوي مثلثي ر ك م ه ر د فيكون جميع مثلثي ر ح ه م ل ه اعني مربع ح ك ومثلث ه د ر مساويا للمثلث ب د د ونضيف الى الاول مثلث ر ح ه والى الاخر مثلث ر ط ب ونجعل سطح ه ر ط د مشتركا زائدا ان كان اب اطول او زائدا لبعضه وناقصا لبعضه ان كان اقصر لصح جميع مربعي ح ل ح ط

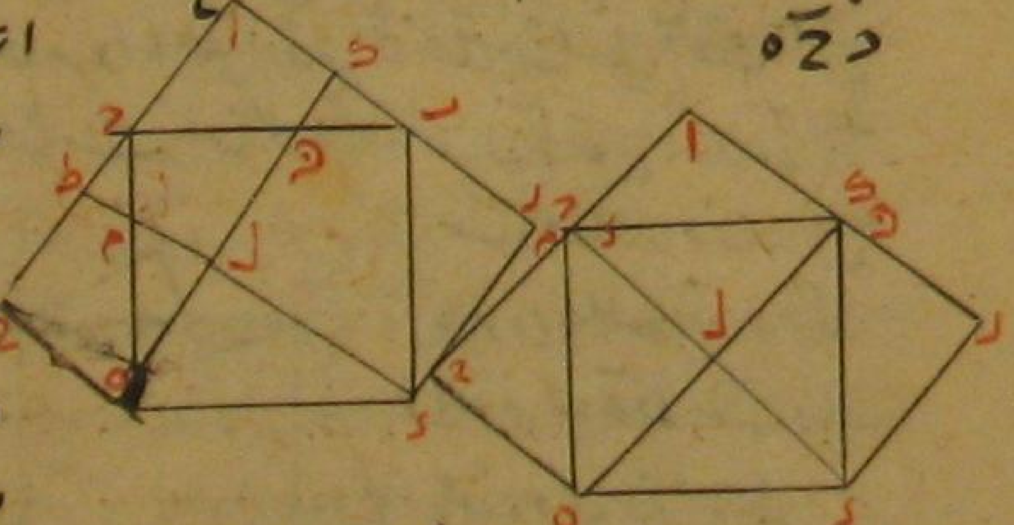
تساوى



مساويا لمربع ر ح وايضا ان اردنا ان لا يكون مربع الوتر منطبقا على المثلث بل يكون المنطبق مربع احد الضلعين فقط ولكن الضلع اب ومربعه ا ر ح ب ر منطبق على د ان تساوي الضلعان ويقع خارجا من اح او عليه ان اختلفا ونفصل ر ح ونبين بمثل ما مر ان ر ح ر خط واحد ونخرج من ه عليه د على ا ر عمودي ه ك ه ك ونفصل ه ك ب ح خطا واحدا ان تساويا وليقع من ر ح او ح ر ان اختلفا ثم نبين تساوي المثلثات الاربع ومن تساوي ه ك ه ل ان سطح ك مربع مساو لمربع ضلع اح ثم نبين ان مجموع مثلثي اب د ل د ه مساويا لمجموع مثلثي ك ر ه ح ب ر ونجعل ما في السطح مشتركا ان المربعين مساويان لمربع الوتر وان اردنا ان لا يكون واحد منها منطبقا على المثلث

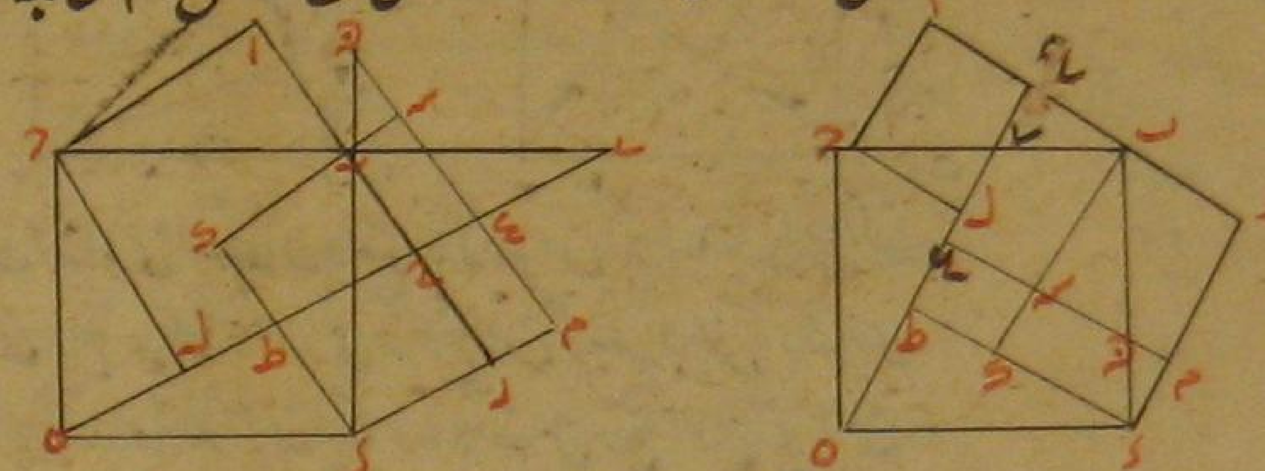


ومربع الوتر واخرجنا الضلعين ومن ر ه عمودي ر ر ه ح عليهما و ر ط ه ك متوازيين لهما متقاطعان على ك ويقطعان د ه د ب على م د فنحد نقطة د ط م المثلث ان تساوي الضلعان ونحطا كل مثلث بمثلث ان اختلفا ونبين تساوي مثلثات اب د ر ك ب ل ر ه ح د ه وان سطحي ر ك ل ح مربعان تساويان مربعي الضلعين ونبين من تساوي ب ك د ط اعني الفضل بين الضلعين وتساوي الزوايا تساوي مثلثي ب ك د د ط م ومن مثل ذلك تساوي مثلثي ر م ه ه د د ويبقى بعد اسقاط مثلث م ك ه المشترك سطح د ك م د مساويا للمثلث ر ك ه اعني د ح ه



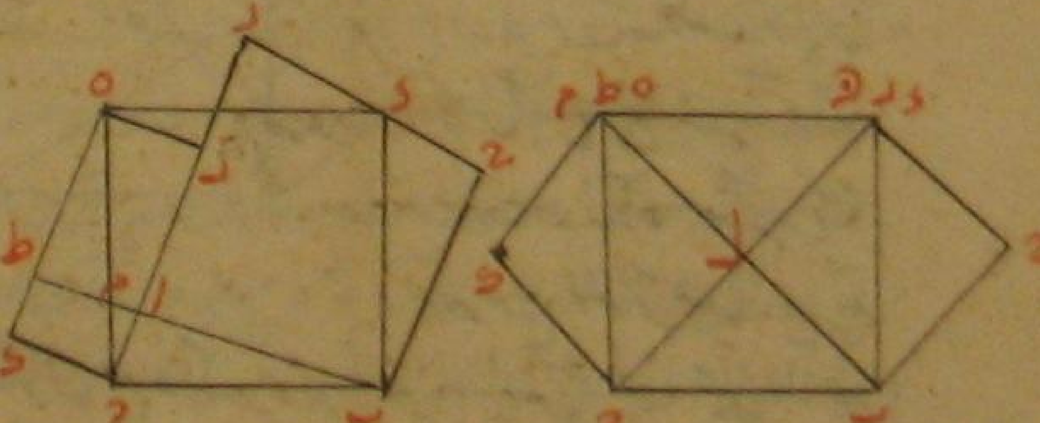
اعني مجموع سطح م ح ه ط ومثلث ب ك د ونضيف اليهما مثلثي ر ك ه ر ب المشتركين ونجعل مجموع سطح د ب ر ل ومثلث م ك ه مشتركا فيصير مربع الوتر مساويا للمربعين وان اردنا ان يكون مع ذلك مربع احد الضلعين منطبقا على الآخر

اما على التقدير التساوي فظاهر واما على تقدير الاختلاف فلنخرج اب ومن ز ه عمودي
ز ر د ح عليه ولنلتق ه ح ب د على ي ومن ز عمودي ز ط على ح ه ومن ب عمود
على ز ط ومن د عمود د ك على ه ح ونجعل ز م في جهة ز مثل ز ك ونخرج م ف س ع

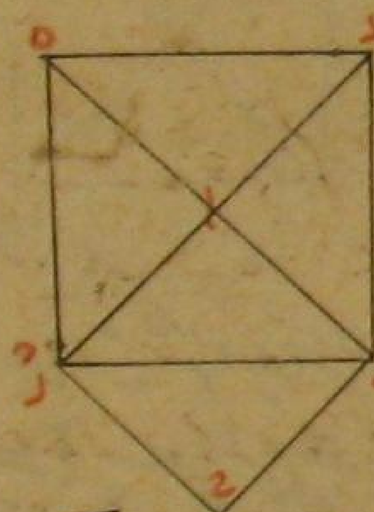


موازيا لز ط وهلا فيلاقي
على ف ولب ك على
س ه ولد ح على ع
ونبين تساوي مثلثات
اب د ل ه د ط ه ر
ر ز ب ر ب ك وان

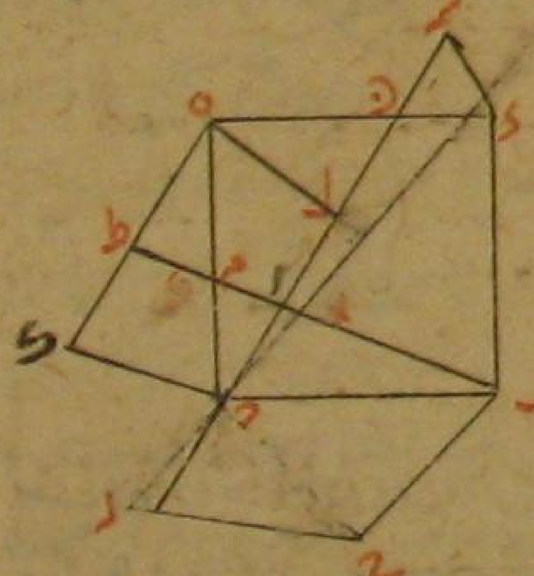
م ك ز ط مربعان مساويان لمربعي الضلعين ونبين ايضا من تساوي م ... ر
د ك وتساوي الزوايا ان تساوي مثلثي م ز ف ل د ي ومن تساوي ب س ه
ب ح اعني الفضل بين الضلعين وتساوي الزوايا تساوي مثلثي ب ف س ه ب ع ح
فظهر ان مجموع مثلثي م ف ز ب ز ك اعني مجموع مربع م ك ومثلث ب ح ي
تساوي مثلث ه د ي ونزيد على الاول مثلث ر ز ب وعلى الاخر مثلث ط ز ه
ونجعل سطح ب ز ط ي مشتركا زائدا ان كان اب اطول او ناقصا بعضه وزائدا
بعضه ان كان اقصر يصير مربعا م ك ز ط مساويين لمربع ب ه وقس بهذه
الاشكال امثالها المختلفة باختلاف الشروط فان اشترطنا ان يكون المربعات
جميعا على الاضلاع انفسها في احدى جهتيها وقع على غيره او حد لما رسمنا ما يكون
فيه مربع الوتر منطبقا على المثلث فقط فلنرسمها ولنخرج ضلعي ب ا د ا الى ان نخرجا
عن المربع على م ف فيقعان على ه ز ان تساويا او على احد الضلعين ان
اختلفا ونخرج من ز ه عمودي ز ر ه ط عليهما ونخرجهما ومن ب د عمودي
ب ح د ك الى ان يلقيا على ح ك ولكن على تقدير الاختلاف ب ا اطول
فلنخرج من ه عمود ه ل على د ز فيقع على غير النقطة التي يقع عليها على تقدير التساوي
ويكون سطحا ز ك ا ح متوازيي الاضلاع بل مربعين مساويين لمربع ب ه
على تقدير التساوي وذلك ظاهر واما على تقدير الاختلاف فسطحا ا ك ا ح
مربعان وليس ز ك بمربع ومثلثات اب د ك ه د ل د ه ح ب ز متساويات
متساويات الاضلاع
والزوايا النظاير ومثلثا
ا ح م ل ه ه متساويان
لتساوي زواياهما و
تساوي ضلعي ا د ل ه



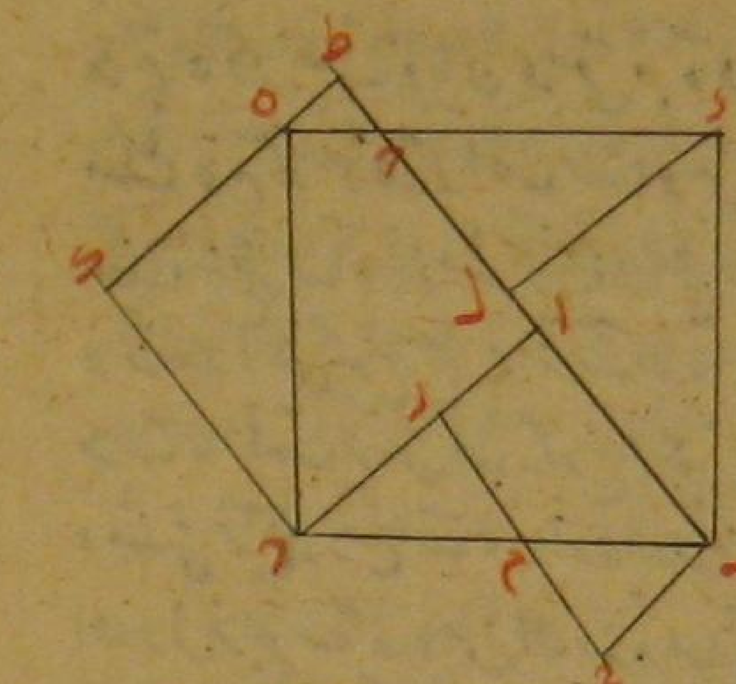
ف م د ف متساويان وبقي م ه ف ر متساويين ويكون لذلك ولتساوي الزوايا
مثلثا ه م ط ر ف د ايضا متساويين فلما كان مثلثا ل ه ف متساويين فاذا
جعلنا سطح ل ا ه م مشتركا كان سطح ف ا م ه مساويا للمثلث ل د ه اعني مثلث
ه د ك اعني مجموع سطح م ح ك ط ومثلث ر ف د واذا اضفنا اليهما مثلثي ا ب ح
ح ب ر المتساويين صار مجموع سطح ا م ه ومثلث ا ب ح مساويا لمجموع سطح م ح ك ط
ومثلثي ر ف ح ح ب ر واذا جعلنا سطح ر ب ا ف ومثلث ا ف م مشتركا حصل من
الاول مربع ب ه ومن الاخر مربعا ا ح ا ك فثبت الحكم وقس عليه ان كان ب ا
اقصر ومنها ما يكون المنطبق فيه مع مربع الوتر مربع احد الضلعين مثلثات اما
على تقدير التساوي فالحكم بين لتساوي المثلثات وكون كل اثنين منها كمربع
احد الضلعين وكون الاربعة لمربع الوتر واما ان
كان اب اطول رسمنا مربعه ايضا على ما يجب واخرجنا
د ا الى ان نخرج من المربع على ف من ضلع ز ه ومن ز د



عمودي ز س ه ك عليه ومن د عمود د ك على ا د د
من ه عمودي ه ك عليه واخرجنا ب ا الى ان يلاقيه على ط
ونبين ان ا ك مربع كما مر ونصل د ح ز ا ونبين من تساوي ا د ه ل
وزاويتي ا د م ل ه ف تساوي مثلثي ا م د ك ه ف ومن
جعل سطح ل ا م ه مشتركا ان سطح ف ا م ه مساو لمثلث ل د ه اعني مثلث ه د ك
ومن تساوي د م ه ف تساوي م ه ف ر الباقيين ومنه ومن تساوي الزوايا تساوي
مثلثي ر س ف ه م ط وايضا من تساوي زاويتي ر ب ا د ب ح وضلعي ب ع
ب د وضلعي ب ح ب ا تساوي مثلثي

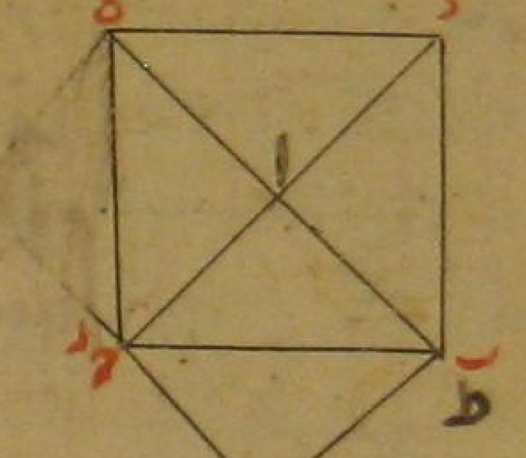


ر ب ا د ب ح ومن تساوي زاويتي ز س ه
د ح د الباقيين وتساوي زاويتي س ه ز الحادثين
وتساوي ضلعي ا ز ح د تساوي مثلثي ا ز س ه
ح د ثم نقول لما كان جميع ر ب ا س ه مساويا
لجميع د ب ح ر وكان مثلث ر س ه ف مساويا
لمثلث ه م ط يكون جميع سطح ر ب ف ا ومثلث
ه م ط مساويا لسطح د ب ح ر ونجعل سطح م د ط ك مشتركا فيصير جميع سطح ر ب ف ا
ومثلث ه د ك اعني سطح ف ا م ه بل جميع سطح ر ب م ه مساويا لجميع سطحي د ب
ح ر م د ط ك ونجعل مثلث ب م د مشتركا يصير مربع الوتر مساويا للمربعين واما
ان كان اب اقصر اخرجناه الى ان نخرج عن ز ه على ف ومن ز ه عليه عمودي
ز ك ه ط واخرجناه ومن د عليه عمود د ك وبينا ان مثلثات اب ح

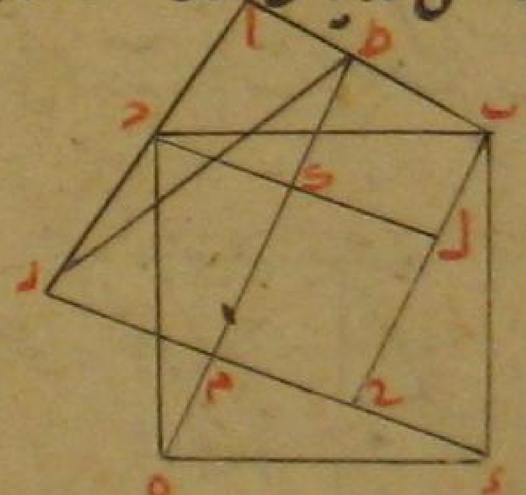


ک ہ د ل ب ر مساویة وان اک مربع
وان مثلثی ر ل ک ہ ب ح م متساویان و
ان ہ ہ م ک الباقیتین متساویان وان
مثلثی ہ ک ط م ر د متساویان فیتبین ان
جمیع مثلثی ب ر ہ م ر د مساو لجمیع مثلثات
ک ہ د ہ ط ہ ب ح م واذا جعلنا باقی السطح
مشترکا ومنها ما یکون جمیع المربعات منطبقا علی

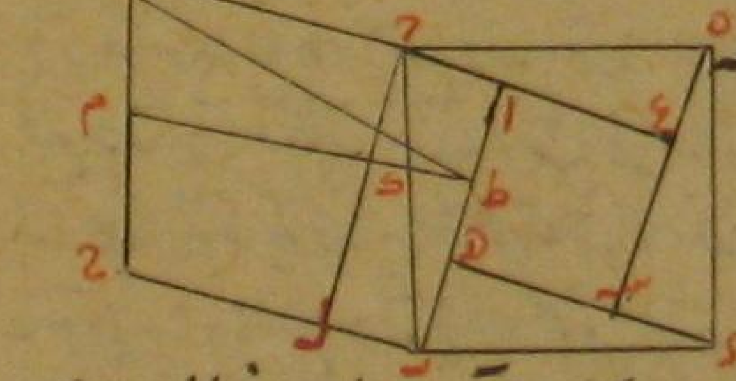
المثلث اما علی تقدیر التساوی فتنطبق مربعا الضلعین
والحکم الظاهر واما ان کان احد الضلعین اطول ولیکن
اب فنرسم المربعات علی ما کتب ونخرج د ک الی ل
و ط ک الی ح ومن ر عمود ر ہ ومن ہ عمود ہ سه
علی ر ہ ونخرج د ا الی ان یلاقی ہ سه علی ع فینفصل



مربع د ر الی اربعة مثلثات متساویات وبقی مربع
ہ ع وهو مربع فضل اب علی اد ونفصل ط ر فینفصل
سطح اک ام ایضا الی اربعة مثلثات متساویات للاربعة الاولی وبقی مربع
ک ح مساویا للمربع ہ ع فتبین ان مربع د ر مساو لمربعی اح اک ومنها ما
یکون مع الضلعین منطبقین دون مربع الوتر اما علی تقدیر التساوی بشکله ما مر د
اما علی تقدیر ان یکون اب اطول فنرسم المربعات علی ما کتب ونفصل ح ر ک ہ



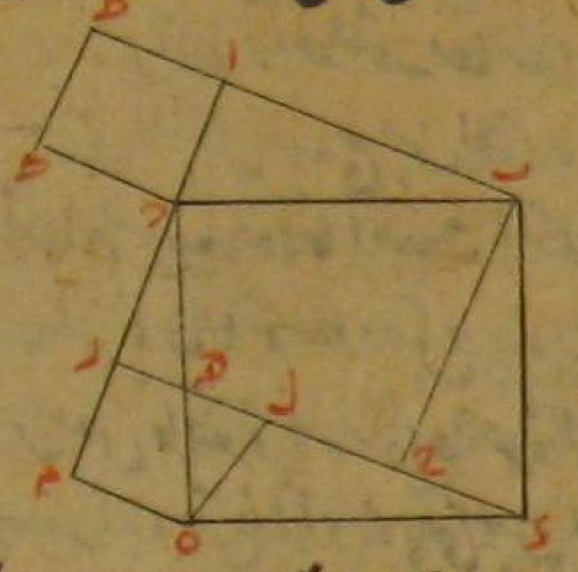
وتبین ان کل واحد من ر ح د ہ ک ط
خط واحد ونخرج د ک الی ل فینفصل مربع د ر
الی المثلثات الاربعة ومربع الفضل وهو ک ح
ونفصل ط ر فینفصل به ونقطع الوتر سطحی اک ام
الی مثلثات



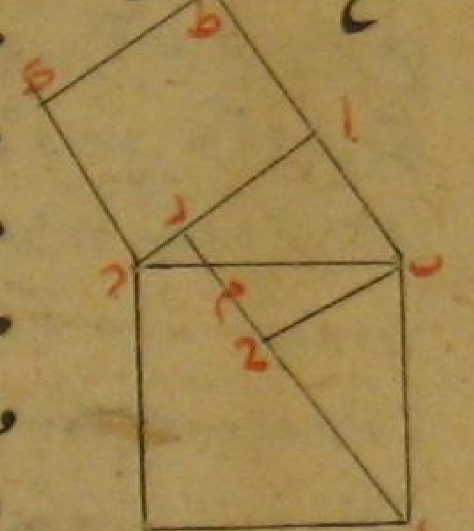
اربعة
متساویة ومساویة لتلک وبقی ک ح
مشترکا فتبین الحکم ومنها ما یکون
مربع احد الضلعین وهو اب مثلا منطبقا
فقط اما علی تقدیر التساوی فظاهر واما ان کان اب اطول رسمنا المربعات
ووصلنا ر ح وتبینا ان ر ح خط واحد واخرجنا اد ومن ہ عمودی ہ م
د ل علیه وعلی ر د وتبینا تساوی مثلثات اب د ح ب ر ل ر ہ م د ہ
فان ل م مربع مساو لا ک ثم یقع مثلثی ر ل ہ د ہ م المتساویین ونجعل

منه

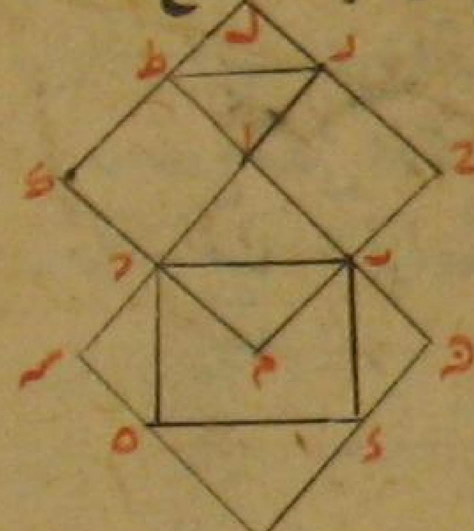
مثلث ل ہ ح مشترکا فیبقی مثلث ر ہ ہ مساویا لجمیع مربع ل ہ م اعنی مربع اک



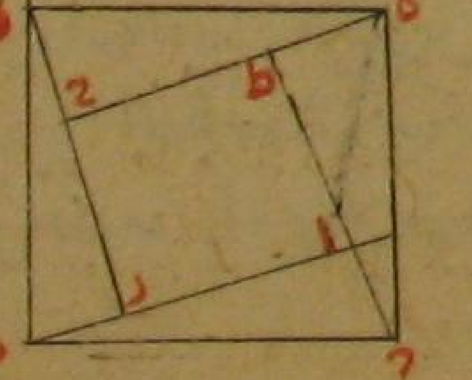
ومثلث د ر ہ ونضیف مثلث ب ر ح
الی الاول ومثلث اب د الی المثلثین
ونجعل باقی السطح مشترکا وتبین المطلوب
واما ان کان اب اقصر رسمنا ما علی ما
تحت ووصلنا ر ح وتبینا ما تبین ان
سطح ر ہ د م مع مثلث م ر د تساوی



مربع اک وان مثلث ب ر م تساوی جمیع مربع اح و
مثلث م ر د فتبین الحکم ومنها ان لا یکون المربعات
منطبقة کما فی اصل الکتاب فلنرسم علی ما کتب ونخرج ح ر
ط ک الی ان یلاقیا علی ل
و ح ہ ک د الی ان یلاقیا



علی م فیتم مربع ک ح وهو
مربع مجموع الضلعین ثم نخرج اب اد ومن ر ہ علیهما
عمودی ر ہ د سه ونخرجهما الی ان یلاقیا علی ع
وتبین ان مثلثات اب ح ہ ر ب ع ر د سه ہ د
الاربعة متساویة وان ہ سه مربع مساو لمربع ح ک ونفصل ر ط وتبین ان
مثلثات د ل ط ر اط ب اد ب م د الاربعة متساویة ومساویة للاربعة
الاولی وبسقطهما من المربعین فیبقی مربعا ح ا اک متساویین لمربع ب ہ د
بالهنا یتم الاوجه الثمانیة وان اقتصرنا علی مربع الوتر وجعلناه غیر منطبق واخرجنا
اب اد ومن ر ہ علیهما عمودی ر د ہ ح واخرجنا
هما الی ان یلاقیا علی ط فیتم مربع اط اعنی مربع مجموع
الضلعین ویسهل البیان وذلک لکون مربع الخط مساویا
لمربعی قسمیه وضعف سطح احدهما فی الآخر علی ما تبین فی
الشکل الرابع من المقالة الثانیة فمن غیر حاجة الی هذا الشکل لبیان دور البیان و
لا یختلف هذا الشکل والذی قبله بتساوی الضلعین واختلافهما وایضا ان جعلنا
منطبقا واخرجنا عمود ر د علی اب و عمود ہ ح علی ر د واخرجنا د ا الی ط بقی
مربع التفاضل ان اختلفا الضلعان وهو مربع ح آ ولم یبق شیء ان تساویا لاجتماع
مواقع الاعمدة علی ان یتساوی المثلثات
الاربعة ویکون کل اثنین منهما مساویا بالسطح احد
الضلعین فی الآخر اعنی اب فی ب ر فاذا اضعفناهما الی



مربع ح آ حتى صار مربع ز ح كان مساويا لمربعي آ ب ب د اعني مربع الضلعين و
ذلك لكون مربعي الخط واحد قسمته معا مساويا لضعف سطحهما ومربع القسم الآخر معا
على ما سنبين في الشكل السابع من المقالة الثانية من غير حاجة الى هذا الشكل وهذا
تمام الكلام فيه وانما اطنبت الكلام بايراد هذه الاوجه لانها تفيد التدرب
في الصناعة فان هذه الاوضاع يدور بعضها الى بعض ولما رايت كثرة اعجاب
المستدين بعض فاظهرته منها واعود الى الكتاب **يح** اذا ساوى مربع ضلع مثلث
مربعي ضلعيه الباقيين فالزاوية التي بين الباقيين قائمة فليكن مربع د ب من مثلث
ا ب د مساويا لمربعي ا ب د ا **اقول** فزاوية آ قائمة ولنخرج
من آ عمود ا ح على د آ ونجعله مساويا لـ ا ب ونصل د ح فمربعا د ح
د ب متساويان لكون كل واحد منهما مساويا لمربعي
ا د ا ب اعني ا ح فضلعا د ح د ب متساويان **ح**
فاضلاع مثلثي ا د ب ا د ح متساوية فزاوية
د ا ب مساوية لزاوية د ا ح القائمة فهي ايضا قائمة وذلك ما اردنا ان نبين

تمت المقالة الاولى

المقالة الثانية

اربعة عشر شكلا **ما** صدر بمقال لكل خطين يحيطان بالقائمة

د و اما سطح متوازي الاضلاع قائم الزوايا المحيطان به **اقول** وانا اعبر
عن ذلك السطح بسطح احدهما في الآخر ويقال لمجموع المتممين واحد المتوازيي الاضلاع
اللذين يحيط بهما العلم **الاشكال** سطح الخط في خط آخر يساوي جميع سطوحه في اقسام
ذلك الخط مثلا سطح آ في ب د يساوي مجموع سطوح آ في خطوط ب ز ز ه ه د
التي هي اقسام ب د ولنخرج عمود
ب ح على ب د مثل آ ونتمم سطح ب ح
القائم الزوايا فهو سطح آ في ب د ونخرج
ز ط ه ك موازيين لـ ب ح فيكونان مثلين
له اعني لآ ويكون سطوح ب ط ز ك ه ح
سطوح آ في ب ز ز ه ه د وجميعها مساويا لسطح ب ح وذلك ما اردناه **اقول** **ا**
وبعبارة اخرى لما لم يكن الحاصل من اقسام ب ز ز ه ه د اذا اجتمعت مقدارا
غير مقدار خط د ب لم يكن الحاصل من سطوح آ فيها اذا اجتمعت مقدارا غير مقدار سطح
آ في د ب لان السطوح التي يكون احد اضلاعها جميعا خط آ لا يمكن ان تختلف
مقاديرها الا باختلاف مقادير اضلاعها الاخر **ب** مجموع سطوح الخط **ب**
في اقسامه يساوي مربعه مثلا سطحا خط ا ب في خطي ا د د ب

يساوي مربع خط ا ب ولنرسم على ا ب مربع
ا ه ونخرج د ز موازيا لـ ا ز فسطحا ا ز د ه
هما سطحا ا ز اعني ا ب في قسميه وهما ا د د ب
ومجموعهما مربع ا ه وذلك ما اردناه **اقول** وبوجه آخر لنكن خط ز مثل ا ب
فيمثل ما مر سطح ز في اقسام ا ب اعني مربع ا ب
يساوي سطوح ز في اقسام ا ب اعني سطوح ا ب في اقسام **ج** **ح** سطح
الخط في احد قسميه يساوي مجموع مربع ذلك القسم وسطحه في القسم الآخر مثلا سطح ا ب
في ب د يساوي مجموع مربع ب د ه وسطح ا د في د ب ولنرسم على ب د مربع
مربع د ه ونتمم سطح ا ز فا ز اعني د ز مساو
لـ د ب فسطح ا ه هو سطح ا ب في ب د وهو مساو
لمربع د ه ولسطح ا ز الذي هو سطح ا د في **ح**
د ب وذلك ما اردناه **اقول**
وبوجه آخر لنكن ز مثل د ب فسطح ز في ا ب
اعني سطح ا ب في ب د يساوي مجموع سطحي ز في قسمي ا د د ب اللذين احدهما
هو سطح ا د في د ب والآخر هو مربع د ب **د** مربع الخط يساوي مجموع مربعي **د**
قسميه وضعف سطح احدهما في الآخر ولنكن الخط ا ب وقد قسم على د كيف
اتفق فنرسم عليه مربع ا ه ونخرج د ز موازيا لـ ا ز ونصل ب ز قاطعا ا د يا ه
على ح ومن ح ح ط ك موازيا لـ ا ب فزاوية د ح ب الخارجة تساوي
زاوية ا ز ب الداخلة وهي مساوية لزاوية
ا ب ز لتساوي ا ز ا ب في مثلث ا ز ب
فـ ح د ب في مثلث د ح ب متساويان
وبوجه آخر لما كان ا ز ا ب في مثلث ا ز ب
متساويان وزاوية آ قائمة يكون كل واحدة
من زاويتي ا ب ز ا ز ب نصف قائمة وايضا لما كانت زاوية ب د ح الخارجة
المساوية لزاوية آ الداخلة قائمة مثلها بقي في مثلث د ح ب زاوية د ح ب ايضا
نصف قائمة فيكون د ح د ب متساويان فسطح د ك المتوازي الاضلاع متساويها
وهو قائم الزوايا لكون زاوية د ب ك منه قائمة وزاوية ب د ح تماميها من
قائمتين ومقابلتيهما مساويتين لهما فهو مربع لخط د ب وبمثل ذلك يبين ان سطح
ط ز مربع لـ ط ح اعني ا د وسطح ا ح هو سطح ا د في د ح المساوي لـ د ب و
سطح ح ه مساو له فاذن مربع ا ه مساو لمربعي ط ز د ك اللذين هما
مربعا قسمي ا د د ب وسطحي ا ح ح ه اللذين هما ضعف سطح ا د في د ب

وذلك ما اردناه يا وقد بان منه ان المتوازية الاضلاع الواقعة على الاقطار المربعات مربعات وان المربعات الواقعة في المربعات فانطباق ضلعين على ضلعين انما تقع على اقطارها

اقول وبوجه اخر لما كان سطح اب في
اد مساويا لجميع مربع اد وسطح اد
في دب وسطح اب في بد مساويا لجميع مربع بد وسطح اد في دب كان
جميع سطحي اب في اد بد فيه اعني مربع اب مساويا لمربعي اد دب وسطح
اد في دب مرتين يب كل خط نصف وقسم بمختلفين فمجموع سطح احد القسمين في
الاخر ومربع الفضل بين النصف والقسم يساوي مربع النصف مثلا اب نصف على
د ب مربعي د ز ز ك ونصل الوطر ونخرج زح كح الى ع ل يل
الى ط ونتمم سطح دط فلان دح
يساوي حز ونجعل زك مشتركا
يكون حك اعني حط دح مساويا لدز ونجعل دح
مشتركا يكون اح مساويا العلم م هـ س ونجعل لع
مشتركا يكون جميع اح الذي هو سطح اد في دب ولع
الذي هو مربع دك مساويا لحد الذي هو مربع دب
وذلك ما اردناه اقول وبوجه اخر لما كان
سطح اد في دب مساويا لمجموع سطح اد في دب
اعني دب في دب وسطح دد في دب فاذا جعلنا مربع دد مشتركا صار مجموع سطح
اد في دب ومربع دد والاخران من هذه الثلثة يساويان سطح دب في دد
وهو مع الاول يساوي مربع دب فاذن مجموع سطح اد في دب ومربع دد
يساوي مربع دب يج كل خط نصف وزيد فيه خط اخر على الاستقامة
فمجموع سطح الخط مع الزيادة في الزيادة ومربع النصف يساوي مربع النصف
مع الزيادة مثلا اب نصف على د وزيد فيه ب ز فجميع سطح
از في ب ز ومربع ب د يساوي مربع د ز ولنرسم على د ز
ب ز مربعي د ز ب ل ونتمم الشكل وهو سطح دط فلان
سطح دط يساوي
سطح دح اعني سطح
دز ونجعل دل مشتركا يكون سطح اك مساويا لعلم
م ك ب ونجعل كع مشتركا يكون جميع اك الذي
هو ب ز فاذا جعلنا مربع دب مشتركا فسطح

اد في ب ح ومربع سطح اد في دك اعني في دب ومربع كع الذي هو مربع
دب مساويا لحد الذي هو مربع دح وذلك ما اردناه اقول
وبوجه اخر لما كان سطح اد في دب مساويا لمجموع سطح اب في دب اعني
ضعف سطح دب في ب ز ومربع دب مساويا لمجموع سطح دب في ب ز
ومربع دب ب ز اعني مربع د ز وقد يمكن ان نعبر عن هذا الشكل والذي
قبله بقول واحد وهو ان نقال خط اب نصف على ح واخذ منه ب ز
مماثلة ب في احدى جهتيها كيف اتفق فسطح از في ز ب اذا انقص من مربع ح د
او زيد عليه حصل مربع ح ز وقس الباقي عليه يد مربع الخط من مربع احد
قسميه يساوي مجموع ضعف سطح الخط في ذلك القسم ومربع القسم الاخر مثلا مربع
اب مع مربع ب د يساوي جميع ضعف سطح اب في ب د ومربع اد ولنرسم
على اب مربع اه ونصل ب ك ونتمم الشكل فسطحا از ز ه
متساويان ونجعل دك مشتركا فيصير اك
ده متساويين وهما ضعف اك بل علم ل م د
مع مربع دك يساوي ضعف اك ونجعل كح مشتركا فمجموع علم
ل م د ومربعا دك طح اعني مربع اه ح ك
اللذين هما مربعا خطي اب دب يساوي مجموع ضعف
اك الذي هو سطح اب في ب د ومربع طح الذي
هو مربع اد وذلك ما اردناه اقول وبوجه اخر مربعا اب يساوي مجموع
مربعي اد دب وضعف سطح احدهما في الاخر ونجعل مربع دب مشتركا فيصير
مجموع مربعي اب دب مساويا لمجموع ضعف مربع دب وضعف سطح اد في دب
ومربع اد ولكن مربع دب وسطح اد في دب معا مساويان سطح اب
في دب فاذن مجموع مربعي اب دب مساو
لضعف سطح اب في ب د ومربع اد ويمكن ان نعبر عن الشكل الرابع وعن
هذا الشكل بقول واحد وهو ان نقال خط اب احد منه ب د مماثلة في احدى
جهتيها فاذا انقص ضعف سطح اد في دب من مربعي اب
او زيد عليه حصل مجموع مربعي اد دب وقس الباقي عليه يه اذا كان اربعة امثال سطح
الخط في احد قسميه مع مربع القسم الاخر يساوي مربع خط زيد على ذلك الخط
بقدر القسم الاول وليكن الخط اب واحد قسميه دب ونزيد في اب ب ز
بقدر دب فاربعة امثال سطح اب في دب مع مربع اد يساوي مربع از
ولنرسم على از مربع اه ونصل قطر زر ونخرج خطي دح ب ط موازيين
لا ز فيقطعان زر على ك ل ومنها ك م ك ل س ع موازيين لا ء

معلم م ق س لانا اذا اضعفنا سطح ك ر
مشتركا صار سطح ط ز مثل سطح ط ر
مساويا لما صار من العلم فاذا
انتقص سطح ط ر اي العلم
عن مربع د ز او زيد عليه
حصل مربع د ز لكانه

فسطوح د ك ب هـ ف ص ع ك الاربعة
مربعات تساوي ب ز د ت ويكون هـ ت هـ
ف ص مربعيهما والجميع اربعة امثال د ك
وسطوح ا ك م ك ص هـ ل ط متساويات
تساوي ا م م ت ويكون ا ل ك مثمن
وكذلك م ك ل ط والجميع اربعة امثال ا ف
فعلم ق ث ت اربعة امثال ا ك الذي هو سطح ا ت في ت ك اعني في د ت
وهو مربع ب ح الذي هو مربع ا د تساوي ا هـ الذي هو مربع ا م اقول
وبوجه آخر لما كان سطح ا ت في د ت مساويا لسطح ا د في د ب ومربع ب د
معا واربعة امثال سطح ا د في د ت مساويا لضعف سطح ا د في د ز واربعة
امثال مربع د ت مساويا لمربع د ز فاربعة
امثال سطح ا ت في د ت تساوي ضعف سطح ا د في د ز ومربع د ز ونجعل
مربع ا د مشتركا فيصير اربعة امثال سطح ا ت في د ت مع مربع ا د مساويا
لجميع ضعف سطح ا د في د ز ومربعي ا د د ز المساوي للمربع ا ز ه
كل خط نصف وقسم بمختلفين مجموع مربعي القسمين تساوي ضعف مربعي النصف و
الفضل بين النصف والقسم مثلا ا ب نصف على ج وقسم على د فمجموع مربعي ا د
د ب تساوي ضعف مربعي ا ج ج د فليخرج من ج عمود ج هـ مساويا لا ج
ونصل ا هـ ب هـ ومن د د ز موازيا لج هـ ومن ز ز ح موازيا لا ب ونصل
ا ز فلان في مثلثي ا ج هـ ب ج هـ ضلعا ا ج ب ج مساويان لضلع ج هـ وزاويتا
ج قائمتان يكون كل واحدة من زاويتي ا هـ ج ب هـ ج نصف قائمة وزاوية
ا هـ ب قائمة ولان في مثلث ب د ز زاوية ب نصف قائمة وزاوية ب د ز
قائمة يبقى زاوية ب ز د ايضا نصف قائمة ويكون ب د د ز متساويين و ط
لمثل ذلك يكون في مثلث هـ ح ز ضلعا هـ ح ح ز متساويين ولتساوي ا ج
ج هـ يكون مربع ا هـ مساويا لضعف مربع ا ج
والضا مربع هـ ز مساويا لضعف مربع ز ح اعني
د ج فمربعا ا هـ هـ ز اعني مربع ا ز بل مربعي
ا د د ز اعني مربع ا د د ب معا مساويان
لضعف مربعي ا ج ج د وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نرسم مربعي
ا ب ب ت ونتمها ز ب ت ونفصل ج ح مثل ج ز ونصل ا هـ ونخرج ب هـ
الى ك وح ف د ص موازيين لا ز وك ب ن لا ب ونبين ان مربعي
ح ك ب ت متساويان وان سطوح ز م ح ط ل ع ب ف الاربعة متساوية

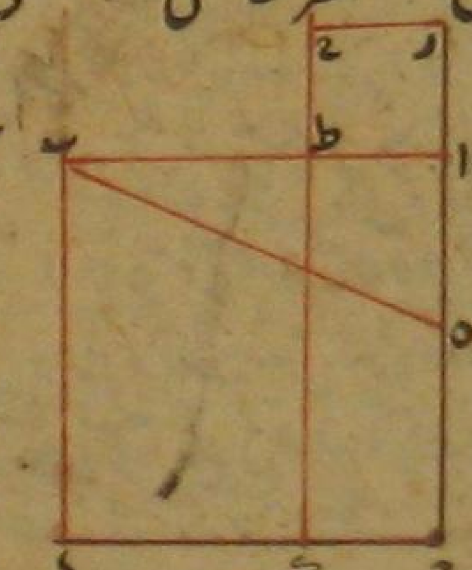
وكذلك

وكذلك مربعات هـ ك ف ص م ع ك ف
الاربعة وان مربعي ت ف ص المشتملين
على جهة من هذه السطوح مع مربعا ا ج ج ت
والجهة الباقية متساوية لها كل لنظيره والجميع
مربعا ب ز ز ت فاذن مربعا ا ز ز ت
تساويان ضعف مربعي ا ج ج ز ه وبوجه آخر نعيد الخط ونفصل ج د مثل ج ز
ونقول ا د قسم على هـ وضعف سطح ا د في د هـ مع مربع ا هـ تساوي مربعي
ا د د هـ وج هـ مثل ج ز وا هـ مثل ز ب فضعف
سطح ا د في د هـ مع مربع ز ب تساوي مربعي ا د د ز ونجعل مربعي ا د د ز
مشتركين فيصير ضعف سطح ا د في د ز ومربعا ا د د ز ومربع ز ب اعني مربع ا ز
ز ب مساويا لضعف مربع ا د د ز ه كل خط نصف وزيد فيه خط على ي
الاستقامة فمربعا الخط مع الزيادة والزيادة وحدها تساوي ضعف مربعي نصف
الخط وحده ونصفه مع الزيادة مثلا ا ب نصف على ج وزيد فيه ب د
فمربعا ا د ب د تساويان ضعف مربعي ا ج ج د ولنخرج عمود ج هـ مثل ا ج ونصل
ا هـ هـ ب ونخرج من د د ز موازيا لج هـ ومن هـ هـ ز موازيا لج د وملاقيا له
لـ د ز على ز ولما كانت زاويتا د ز هـ د هـ ز قائمتين تكون زاويتا ز د هـ
ب هـ ز اقل من قائمتين فخطا ب هـ د ز الى ان يلتقيا على ح ونصل ا ح فلان
في مثلثي ا ج هـ ب ج هـ ضلعي ا ج ب ج مساويان لج هـ وزاويتي ج قائمتان يكون كل
واحدة من زاويتي ا هـ ج ب هـ ج نصف قائمة وزاوية ا هـ ب قائمة ولما كانت
زاوية ز هـ قائمة وزاوية هـ ج تمامها من قائمتين فهي ايضا قائمة ويبقى زاوية
ج هـ ز نصف قائمة وزاوية هـ ز ح قائمة وزاوية ز ح هـ من مثلث هـ ز ح ايضا
نصف قائمة ويكون ضلعا هـ ز ز ح متساويين وبمثل ذلك يبين ان ضلعي ب د
د ح من مثلث ب د ح متساويان ولتساوي ا ج ج هـ يكون مربع ا هـ مساويا
لضعف مربع ا ج والضا مربع هـ ح
مساويا لضعف مربع هـ ز اعني د ج
فمربعا ا هـ هـ ح اعني مربع ا ح بل مربعي
ا د د ح اعني مربعي ا د د ب
تساويان ضعف مربعي ا ج ج د وذلك ما اردناه
اقول وبوجه آخر نرسم مربعي ا ب ب د ونتمه ز ح
ونصل ا ز ومن د ت ك ل موازيين لا هـ ومن م هـ م ت د هـ
موازيين لا ز ونبين ان مربعي ز ح ث ك متساويين وان مربعات د ت

بم م صه ع ق الاربعة متساوية وكذلك سطوح رع ف كه نه ه ح
الاربعة وان د ث ف ك المشتملين على جميع هذه السطوح تمام مربعا
اد در وان الخامسة
الباقية مساوية لها كل لنظيره وجميع مربعا
ره رح فاذن مجموع
مربعي ار ب ر تساوي ضعف مربعي اد در
ونوجد لغزا لهذا الخط ونقول در خط قسم
على ب نصفين سطح دب في در اعني
اد في در مع مربع ب ر تساوي مربعي
دب اعني اد ود ر ونجعل مربعي اد در
مشتركا فيصير مربعا ار ب ر مساويين لضعف
مربعي اد در ويمكن ان نعبر عن هذا الشكل
والذي قبله بعبارة واحدة وهي ان
نقول خطان نصف على د واحد منهما ب ر فما يلي ب في احدى
الجهتين فمربعا ار ب ر تساويان ضعف مربعي اد در وقس البرهان
عليه

يا

نريد ان نقسم خطا بقسمين يكون سطحه في احدهما مساويا لمربع
الاخر وليكن الخط اب ولنرسم عليه مربع اد وننصف اد على ه ونصل ب ه
ونخرج ه ا الى ان يصير ه ر مثل ه ب ونرسم على ار مربع اح فينقسم الخط به على
ط القسمة المذكورة وانما ينقسم به لان جميع ه ا اب اطول من ه ب اعني ه ر
ويلقى ه ا المشترك فيبقى ار اعني اط اقصر من اب فينقسم الخط على ط وانما يكون
القسمة هي المذكورة لان خط دا نصف على



ه وزيد فيه ار فسطح در في را مع مربع ه ا
يساوي مربع ه ر اعني ه ب اعني مربعي
ه ا اب ويلقى مربع ه ا المشترك فيبقى سطح در
في را اعني في رح وهو سطح دك مساويا
لمربع اب وهو اد ويلقى سطح اك المشترك
يبقى مربع اح مساويا للسطح طد الذي هو سطح
طك اعني اب بل اب في طب تساوي مربع اط وذلك ما اردناه

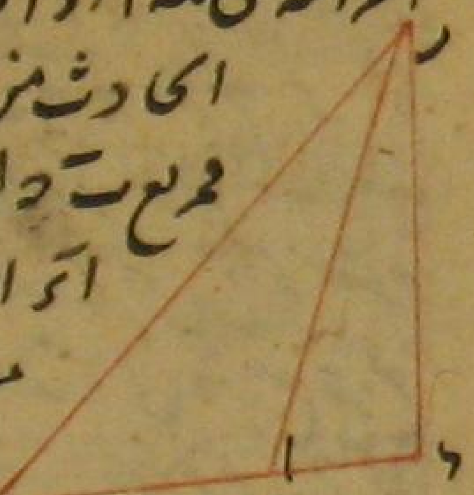
اقول ونوجد لغزا نرسم مربع ار وننصف ب ر على ه ونصل ه ا و
نخرج ه ر مثل ه ا ونصل در فينقسم الخط به على ح القسمة المذكورة ولنخرج
رط موازيا لب ا ود ا الى ان يلتقيا على ط ومن ح ح ك ل موازيا
لب ر فيكون متمما طح ح ر متساويين ونجعل ال مشتركا فيصير سطح طك
مساويا لمربع ار ثم نبين من نصف ب ر على ه وزيادة ب ر

ه

فيه ان سطح ر د في د ب مساو لمربع اه
اعني سطح د ط المساوي لد ر في ط ك ويظهر
من ذلك كما مساوي ط ك د ب اعني ط فيكون
طح المساوي لح ر اعني لسطحات في ح
مربعا وهو مربع اح

يب

كل مثلث منفرج
الزاوية فان مربع وتر زاويته المنفرجة
اعظم من مربعي ضلعيها بضعف سطح القاعدة اعني الضلع الذي يقع عليه
العمود الخارج من احدى الباقيتين في القدر الذي يقع منه بعد اخراجه
بين الزاوية وموقع العمود وليكن المثلث اب د والزاوية المنفرجة منه ا
ونخرج من ب عمود ب ر على ضلع د ا المسمى بالقاعدة فيقع على نقطة ر منه بعد
اخراجه في جهة ا اذ لو وقع داخل المثلث او خارجه من جهة د لاجتمع في المثلث
اي د ب ر من العمود والقاعدة وضلع ب ا قائمة ومنفرجة فنقول



فمربع ب د اعظم من مربعي ب ا اد بضعف سطح اد القاعدة في
ار الذي بين الزاوية وموقع العمود وذلك لان د ر
مقسوم على ا فمربعه مساوي مربعي ار اد وضعف سطح
ر ا في اد ونجعل مربع ب ر مشتركا فيصير مربعات
ب ر ر د اعني مربع ب د مساويا لمربعي ب ر ر ا اعني مربع ب ا مع
مربع اد وضعف سطح ار في اد فظهر ان مربع ب د اعظم من مربعي ب ا اد
بضعف السطح المذكور وذلك ما اردناه

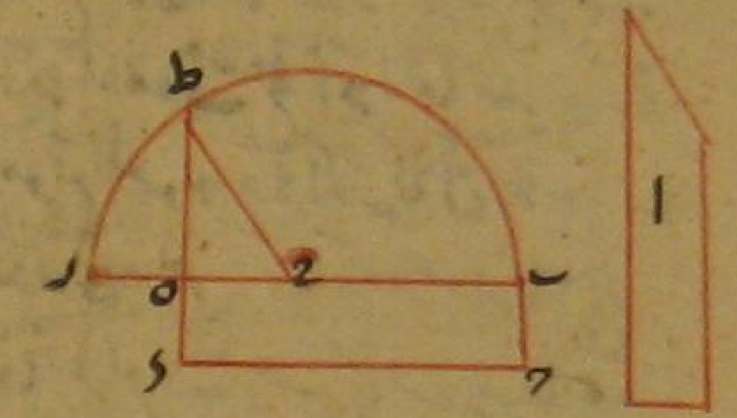
يج

كل مثلث فمربع وتر زاويته
الحادة اصغر من مربعي ضلعيها بضعف سطح القاعدة في القدر الذي يقع منه بين
الزاوية وموقع العمود الخارج من احدى الباقيتين وليكن المثلث اب د والزاوية
الحادة منه ب والعمود المخرج من ا على القاعدة وهي ضلع ب د سواء الواقع من
الزاوية في جهة المثلث اذ لو وقع خارجا في الجهة الاخرى لاجتمع في المثلث الحادث
منه ومن القاعدة ومن ضلع اب قائمة ومنفرجة فنقول

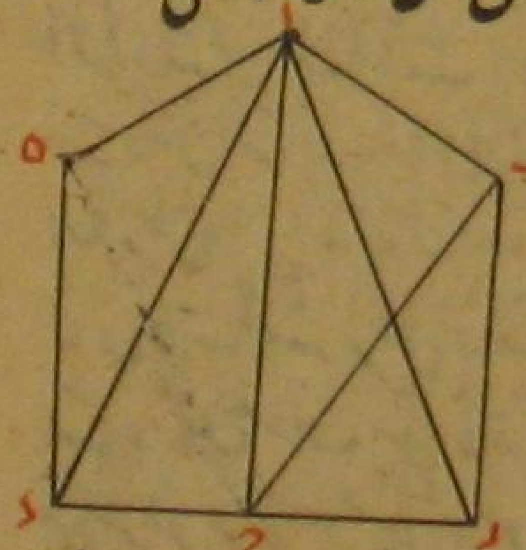


اصغر من مربعي اب ب د بضعف سطح د ب في ب ر
لان د ب مقسوم على ر فمربعا د ب ب ر
تساويان ضعف سطح د ب في ب ر
مع مربع د ر ونجعل مربع ا ر مشتركا فيصير مربعات د ب ب ر ا ر
اعني مربعي د ب ب ا مساوية لضعف سطح د ب في ب ر مع مربعي د ر
ر ا اعني مربع د ا ونظهر ان مربع د ا اصغر من مربعي د ب ب ا
بضعف سطح د ب في ب ر وذلك ما اردناه اقول ولهذا الشكل

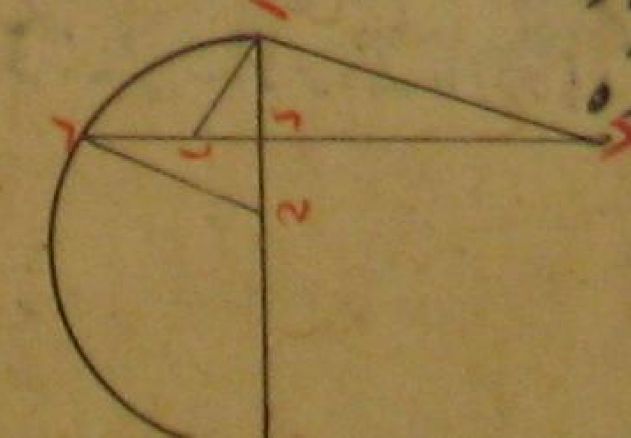
اختلاف وقوع لان زاوية د ان كانت قائمة انطبق العمود على ضلع ا د
وكان الواقع بين الزاوية وموقع العمود هو القاعدة نفسها وان كانت منفرجة
وقع العمود خارجا من جهة د وكان الواقع اعظم من القاعدة وان كانت حادة
وقع العمود في المثلث والواقع بعض القاعدة كما رسم في الكتاب ويمكن
ان يعبر عن هذا الشكل والذي قبله بعبارة واحدة وهي ان يقال كل مثلث
فان الفضل بين مربع وتر زاويته التي لا تكون قائمة وبين مربع ضلعيها يكون
كضعف سطح القاعدة فيما يقع بين الزاوية وموقع العمود من خط القاعدة
ثم يذكر البرهان المشترك على قياسه. يد نريد ان نعمل مربعا يساوي
شكلا مفروضا مستقيم الاضلاع وليكن الشكل ا فلنرسم سطحا قائم الزوايا
مساويا له وهو سطح ب د ه ح فان كان ب ه ه ر متساويين فقد
عملنا والا فلنخرج ب ه الى ان يصير ه ر مثل ه ر ونرسم على ب ر
نصف دائرة ب ط ر ونخرج ر ه



الى ط المحيط فه ط ضلع المربع المطلوب
وذلك لان ب ر منصف على ح ومقسوم
على ه بمختلفين فسطح ب ه في ه ر مع مربع
ح ه يساوي مربع ح ر اعني مربع ح ط
بل مربع ح ه ه ط ويلقى ح ه المشترك يبقى
سطح ب ه في ه ر الذي هو سطح ب ر اعني سطح ا مساويا لمربع ط ه وذلك ما
اردناه. اقول وفي النسخ القديمة يورد المفروض مثلث ولنا ان نعمل مثلثا
يساوي اي سطح مستقيم الاضلاع اتفق كسطح ا ب ج د ه وذلك بان نقسمه
الى مثلثات ا ب ج ا د ج ا د ه ونعمل اولا مثلثا يساوي مثلثي ا ب ج
ا ج د بان نخرج د ج ومن ب ب ر موازيا لا ج الى ان يلقاه على ر



ونصل ا ر فمثلثا ا ر ج يساوي مثلثي ا ب ج ا ج د
الكائنين على القاعدة ا ج وبين موازيي ا ج
ب ر فيكون جميع مثلث ا ر د مساويا لمثلثي
ا ب ج ا ج د ثم نعمل كذلك مثلثا اخر يساوي
مثلثي ا ر د ا د ه الى ان يحصل مثلث يساوي
الشكل المفروض ثم لنا ان نعمل مربعا يساوي
اي مثلث شئنا كمثلث ا ب د مثلا بان نخرج من ا عمود ا ح على ب د ونخرج
الى ان يصير ح ه مثل نصف ب د
ونرسم على ا ه نصف دائرة ا ر ه



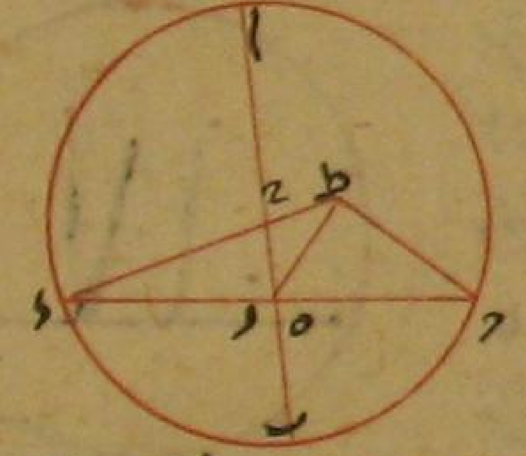
مثلثا

ر ح ٥

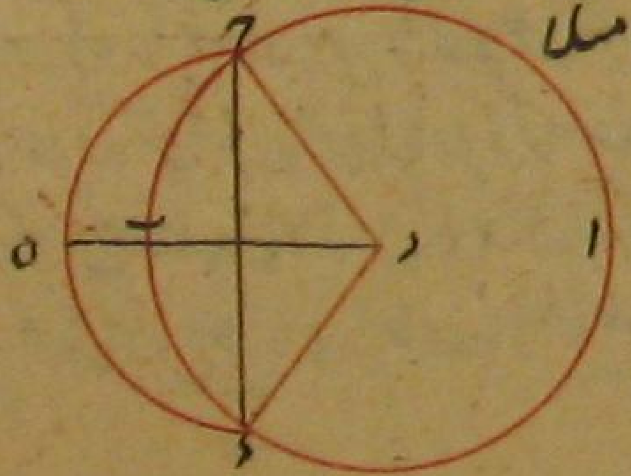
مثلا قائمة على ر فذ ر ه هو ضلع المربع المطلوب لان مربعه يساوي سطح
ا ر في ر ه اعني في نصف ب د المساوي للمثلث تمت المقالة الثانية بعون الله تعالى

المقالة الثالثة خمسة وثلثون شكلا

وفي نسخة ثابت زيادة شكل في اخرها **الحدود** الدوائر المتساوية
هي المتساوية الاقطار والمتساوية الخطوط الخارجة من المراكز الى المحيطات
والخط المماس للدائرة هو الذي يلقاها ولا يقطعها وان اخرج في جهتيه والدوائر
المتماسة هي التي تتلاقى ولا تتقاطع والخطوط المتساوية الابعاد من المركز هي
التي تتساوى الاعمدة الواقعة عليها من المركز والذي بعده اعظم هو الذي
يكون عموده اطول وقطعة الدائرة شكل يحيط به خط هو قاعدتها والقوس والزاوية
التي في القطعة هي التي يحيط بها خطان يخرجان من طرفي قاعدة القطعة
يتلاقيان على اي نقطة تفرض من قوسها والزاوية التي يحيط بها خطان يخرجان
من نقطة ما على المحيط ويجوزان قوسا منه يقال لها التي على تلك القوس و
قطاع الدائرة شكل يحيط به خطان يخرجان من المركز وقوس ما يجوزانها من
المحيط والقطع المتشابهة من الدوائر هي التي تقبل زوايا متساوية وفي بعض
النسخ والقطع المتساوية وهي التي زواياها متساوية **الاشكال**
ا نريد ان نجد مركز الدائرة كدائرة ا ب فنعلم على محيطها نقطتي د ر كيف اتفق و
نصل د ر وننصفه على ه ونخرج من ه



عليه عمود ه ا قاطعا للمحيط في الجهتين على
ا ب وننصف ا ب على ح فهو المركز والا
فليكن المركز ط ونصل ط ح ط ر ط ه
فمثلثا ط د ه ط ر ه متساويا الاضلاع النظائر
فزاويتا ط ه د ط ه ر منه متساويتان بل قائمتان وكانت زاويتا ا ه د ا ه ر
قائمتين هذا خلف فاذن لا مركز غير نقطة ح وذلك ما اردناه وقد تبين
منه انه لا يتقاطع وتران على قوائم وينصف احدهما الاخر الا ويجوز احدهما
بالمركز وبعبارة اخرى لا يخرج عمود من منتصف وتر الا ويمر على المركز **اقول**
وان فرض المركز على ا ب غير نقطة ح كنقطة ر كان الخلف من جهة لغوي و
هي انتصاف الخط في موضعين بما ح د. ب كل خط وصل من نقطتين على
المحيط اي كل وتر فهو يقع داخل الدائرة مثلا
في دائرة ا ب وصل بين نقطتي
د ر بخط د ر فهو يقع داخلا
والا فليقع خارجا او منطبقا



فالمقطعة هي القطعة

على المحيط ولكن اولا خارجا كخط د ه ز ولكن المركز ر ونصل ر د ر ه ونعلم
على د ه ز نقطة ه كيف وقعت ونصل ر ت ه فلتساوي زاويتي ر ز ه
ر د ه من مثلث ر ت ه د المتساوي الساقين ولكون خارجه ر د ز اعظم
من داخله ر د ه يكون زاوية ر ه ز اعظم من زاوية ر ز ه ويلزم ان يكون
وتر ر ز اعني ر ت اطول من وتر ر ت ه هذا خلف وبمثله بين ان د ز
لا ينطبق على المحيط فهو اذن يقع داخله وذلك ما اردناه كل د ز
ج خرج اليه من المركز خط فان نصفه فهو عمود عليه فهو قد نصفه مثلا في
دائرة ا ب خرج الى وتر د ز من
مركز ز خط ر ه وقد نصف د ز على ه فهو
عليه وذلك لانا ان وصلنا ر د ر ز
كانت في مثلثي ر د ه ر ز ه لتساوي
اضلاعهما النظائر زاويتا ر د ه ر ز ه
متساويتين فهما قائمتين وايضا ليكن ر ه عمودا على د ز نقول فهو قد نصف د ز على
ه وذلك لتساوي زاويتي ر د ه ر ز ه وكون زاويتي ه قائمتين وضلع ر ه مشتركا
وذلك ما اردناه **اقول** وبوجه آخر لو نصف ر ه د ز ولم يكن
عمودا فليكن العمود الخارج من ه عمود ه ح واذن قد تقاطع ه ح د ز على ه ثم
من غير ان يمر احدهما بالمركز هذا خلف ولو
كان عمودا ولم ينصف فليكن المنصف ط
ونخرج منه ط ك موازيا لر ه فيكون ايضا عمودا
على د ز ولزم الخلف الاول على وترين
متقاطعين في دائرة على غير مركزها فليس يمكن
ان ينتصفا مثلا كوتري د ر ه ز المتقاطعين على ح في دائرة ا ب
والمركز ط وذلك لانا ان وصلنا ط ح
كان عمودا عليهما معا فكانت زاويتا
ط ح ه ط ح ز القائمتين متساويتين
هذا خلف فاذن الحكم ثابت و
د ذلك ما اردناه **اقول** وبوجه آخر
نخرج من ح عمود ح ك على د ز وعمود
ح ل على ه ز فيصح ان يمرا بالمركز معا
لخروجهما من منتصف وترين فاذن المركز
هو ح وقد فرض غيره هذا خلف لا يمكن

ه ان للدائرتين المتقاطعتين مركز واحد مثلا
كدائرتي ا ب د ج والا فليكن ه مركز
بهما ونصل ه ا ونخرج ه ز كيف اتفق
فيكون ه ز ه ح متساويتين لكون كل
واحد منهما مساويا لـ ه ا هذا خلف
فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه **اقول** وبوجه لو نخرج ز ه د
الى ح ط فيكون ه ز الذي هو اقصر من ه ح اعني ه ح مساويا لـ ه ط الذي
هو اطول من ه ح هذا خلف لا يمكن ان يكون للدائرتين المتماستين
مركز واحد مثلا كدائرتي ا ب ا ج والا فليكن مركزهما د ونصل د ا ونخرج
و د ج ب كيف اتفق فيكون د ج د ب متساويين
لكون كل واحد منهما مساويا لـ د ا هذا خلف
فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه
كل نقطة في دائرة غير مركزها تخرج
منها الخطوط الى المحيط فاطول الخطوط المار
بالمركز واقصر ما تمام القطر منه والاقرب الى الاطول اطول من الابعد وخطان
ز عن جنبيه نقطة متساويان ولتكن الدائرة
ا ب والمركز ط والنقطة المذكورة ه ونصل
ه ط ونخرجه الى ج والى ز ومن ه د ر ه ح
ه ا فه د اطول من ه ز لانا اذا وصلنا ط ز
كان جميع ه ط ط ز المساوي لـ ه د اطول
من ه ز وكذلك من كل خط غيره و ه ز اقصر
من ه ا لانا اذا وصلنا ط ا كان هو اعني ط ز اقصر من جميع ط ه ه ا فاذا
القينا ط ه المشترك بقي ه ز اقصر من ه ا وكذلك من كل خط غيره و ه ز الاقرب
من ه د اطول من ه ح لانا اذا وصلنا ح ط ط ر كان في مثلثي ه ط ر ه ط ح
ضلعا ط ر ط ح متساويان وضلع ط ه مشترك وزاوية ه ط ر اعظم من زاوية
ه ط ح فقاعدة ه ر اطول من قاعدة ه ح وكذلك في غيرهما واذا
جعلنا زاوية ه ط ب مساوية لزاوية ه ط ا ووصلنا ه ب كان مساويا
لـ ه ا لان في مثلثي ه ط ب ه ط ا ضلع ه ط مشترك وضلعي ط ب ط ا متساويان
وكذلك زاويتا ه ط ب ه ط ا ولا يساويهما غيرهما كـ ه ك لانا اذا وصلنا
ك ط كان مثلث ك ط ه ب ط ه متساوي الاضلاع النظائر فكانت
زاويتا ك ط ه ب ط ه متساويتين هذا خلف فاذن الاحكام المذكورة

ثابته وذلك ما اردناه ﺢ كل نقطة خارجة من دائرة تخرج منها خطوط الى
محيطها قاطعة اياها وغير قاطعة فاطول القاطعة هو المار بالمركز والاقرب
اليه من اطول الابعد واقصر المنتهية الى الغير القاطعة هو الذي على استقامة المركز
والاقرب اليه اقصر من الابعد وخطان من جنبيها فقط متساويان و
لتكن الدائرة اب والنقطة د والمركز م ونصل دم ملاقيا للمحيط على ر ح
ونخرج ده در دا فنقول دح اطول من ده لانا اذا وصلنا مه كان جميع
دم مه اعني دم ر اطول من
در لانا اذا وصلنا مر كان في مثلثي
دم ه در ضلع دم مشتركا و
ضلعا م ه م ر متساويين وزاوية دم ه
اعظم من زاوية دم ر فقاعدة د ه
اطول من قاعدة در وكذلك في در دا
وايضا دح اقصر من دك لانا اذا وصلنا
مك كان ايضا اقصر من جميع دك كم
فاذا القينا م ح م ك المتساويين
بقي دح اقصر من دك وكذلك من كل خط غيره وايضا دك اقصر
من دل لانا اذا وصلنا مل كان جميع مك كح اقصر من جميع مل
لد وبقي بعد اسقاط مك مل دك اقصر من دل وكذلك في
دل دط واذا جعلنا زاوية دم ه مثل زاوية دم ك ووصلنا ده
كان مساويا لدك لكون دم في مثلثي دم ه دم ك مشتركا وم ه مك
متساويين وكذلك الزاويتان منهما ولا تساويهما غيرهما كدن لانا اذا وصلنا
من كان في مثلثي دم ن دم ك زاويتا م د ن م د متساويتين
لتساوي الاضلاع النظائر وكانت زاوية ك م د مساوية لزاوية ه م
فتكون زاويتا ن م د ه م د متساويتين هذا خلف فاذن الاحكام
المذكورة ثابتة وذلك ما اردناه **اقول** ويمكن ان يعبر عن هذا
الشكل وعن الذي قبله بعبارة واحدة وهي ان يقال كل نقطة ليست بمركز
دائرة تخرج منها خطوط الى محيطها فاطول الخطوط هو الذي يمر بالمركز بعد
خروجه من النقطة وقبل انتهائه الى المحيط واقصرها هو الذي لا يمر به و
يكون على استقامته والاقرب من الاطول اطول ومن الاقصر اقصر
ولا تساوي منها الا اثنان من جنبيهما وقس عليه البرهان و
للثبت ل وجه لغيره وليكن الدائرة اب والمركز ح والنقطة ز

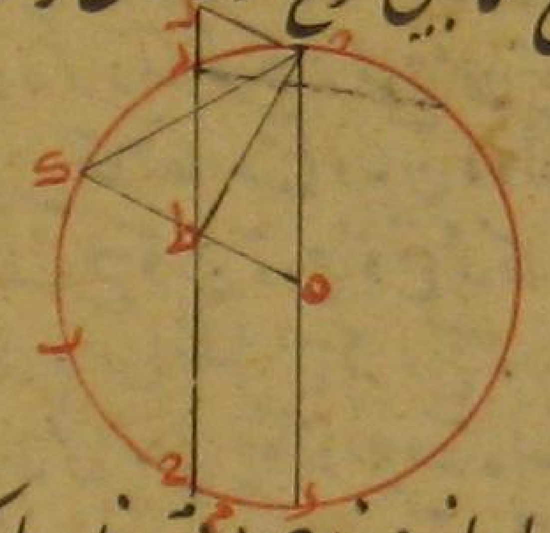
والخارج المار بالمركز اعني الاطول زا وغير المار اعني الاقصر زب
ولنخرج في احدى جنبتي الاطول زه زد ونصل اه اد فزاويتا داه ده ا
متساويتان و
زاوية زه ا
اعظم من زاوية
زا ه فوتر زا
اطول من وتر
زه وايضا
متساويتان فزاوية
اعظم فوتر زه اطول
نصل هز دا فزاويتا ده ا د ا ه
زه ا اصغر من احديهما وزاوية ز د ه
من وتر زد وليكن في احدى جنبتي زب الاقصر زح زط ونصل بح
ح د فزاويتا دبح بحد متساويتان وزاوية زح ب اصغر من زاوية
زب ح فوتر زب اقصر من زح وبمثله يبين ان زح اقصر من زط ونظائر
اذا
انا جعلنا اذا المحيطتين زاويتين متساويتين تساوي خطاهما ولا يساويهما
غيرهما لامتناع تساوي اثنين يقعان في جهة واحدة ﻫ كل
نقطة في دائرة خرج منها الى المحيط خطوط متساوية فوق اثنين فهي مركزها
وليكن الدائرة اب والنقطة د والخطوط المتساوية دب دز ده
ونصل بز ونصفها على ح ونصل حز — ز ه ح
دح فمن مثلثي دب ز دز ح زاويتان
متساويتان بل قائمتان لتساوي
الاضلاع النظائر فخط ح عمود على بز
منصف فهو مار بالمركز ونخرجه في الجهتين
الى اط من المحيط ويبين ايضا ان دح
مار بالمركز ونخرجه الى ك ل فاط كل
ماران بالمركز ولا يمكن ان يمر احدهما بغير د فهي المركز لا غير قال ثابت
وفي بعض النسخ له وجه لغيره وليكن الدائرة اب ج والنقطة ه والخطوط
ه ا ه ز ه د فلو لم يكن المركز ه
لكان مثلا ط ونصل ه ط ونخرجه الى ج
من المحيط فيكون ه ج اطول الخطوط الخارجة
من ه وقد تساوي عن جنبيه خطوط خارجة
عنها متساوية اكثر من اثنين هذا خلف فاذن

الحكم ثابت وذلك ما اردناه يا لا تتقاطع دائرتان على اكثر من نقطتين و
الا فلتتقاطع دائرتا اب دز على نقطة ه ز ح ط
ونصل ه ز ز ح ونصفهما على ك ل ونخرج من ما
عمودي ك د ل ا الى ب د فهما يمران بكل واحد
من المركزين لكونهما عمودين منصفين لوتري قوسي
ه ب ز ب ح من دائرة اب ولوتري هو وتي
ه د م ر م ح من دائرة ر د فاذن المركزان واحد وهو نقطة ه
هذا خلف وفي بعض النسخ له وجه آخر اورده ايضا ثابت فليكن مركز احدى
الدائرتين ز ونصل ز ا ز ب ز د فهي
متساوية لكونها خارجة من مركز ز الى
محيط دائرته لكنها خطوط متساوية فوق
الاثنين خرجت من نقطة ز في الدائرة
الاخرى الى محيطها فقد انضام كز الدائرة
الاخرى هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه يب الخط المار
بمركزي الدائرتين المتماستين تمر بنقطة التماس ولتكن دائرتا اب ا د
متماستين على ا ومركزا
هما ه ز ونصل ه ز ونخرجه
فان امكن ان لا يمر با
فلتقطع الدائرتين على ح
ط ونصل ا ه ا ز فان كان
التماس من داخل كان ه ز ز ا معا اطول من ه ح لكن ه ز ز ا معا
تساويان ه ط وه ا تساوي ه ح فه ط اكبر اعظم من ه ح الكل هذا
خلف وان كان من خارج كان ا ه ا ز معا اطول من ه ز لكنهما تساويان
ه ح ز ط الجزء فهو اعظم من ه ز الكل هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه
اقول ولو وجه آخر ولتكن مركز دائرة اب وقد خرج منها الى محيطها
ز ا ز ح و ز ح منها على استقامة المركز وعمارة فهو اقصر من ز ا اعني
ز ط هذا خلف يج لا تتماس دائرتان الا على نقطة واحدة
والا فلتتماس دائرتا اب د ز اما على نقطتي د ز من داخل ونصل بين
مركزيهما وسماه
ز ونخرجه فيمر
بنقطتي د ز لما مر

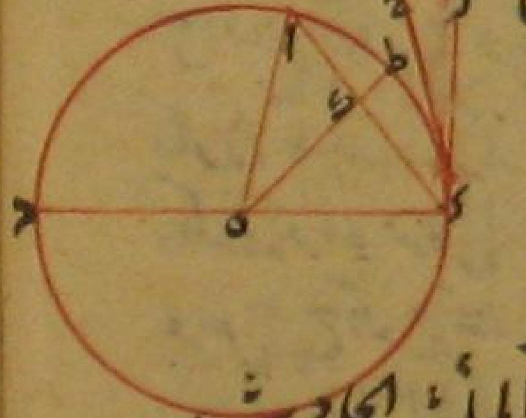
الكون

ويكون ه د اعني ه ز اقصر من ز د اعني ز ز هذا خلف واما على نقطتي
ا ب من خارج ونصل ا ب ز ا ب فوقع داخل احدى الدائرتين وخارج الاخرى
هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول ولو وجه آخر لما
كان ه مركز دائرة اب وليس بمركز له فزد اطول من ز ز ولكن كون ر
مركز دائرة د ز يجعلهما متساويان هذا خلف وايضا لكن د م كز دائرة د ز
من خارج فلو وصلنا ه ح يمر با و ب معا فاحاط خط مستقيم واحد بسطح
هذا خلف يد ابعاد الاوتار المتساوية في الدائرة الواحدة
من مركزها متساوية والاوتار التي ابعادها منه متساوية فهي متساوية
ولتكن الدائرة اب والوتران المتساويان
د ز ه ز والمركز ح ونخرج من ح عليهما عمودي
ح ط ح ك فهما متساويان وذلك لانا اذا
وصلنا ح د ح ز ح ه ح ز كانت الزوايا
النظائر من مثلثي ح د ز ح ه ز متساوية لتساوي الاضلاع النظائر
وكان في مثلثي ح ط د ح ك ه لتساوي زاويتي د ه وكون زاويتي ط ك
قائمتين وتساوي ضلعي ح د ح ه ضلعا ح ط ح ك متساويين وايضا لكونهما
متساويين نقول لو تراد د ز ه ز متساويان وذلك لانا اذا القينا
مربعي ح ط ح ك المتساويين من مربعي ح د ح ه المتساويين لتبقى مربعا
د ط ه ك متساويين فهما متساويان وضعفاهما اعني د ز ه ز
متساويان وذلك ما اردناه اقول ولو وجه آخر ان كان
د ز ه ز متساويين ولم يكن ح ط مساويا لح ك فليكن ح ط
اطول ويكون زاوية د ا اعظم من زاوية ه وكذلك زاوية ز من زاوية
ز فيبقى زاوية د ح ز اصغر من ه ح ز والساقان متساويان فيلزم ان
يكون قاعدة د ز المساوي له ز اقصر منه هذا خلف والقياس بالخلف
عكسه وهو فرض اختلاف ط ح ك ويلزم اختلاف مربعيهما مع تساوي
مربعي ح ط ح ك فيلزم اختلاف ح ز ح ز مع وجوب تساويهما
يه اطول الاوتار في الدائرة قطرها والاقرب الى المركز
اطول من الابعد فليكن دائرة اب والقطر د ز وه ز اقرب الى المركز
من ح ط والمركز ك ونخرج
منه عمودي ك ل ك م
فيكون ك ل اقصر ونفصل
من ك م مثله وهو ك ن ونخرج

من ه ونرد ب ع موازيا لـ د ز فيه ع يساوي ه ز ونصل ك ب ك ع
ك ح ك ط لجميع ك ب ك ع اعني د ز اطول من ب ع اعني ه ز
وايضا في مثلثي ب ك ع ح ك ط اضلاع ك ب ك ح ك ع ك ط
متساوية وزاوية ع ك ب اعظم من زاوية ط ك ح فب ع اعني
ه ز اطول من ط ح وذلك ما اردناه اقول ولنوجه لف لكن
الدائرة اب والقطر د ز والمركز ه و ز ح وتر مواز لـ د ز ونخرج من د
عمودا عليه فلا يمكن ان يقع على ز لانا ان وصلنا ه ز كانت زاويتا
د ز من مثلث ه د ز المتساوي الساقين قائمتين وايضا لكانت كل واحد من
زاويتي ح ز د ه ز د قائمة ولا ان يقع فيما بين ز ح كـ ط لان زاوية

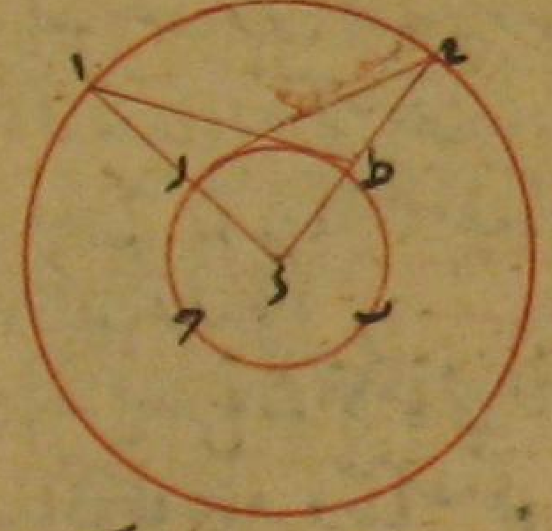


ط د ه حينئذ يكون قائمة واذا
وصلنا ه ط واخرجناه الى ك
ووصلنا د ك كانت زاوية
ه د ك اعني ه ك د اكبر من قائمة و
ه ط د اصغر من ح ط د القائمة و
اكبر من ه ك د الذي هو اكبر من قائمة هذا خلف فلا محالة يقع خارجا كـ د ك
ويكون ذا من ز يقع على م ويكون د ز اعني ل م اكبر من ز ح وبمثله نبين ان ز ح
اطول مما هو ابعد منه ان كان موازيا له والا رسمنا موازيا لـ ز ح ومساويا
للابعد المفروض وبينا الحكم فيه فنتبين في الاربعة العمود الخارج من طرف
القطر يقع خارج الدائرة ولا يقع بينه وبين المحيط خط لف مستقيم ويكون
زاوية نصف الدائرة اعظم من كل حادة مستقيمة الخطين والتي يحيط بها المحيط
والعمود اصغر ولكن الدائرة اب والقطر ب د وليخرج من ب عمودا فان

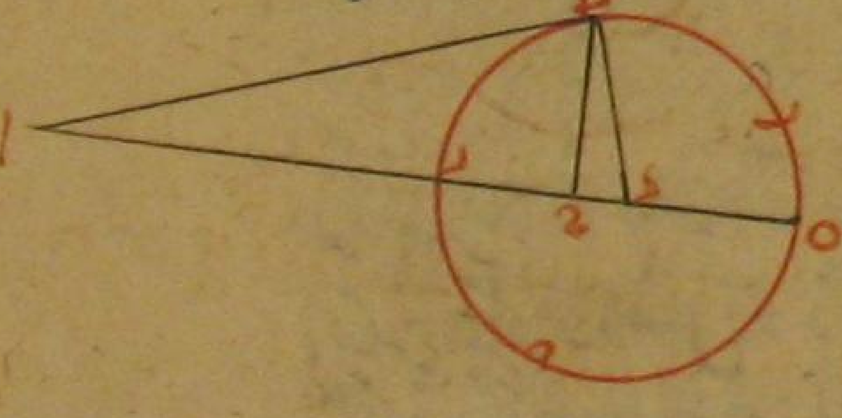


دخل الدائرة فليخرج منها على ا ونصل ه ا فيكون زاويتا
ه ب ا ه ا ب المتساويتان قائمتين هذا خلف فهو يقع
لا محالة خارجا وهو عمود ب ز ولا يقع بينه وبين المحيط خط له
والا فليقع ب ح ونخرج من ه عليه عمود ه ط فلا ينطبق على ه ب
لانه ليس بعمود على ب ح ولا يقع في جهة ب والا اجتمع في المثلث الحادث
منه ومن ب ح ومن القطر قائمة ومنفرجة فيقع لا محالة في جانب او يكون في
مثلث ه ط ب زاوية ب قائمة اعظم من زاوية ب فوتر ه ا اعني ه ك اطول من
ه ط هذا خلف واذن لا زاوية حادة مستقيمة الخطين اعظم من زاوية ا ك ه
ولا اصغر من زاوية ب ك والا لامكن وقوع خط بين العمود والمحيط وقد
تبين مع ذلك ان العمود الخارج من طرف القطر يكون مماسا للدائرة

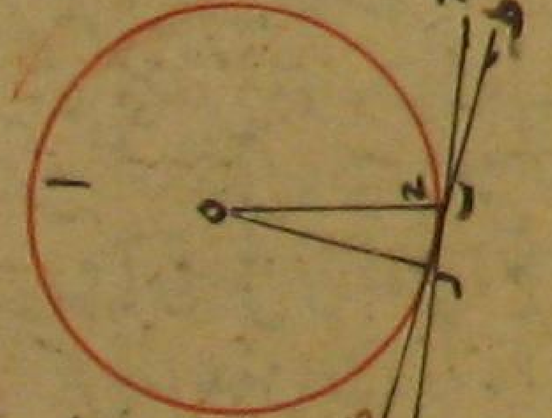
وذلك ما اردناه اقول ولنوجه لف قدم ان العمود الخارج
من النقطة الى الخط هو اقصر خطوط الخارجة منها اليه فكل خط يخرج من
نقطة ه الى خط ب ز يقع خارجة الدائرة لكونه اطول من نصف القطر فاذن ب ز
لا يدخل الدائرة وايضا كل خط وقع بين عمود ب ز وقطر ب د انما يقع داخل
الدائرة لان عمود الخارج اليه من ه يكون اقصر من نصف القطر لمثل ذلك
فاذن لا خط يقع بين ب ز والمحيط يه نريد ان نخرج من
نقطة الى دائرة خطا مماسا مثلا من نقطة ا الى دائرة ب ح د
ولكن مركزها ز ونرسم على ز ببعد ز ا دائرة ا ه ونصل ا ز فا قطعا
لمحيط ب ح د على د ومن د عمود د ح على ا ز ونصل ح ز فاقطع المحيط
ح على ط ونصل ا ط فهو مماس



لو الدائرة ب ح د وذلك لان في مثلثي
ا ط ز ح د ز ضلعي ا ز ز ط مساويان
لضلعي ح ز ز د وزاوية ز مشتركة
فزاوية ا ط ز مساوية لزاوية ح د ز
القائمة فهي قائمة مثلها فا ط العمود
على قطر ز ط مماس وذلك ما اردناه اقول ولنوجه لف ا ز د
نخرج الى ه ونعمل مربعا مساويا لسطح ا ه في ا ز ونصل ا ه ا ح مثل ضلعه
ونرسم على ا ببعد ا ح دائرة



ح ط ونصل ا ط فهو المماس و
ذلك لان ضرب ه ا في ا ز
اعني مربع ط ا مع مربع ز ا اعني
مربع ز ط مبا ولمربع ز ا فزاوية
ا ط ز قائمة فا ط مماس يه اذا وصل بين المركز ونقطة التماس
خط كان عمودا على الخط المماس ولكن الدائرة اب والخط المماس
د ز والمركز ه ونقطة التماس ب



لز ونصل ب ه فهو عمود على د ز و
الا فليكن العمود ه ز ويكون اقصر من
ب ه اعني ه ح هذا خلف فاذن
الحكم ثابت وذلك ما اردناه
ولنوجه اخر لو لم يكن ه ب عمودا على ب فلنخرج من ب على ه ب عمود ب ط ك فهو ايضا مماس
وقد وقع بينه ومن المحيط في احدى جنبتيه ب د او ب ك هذا خلف اذا خرج من نقطة المماس

يح

فهو يمر بالمركز وليكن الدائرة اب والخط جد والنقطة
المماسة ب والعمود ب ا وذلك لانه لو لم يمر با
المركز لكان المركز مثلا نقطة ه ونصل ب ه فكان
عمودا اب عمود هذا خلف والحكم ثابت
وذلك ما اردناه ه زاوية المركز

يط

ضعف زاوية المحيط اذا كانتا على قوس واحدة مثلا في دائرة ا ب ج د
التي مركزها ز زاوية ب ز ج ضعف زاوية ب ا ج وذلك لانا اذا وصلنا
ا ز واخرجناه الى ه كانت زاوية
ب ز ه المساوية لزاويتي ز ب ا
ز ا ب المتساويتين ضعف زاوية ب ا ه
وكذلك زاوية ه ز ج ضعف زاوية ج ا ه
فيحصل زاوية ب ز ج ضعف زاوية ب ا ج
وذلك ما اردناه اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع لان ا ز يقع
اما بين ضلعي ا ب ا ج كما في الاصل او منطبقا على احدهما او خارجا عنهما هكذا
والكل ظاهر وقد استعمل فيه مقدمة بينت في احد شكلي ح ه من
المقالة الخامسة ه
الزوايا الواقعة في
قطعة واحدة متساوية
مثلا كزاويتي د ا ز د ه ز

ك

الواقعتين في قطعة د ا ه ز من دائرة ا ب ج
وليكن المركز ز ونصل ز د ز ج فلان زاوية
د ز ج ضعف كل واحدة من الزاويتين تكونان
متساويتين وذلك ما اردناه اقول
اذا كانت القطعة اكبر من نصف الدائرة اما
اذا لم يكن كذلك فلا يشمل الحكم بهذا الوجه او لا يكون هناك زاوية
مركزية على قوس د ز والوجه فيه ان نبين ان زاويتي ه د ا ه ز ا
الواقعتين في قطعة ه د ز التي اكبر من النصف متساويتان ومتقابلتا
ح متساويتان فيبقى في مثلثي ا ح ز ه د ح زاويتا ز ا ح د ه ح متساويتين ه
كل متقابلتين من زوايا ذي الاربعة اضلاع يقع في دائرة فهما
معادلتان لقائمتين مثلا كزاويتي ب ا ز ب ج د من ذي اربعة اضلاع
ا ب ج د الواقع في دائرة ا ب ج د وذلك لانا اذا وصلنا ا ج ب د

كا

كانت زاويتا ب ا ج ب د ج الواقعتان
في قطعة ب ا د ج متساويتين وكذلك
زاويتا ا ج ب ا د ب الواقعتان
في قطعة ب ا ج د فجميع زاوية ب ا د يساوي
مجموع زاويتي ب ج ا د ب ج د فنجعل زاوية
ب ج د مشتركة فيصير مجموع زاويتي ب ا د ب ج د المتقابلتين مساويا
لمجموع زوايا مثلث ب ج د المعادلة لقائمتين وذلك ما اردناه ه

كب

لا يمكن ان يقوم على خط واحد في جهة واحدة قطعتان متشابهتان احديهما اعظم
من الاخرى والا فليقع على ا ب قطعتا ا ج ب
ا د ب و ا د ب اعظم ونعلم ا ج ب نقطة ه
كيف اتفق ونصل ا ه ونخرجه الى ز ونصل ب ه
ب ز فزاويتا ا ه ب ا ز ب الخارجة والداخلة متساويتان لتشابه القطعتين
هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه ه

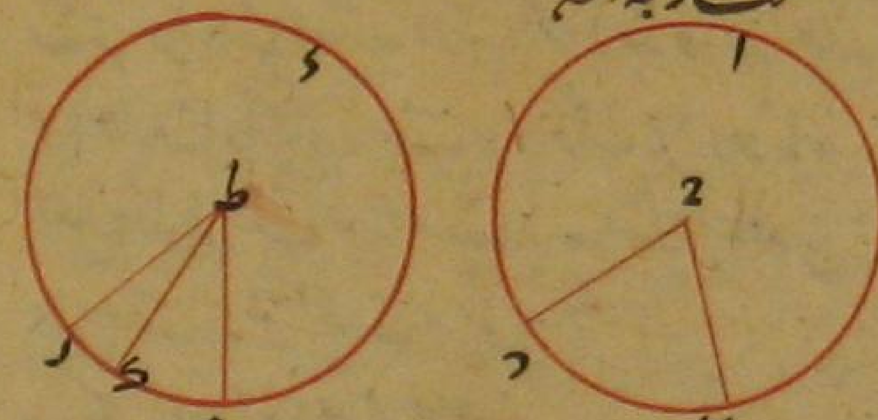
كج

القطع المتشابهة الكائنة
على خطوط متساوية متساوية مثلا كقطعتي ا ه ب د ز ج المتشابهتين الكائنتين
على ا ب د ج المتساويين
وذلك لانا اذا توهمنا تطبيق
ا ب على د ج والقطعة على
القطعة وجب ان تنطبق عليها فتساويه والا لوقع مثل قطعة د ح ج واذن
لقام قطعتا د ز ج د ح ج المتشابهتان على د ج واحدتهما اعظم هذا خلف
والحكم ثابت وذلك ما اردناه ه

كد

نريد ان نتمم دائرة قطعة كقطعة ا د ب
فلننصف خط ا ب على ز ونخرج من ز على ا ب
عمود ز د ونرسم على ا من د ا زاوية د ا ه
مثل زاوية ا د ه ونخرج ا ه د ز الى ان يلتقيا على
ه فه مركز الدائرة المطلوبة لانا اذا وصلنا ب ه
كان مساويا لا ه لتساوي ضلعي ب ز ز ا وكون ز ه مشتركا وزاويتي
ز قائمتين و ا ه مساو لـ د ه لتساوي زاويتي ا د ه د ا ه فه التي خرج
منها الى المحيط ا د ب خطوط ه ا ه د ه ب المتساوية مركز وذلك ما اردناه ه
اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع لان ا ه اما ان يقع خارجا من
القطعة او منطبقا على ا ز ويتحد ه ز
او ز داخل القطعة والاول مورد
في الاصل والباقيان هكذا وهما ظاهر
ان

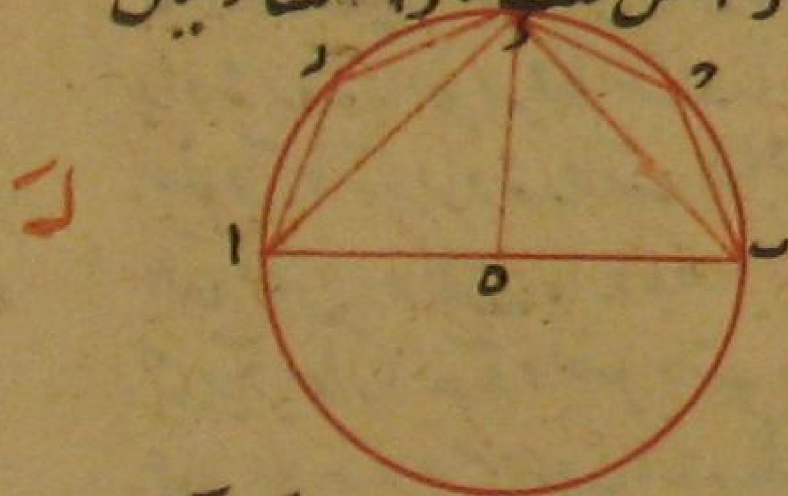
ه الزوايا المتشابهة في الدوائر المتساوية على قسي متساوية مركزية كانت او محيطة فلتكن في دائرتي اب ج د ه ز المتساويتين زاويتا ا ز كه
او زاويتا ح ط متساويتين نقول فقوسا ب ج ه ز متساويتان
وذلك لانا اذا وصلنا


وترى ب ج ه ز كانا متساويين
لتساوي اضلاع ح ب ج
ط ه ز وزاويتي ط ح
وكانا قطعتا ب ا ج ه د ز
المتشابهتين القائمتين على خطين متساويين متساويتين فبقي القوسان
من الدائرتين متساويتين وذلك ما اردناه ه الزوايا التي تقع على
قسي متساوية من دوائر متساوية مركزية كانت او محيطة فلتكن قوسا
ب ج ه ز من دائرتي
كو اب ج د ه ز المتساويتين
متساويتين وقد وقعت عليهما
زاويتا ح ط المركزيتين نقول
فهما متساويتان والا فلتعمل


ونعمل زاوية ه ط ك مساوية لزاوية ح فتكون قوس ه ك مساوية لقوس
ب ج اعني لقوس ه ز هذا خلف فالحكم ثابت ويبين من ذلك
حال المحيطة وذلك ما اردناه ه قسي الاوتار المتساوية في الدوائر
المتساوية متساوية عظميات كانت او صغريات فليكن وتراب ج
ه ز في دائرتي اب ج د ه ز المتساويتين متساويين نقول
فقوسا ا ج ه ز او قوسا ب ج د ز متساويتان وليكن المركز
ان ح ط ونصل
ح ب ح ج ط ه
ط ز فزاويتا ح ط
كز من مثلثي ح ب ج ط
د ز متساويتان لتساوي


اضلاعهما النظائر فالقوسان المذكورتان متساويتان وذلك
كح ما اردناه ه اوتار القسي المتساوية من الدوائر المتساوية متساوية فليكن قوسا ب ج ه ز من دائرتي اب ج د ه ز المتساويتين متساويين
نقول فوترا ب ج ه ز متساويان وليكن المركزان ح ط

ونصل بالقياس اضلاع مثلثي ح ب ج ط ه ز المتساوي لتساوي الدائرتين
ويكون زاويتا ح ط متساويتين لتساوي القوسين فيكون القاعدتان
اعني ب ج ه ز متساويتين وذلك ما اردناه والشكل كما تقدم ه
نريد ان ننصف قوسا كقوس ب ا د فنصل ب د وننصفه على ج ونخرج
كط منه عمود ج ا فهو ينصفها على ا وذلك لانا اذا وصلنا وتري ب ا د ا
كانا متساويين لتساوي ب ج ج د
ولكون ج ا مشتركا وزاويتي ج القائمتين
متساويتين فكانت قوساهما اعني ب ا


د ا متساويتين وذلك ما اردناه ه كل زاوية في قطعة فهي قائمة ان
كانت القطعة نصف دائرة وحادة ان كانت اعظم من النصف و
منفرجة ان كانت اصغر وكل زاوية قطعة فهي منفرجة ان كانت القطعة
اعظم من النصف وحادة ان لم يكن اعظم فلتكن قطعة ا ج ب نصف دائرة
ا ب د والمركز ه ولنعلم عليها ج كيف اتفق ونصل ج ب نقول ان زاوية
ا ج ب الواقعة فيها قائمة وذلك لانا اذا وصلنا ج ه كانت زاوية ا ه ج
الخارجة من مثلث ه ج ب مثل زاويتي ه ج ب ه ب ج لتساوي ضلعي ه ج ه ب و
زاوية ب ه ج مثل زاويتي ه ج ا ه ا ج لذلك ايضا فمجموع زاويتي ا ه ج ب ه ج المعادلتين
للقائمتين مثل جميع زاوية ا ج ب فهي قائمة وبوجه اخر لما كانت زاويتا ج ا
من مثلث ه ج ا متساويتين وزاويتا ج ب من مثلث ه ج ب متساويتين
كان جميع زاويتي ج ا من مثلث
ا ج ب مساويا لجميع زاوية ا ج ب
فهي لكونها نصف زوايا المثلث
ل قائمة وبوجه اخر نخرج ب ج ز
الى ح فزاوية ا ج ح تساوي زاوية ا ج ب


المساوية لجميع زاويتي ج ا ب ج ب ا لما مر فاخرج عمود على ب ح وايضا قطعة ا ب ج
اعظم من النصف والواقعة فيها زاوية ا ب ج او ما تساويها وهي حادة
وايضا نعلم على قوس ا ج نقطة د كيف اتفق ونصل ا د د ج فزاوية ا د ج من
ذي اربعة اضلاع ا د ج ب الواقعة في الدائرة هي تمام مقابلتها التي
هي زاوية ب الحادة من قائمتين منفرجة وهي الواقعة في قطعة
ا د ج التي هي اصغر من النصف وايضا زاوية ا ج الخط و ج د
القوس التي هي زاوية قطعة اكبر من النصف منفرجة لكونها
اكبر من زاوية ا ج ب القائمة وزاوية ا ج الخط و ج د

القوس التي هي زاوية قطعة ليست اكبر من النصف حادة لكونها اصغر
من زاوية ا ز ح القائمة وذلك ما اردناه اقول
وبالعكس اذا كانت زاوية ز من مثلث ا ب ز قائمة ورسمنا
على ا ب نصف دائرة مر بنقطة ز والا لاخرجنا ا ز الى المحيط و
وصلنا بينه وبين ب فكانت الخارجة والداخلة من المثلث الحادث
قائمتين هذا خلف وهذا العكس مما يستعمل كثيرا وفي هذا الشكل الصائم
مقدمة بين في الشكل من المقالة الخامسة هـ او اخرج من
نقطة تماس الخط المماس للدائرة خط يفصل الدائرة الى قطعتين فالزاويتان
الحادثتان عن جنبتيه تساويان اللتين تقعان في القطعتين على التبادل مثلا
خرج من نقطة من خط ز ه المماس لدائرة ا ح عليها خط ب ز و

لا

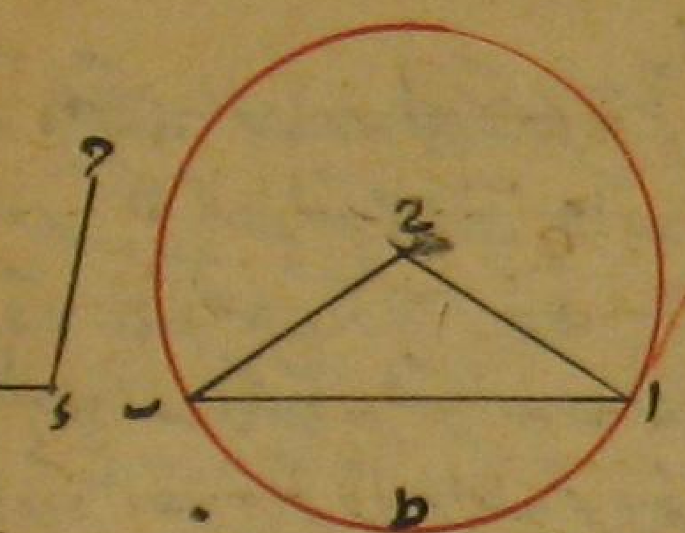


وفصل الدائرة الى
قطعتي ز ا ب ز ط ب
فزاوية ز ب ز مساوية
التي تقع في قطعة ز ا ب
وزاوية ز ب ه التي تقع
في قطعة ز ط ب وذلك لانا اذا وصلنا بين ب وح والمركز و
اخرجناه الى ا ووصلنا ا ز كانت كل واحدة من زاويتي ا ز ب ا ب ز
قائمة وكل واحدة من واحدة ز ا ب الواقعة في القطعة و ز ب ز تمام
زاوية ز ب ا القائمة فهما متساويتان ولنعلم ط في قطعة ز ط ب كيف اتفق و
نصل ط ز ط ب فزاوية ز ط ب الواقعة فيها تمام ز ا ب اعني زاوية ز ب ز
القائمتين وذلك ما اردناه اقول وبوجه اخر نخرج من
ز ز ح موازيا لـ د ه ونصل د ب ب ح الى ك ز نب ك العمود على ز ه
عمود على ز ح ومنصف اياه لكونه مارا بالمركز ولان ز ك ك ح
متساويتان وب ك العمود مشترك يكون زاويتا ز ب ب ح متساويتان
وزاوية ز ح مبادلة لزاوية ز ب ز وزاوية ز ح ب الواقعة في القطعة
مساوية لزاوية ز ب ز

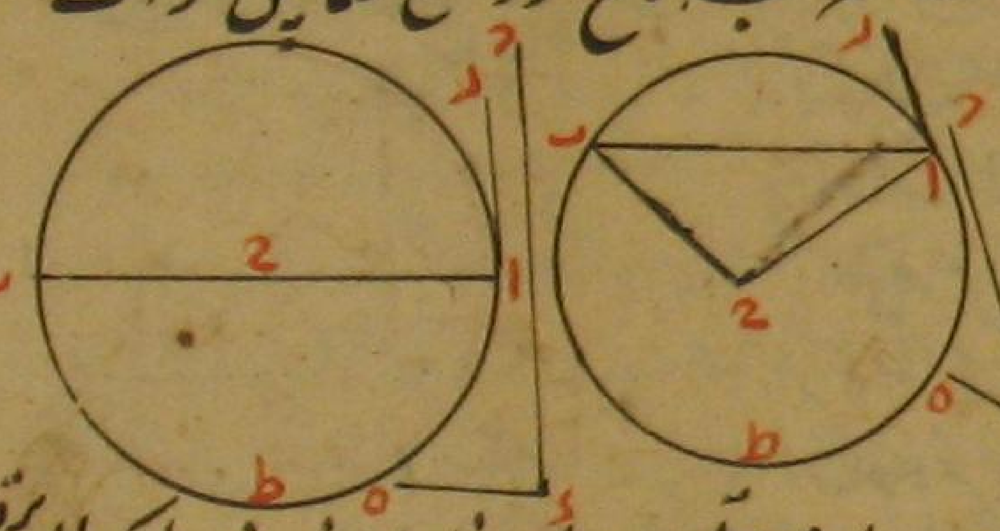


هـ نريد ان نعمل خط
محدود قطعة تقبل زاوية
مفروضة ولتكن الخطات
والزاوية د ز ه فنرسم على آ من الخط زاوية تساويها وهي زاوية
ب ا ز ومن آ عمودا على ا ز وهو ا ح وعلى ب من خط ا ب

لب

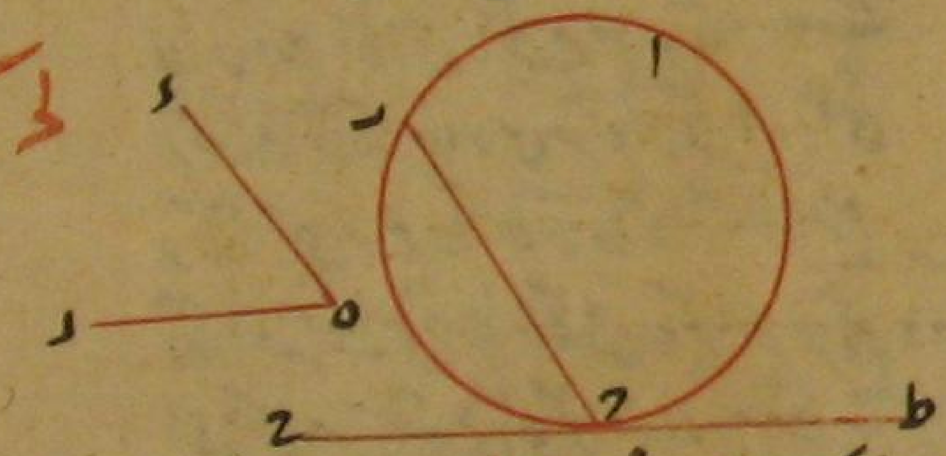


زاوية ا ب ح مثل زاوية
ب ا ح ونخرج ا ح ب ح
الى ان يلتقيا على ح
لكون كل واحد من الزاويتين
اقل من قائمة ونرسم
على مركز ح وبعد ح ا دائرة ا ب فقطعة ا ط ب هي المطلوبة لان
ا ز العمود على ا ح مماس وقد خرج من نقطة تماسه ا ب فصل الدائرة
الى قطعتين احدهما ا ط ب المقابلة لزاوية ز ا ب اعني زاوية د ز ه
وذلك ما اردناه اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع
فان الزاوية ان كانت منفرجة وقع عمود ا ح فيما بين ا ز ا ب

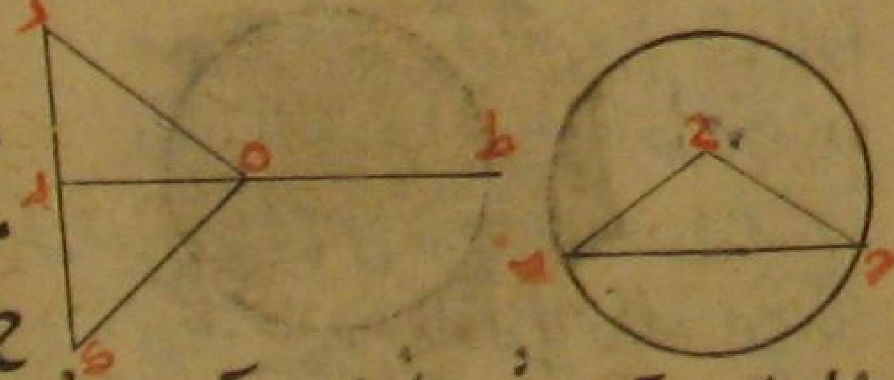


كما في الاصل وان
كانت حادة وقع خارجها
عنها وان كانت قائمة
انطبق على ا ب
بكذا او الكل ظاهر
هـ نريد ان نفصل من دائرة قطعة تقبل زاوية مفروضة ولتكن الدائرة
ا ب ح والزاوية د ه ز فنعلم على الدائرة ح ونخرج ط ح ح المماس

لج



ونرسم على ح من ح ح
وزاوية ح ح ب مثل
زاوية د ه ز فظاهر ب
نفصل من الدائرة
قطعة ب ا ح القابلة
لزاوية ب ح ح اعني زاوية د ه ز وذلك ما اردناه اقول وبوجه اخر
لتكن المركز ح فان كانت الزاوية قائمة اخرجنا منه قطر الفصل الدائرة
الى نصفين تقبل كل واحدة منهما الزاوية وان لم يكن قائمة اخرجناه ح الى
ط فتكون احدى زاويتي د ه ز د ه ط حادة ولتكن د ه ز فنرسم على ح



من ه ح زاوية ح ه ك
مثلها ونفصل ه ح ك
متساويتين ونصل ح ك ونخرج
ح ك كيف اتفق وعلى ح منه
زاوية ح ك ب مثل زاوية ه ح ك ونصل ح ب فتكون زاوية ح ب د

المساوية لـ ح د ب مثل زاوية ه ك ز المساوية لـ ح ز ك وهي مركزية ح ح
مثل زاوية ك ه ز وهي ضعف كل محيطة تقع في قطعة د ا ب فاذن هي
القطعة المقابلة لزاوية ز ه ز تماما فلنجعل زاوية ز ه ط ه كل وترين
متقاطعين في دائرة فالسطح الذي يحيط به قسما احدهما يساوي السطح يحيط
به قسما الاخر وليكن الدائرة ا ب والوتران ا ح ب ز وقد تقاطعا على
ه فسطح ا ه في ه ح يساوي سطح ب ه في ه ز ويختلف وقوع هذا
الشكل لان الوتران يكونان اما قطرين او احدهما فقط قطرا او لا واحد
منهما بقطر والثاني لا يخلو اما ان ينصف احدهما الاخر او لا ينصف
وهذه خمسة والحكم في الاول ظاهر واما في الثاني وهو الذي يكون
احدهما قطرا والقاطع على قوائم وليكن المركز ز والقطر منهما ا ح ونصل
لد ز ب فلان سطح ا ه في ه ح مع مربع
ز ه يساوي مربع ز ح اعني ز ب
اعني مربعي ب ه ه ز وبسقط مربع
ز ه المشترك يبقى سطح ا ه في ه ح
مساويا لمربع ه ب اعني ضرب ب ه
في ز ه واما في الثالث وهو الذي احدهما فقط والقاطع على غير
قوائم ونخرج من ز عمود ز ط على ب ز
فلان سطح ا ه في ه ح مع مربع ز ه اعني
مربع ز ط ط ه يساوي مربع ز ح اعني
ز ب اعني مربع ز ط ط ب فاذا اسقطنا مربع
ز ط المشترك بقي سطح ا ه في ه ح مع مربع ط ه يساوي مربع ط ب فنسقط مربع ط ه
المشترك يبقى ا ه في ه ح مساويا لسطح ب ه في ه ز واما في الرابع وهو الذي لا
واحد منهما بقطر فيه واحدهما ونتواخذ ينصف الاخر ونخرج من ز عمود ز ح
على ا ح ونصل ز د وسطين فيه ز ط على د ه فلان سطح ا ه في ه ح
مع مربع ح ه يساوي مربع ح د ونجعل
مربع ز ح مشتركا فيصير سطح ا ه في ه ح
مع مربعي ح ه ز ح اعني مربع ز ه مساويا
لمربعي ح د ز ح اعني مربع ز د اعني مربعي
ز ه ه ز وبسقط مربع ز ه المشترك يبقى سطح ا ه في ه ح مساويا لمربع
ه ز اعني سطح ب ه في ه ز واما في الخامس وهو الذي لا واحد فيهما
بقطر ولا ينصف الاخر وليتم الخطوط ونخرج عمود ز ح ز ط اما عن

احدى

احدى جنبتي ز د او عن جنبته فلان سطح ا ه في ه ح مع مربع ح ه
يساوي مربع
ح د ونجعل مربع
ح ز مشتركا فيصير
سطح ا ه في ه ح
مع مربعي ه ح ح ز اعني مربع ز ه مساويا لمربعي ح د ح ز اعني مربع ز د
وايضا ب ه في ه ز مع مربع ط ه يساوي مربع ط ز ونجعل مربع ط ز مشتركا
فيصير سطح ب ه في ه ز مع مربعي ط ه ط ز اعني مربع ز ه مساويا لمربعي ط ز ز ط ز
اعني مربع ز ز بل مربع ز د ونسقط مربع ز ه المشترك يبقى سطح ا ه في ه ح مساويا
لسطح ب ه في ه ز وذلك ما اردناه واورد الحجاج هذه الاختلافات واقتصر
ثابت على الاخير ه كل خطين يخرجان من نقطة خارجة من دائرة اليها
يقطعها احدهما ويماسها الاخر فان سطح جميع القاطع فيما وقع منه خارجا يساوي
مربع المماس وليكن الدائرة ا ب ح د والقطعة ز د والخط القاطع ز ح ب والمماس
ز ا فسطح ب ز في ز ح يساوي مربع ز ا ويختلف وقوع هذا الشكل لان القاطع
اما يسامت المركز او لا يسامته ولا يخلو اما ان لا يقع بينه وبين المماس او يقع فان
سامت المركز وليكن المركز ه ونصل ا ه فلان ب ز في ز ح مع مربع ه ح
له يساوي مربع ه ز اعني مربعي
ز ا ا ه بل مربعي ز ا ه ح واذا
اسقطنا مربع ه ح المشترك بقي
سطح ب ز في ز ح مساويا لمربع
ز ا واما ان لم يسامت ونصل ه ز ه ح ه د ومن ه على ب ز عمود ه ز فلان
سطح ب ز في ز ح مع مربع ز ح يساوي مربع ز ز واذا جعلنا مربع ز ه مشتركا
صار سطح ب ز في ز ح مع
مربع ز ح ز ه اعني ه ح
مساويا لمربعي ز ز ز ه اعني
مربع ه ز بل مربعي ه ا ز ا
اعني مربعي ه ح ز ا واذا اسقطنا
مربع ه ح المشترك بقي سطح ب ز
في ز ح مساويا لمربع ز ا
وذلك ما اردناه واقتصر ثابت من هذا الشكل على الاول وعندي
من هذا ان كل خطين يخرجان من نقطة ويماسان دائرة يتساويان عن جنبتيها

فهما متساويان اقول ويمكن ان يجمع هذا الشكل والذي قبله في قول
واحد وهو ان نقال اذا اخرج من نقطة خطان متساويان الى
ما يحاد بهما من جانبي محيط دائرة وخطان اخران مثلهما وغير متساويين
ايا بهما فسطح احد الاولين في الاخر يساوي سطح احد الاخرين في الاخر
وقس البرهان عليه ه اذا اخرج خطان من نقطة خارجة
من دائرة اليها قاطعا احدهما اياها وينتهي الاخر اليها غير قاطع و
كان سطح جميع القاطع في ما وقع خارجا منه مساويا لمربع المنتهي كان المنتهي
مماسا للدائرة ولكن الدائرة اب د والنقطة ر والقاطع ر ج ب
والمنتهي ر ا ونخرج من ر ر ه مماسا لها ونصل ر ز المركز
ومن ر ه فلان
سطح ب ر في ر ج
مساو لمربع ر ا
بالفرض ولمربع لو
ر ه لما مر يكون ر ا ر ه متساويان وكان ر ا ز ه متساو بين
و ر ز مشترك فزاوية ر ا ز تساوي زاوية ر ه ز القائمة و ا ر
العمود على ز ا مماس وذلك ما اردناه اقول
وهذا الشكل ليس في نسخة الحجاج وهو مما زاده ثابت اذ وقع في
عاشر المقالة الرابعة اليه حاجة وله وجه اخر ولنعد الدائرة
والخطين ونصل د ا ر د ومن ز على ب ج عمود ز ح فلان سطح ب ر
في ر ج مع مربع ج ح
يساوي ح ر واذا جعلنا
مربع ح ز مشتركا صار
سطح ب ر في ر ج مع
مربعي د ح ح ز اعني مربع ر د بل مربع ر ا مساويا لمربعي ح ز ا اعني مربع ا ز ولكن
سطح ب ر في ر ج يساوي مربع ر ا فمربعا ر ا ا ز مساويان لمربع ر ز فزاوية
ر ا ز قائمة فهو مماس واختلاف الوقوع على قياس الشكل المتقدم تمت
المقالة الثالثة بعون الله تعالى

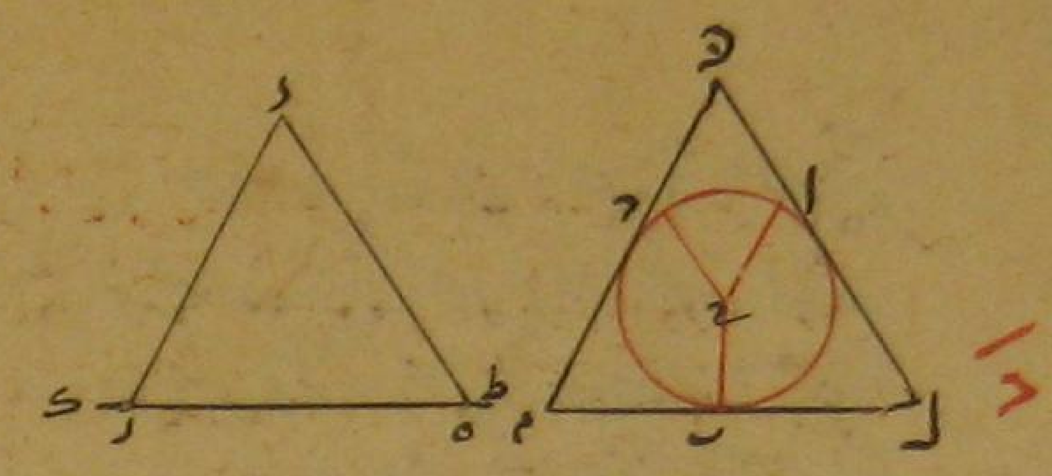
المقالة الرابعة سبعة عشر شكلا

صدر اذا احاط شكل بشكل بحيث تماس زوايا المحاط اضلاع المحيط يسند المحاط
الى المحيط بانه فيه والمحيط الى المحاط بانه عليه الاشكال ا نريد ان نرسم في دائرة
وترا مثل خط مفروض ليس باطول من قطرها مثلا في دائرة ا ب ج مثل ز فنخرج لها قطرا وهو ب ج ونفصل منه

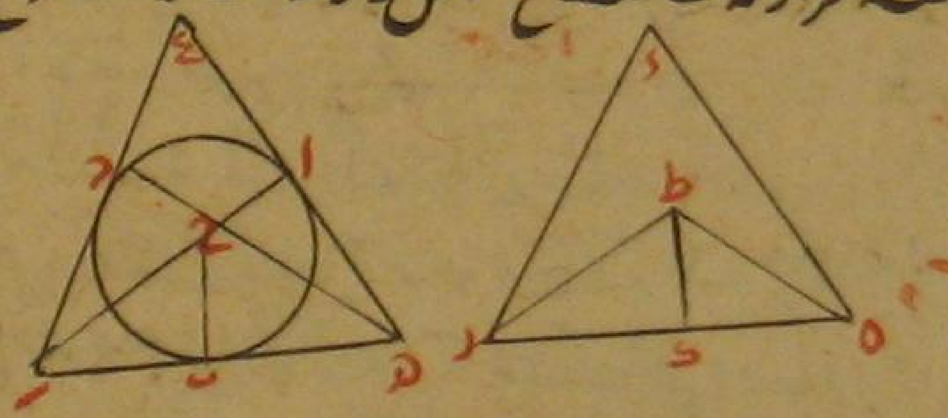
٢٥

د ز مثل ز ه ونرسم على د وبعد د ز
دائرة ا ز ح ونصل د ا فهو الوتر اذ هو
مساو لـ د ز اعني ز ه وذلك ما اردناه
اقول ونوجه اخر بنصف ز ه على ز
ولكن المركز ح ونفصل من جانبيه
من قطر ب ج ح ط ح ك مثل نصف ز ه ونخرج من ط ك عمودي ط ل ك م
ونصل ل م فهو الوتر اذ هو مساو لـ ط ك
اعني ز ه ب نريد ان نعمل في دائرة
مثلثا تساوي زواياه زوايا مثلث مفروض
ولكن الدائرة ا ب ج والمثلث المفروض
د ه ز فنرسم ح ط مماسا للدائرة على ا
ونعمل على ا منه زاوية ح ا ب مثل زاوية ه وزاوية ط ا ج مثل ز ونصل ب ج
فمثلث ا ب ج هو المطلوب لان زاوية
ا ج ب منه تساوي زاوية ب ا ح اعني
زاوية ه وزاوية ا ب ج تساوي
زاوية ج ا ط اعني زاوية
ز وبقي زاوية ب ا ج
مساوية لزاوية د وذلك ما اردناه اقول
ونوجه اخر بنصف ضلعي زاوية ز الحادة ونعمل ز على ح ط ونخرج
منهما عمودين يلتقيان على ك ونصل ك ز ك ه ك د فهي متساوية
ولكن ل المركز ونخرج ل ا كيف اتفق ونعمل على ل زاوية ا ل ب كزاوية
د ك ه وزاوية ا ل ج كزاوية ه ك د وبقي زاوية ب ل ج كزاوية ه ك ز
ونصل ا ب ا ج ب ج
فيحصل المثلث المط د
ثبت ان زاوية ل ا ب
التي هي نصف تمام زاوية
ا ل ب من قائمتين و
كذلك في سائرها فيتبين الحكم ج نريد ان نعمل على دائرة مثلثا تساوي
زواياه زوايا مثلث مفروض ولكن الدائرة ا ب ج والمثلث د ه ز
ونخرج ز الى ط و ك ولكن المركز ح ونخرج ح ب كيف اتفق و
على ح منه زاوية ب ح ا مثل ه ط وزاوية ب ح ج مثل زاوية

ب ر د ك ونخرج من ب آ د
خطوطا مماسا للدائرة الى
ان تلتقي على ل م د
فمثلث ل م د هو المطلوب



وذلك لان زوايا كل ذي اربعة اضلاع تعادل اربع قوايم فاذا القينا
من زوايا ذي اربعة اضلاع ا ب ح زاويتي ا ح القائمتين بقي زاويتا
ل ح معادلتين لقائمتين كزاويتي ر ه ط ر ه د وكانت زاوية ح مثل
زاوية ر ه ط فبقي ر ه د مثل زاوية ل وكذلك تبين ان زاوية ر ر ه مثل
زاوية م وبقي زاويتا ر د متساويتين وذلك ما اردناه اقول
وبوجه اخر ننصف زاويتي ه ر بخطين يلتقيان على ط داخل
المثلث والا لاحاط خطان بسطح ونخرج منه على ه ر عمود ط ك
ونخرج ح ب كيف وقع ونعمل على نقطة ح منه زاوية ب ح د
كزاوية ك ط ه ونخرج من ب خطا مماسا للدائرة ونخرجه ونخرج
ح د الى ان يلتقيا على د فزاوية ب د ح مثل زاوية ك ه ط ونعمل على
ح زاوية د ح ب مثل زاوية ه ط ر ونخرج ه ب الى يلتقي ح ب على
ب فزاوية ب ح مثل زاوية ك ر ط ونخرج من د ب خطين مماسين
الدائرة على ا د
يلتقيان على ع فمثلث
د ب ع هو المطلوب
ونصل ح ا ح د فيساوي
ح ا ح ب واشتراك ح د



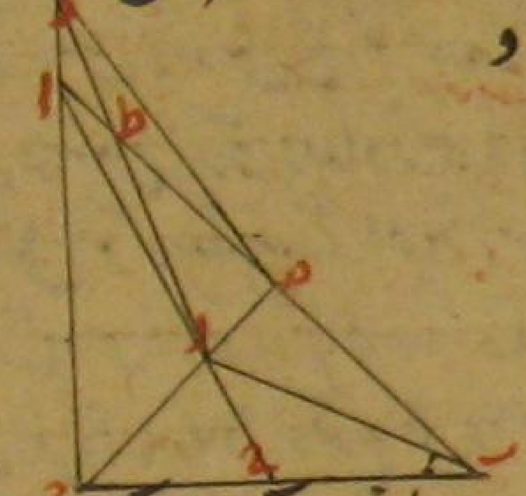
وكون زاويتي ح ا د ح ب د قائمتين تكون زاويتا ا د ح ب د ح
متساويتين وجميع زاوية ا د ب مساوية لزاوية ر ه ر وبمثله تبين ان زاوية
د ب ب مساوية لزاوية ر ر ه فبقي زاويتا ر ع متساويتين

ه

نريد ان نعمل في مثلث دائرة مثلا في مثلث ا ب ح فننصف زاويتي ب د
بخطين يلتقيان على ر ومن ر اعمدة ر ك ر ه ر ح على الاضلاع فهي متساوية
لتساوي زاويتي ر ب ه و ب ح في مثلثي
ر ه ب ر ح ب وكون زاويتي ه ح قائمتين
وضلع ب ر مشتركا وكذلك في مثلثي
ر ح د ر ك د فاذن اذا جعلنا ر مركزا
ورسمنا بعد احد الاعمدة دائرة



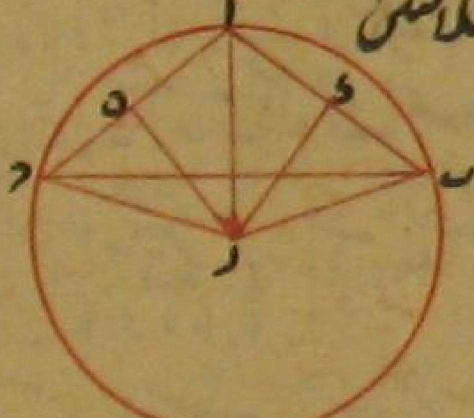
ب ه ح عملنا ما اردناه اقول ويمكن ان يبين ان الاعمدة الخارجة
من ر على اضلاع مثلث ا ب د فتقع داخل المثلث لا خارجا ولا على نقطة
الزوايا فليكن زاوية ا اولا حادة اقول فعمود د ر لا يمكن ان يقع على
د ا خارجا مما يلي ا لان ذلك يكون بعد ان يقطع ضلع ب ا على ط وحينئذ
يجتمع في مثلث ط ر ا قائمة ح ومنفرجة ط ا ر هذا خلف ولا ايضا ان
يقع على نقطة ا والا لكانت زاوية ر ا د العظمى اصغر من زاوية ا د
الحادة وهذا خلف ثم لتكن منفرجة د



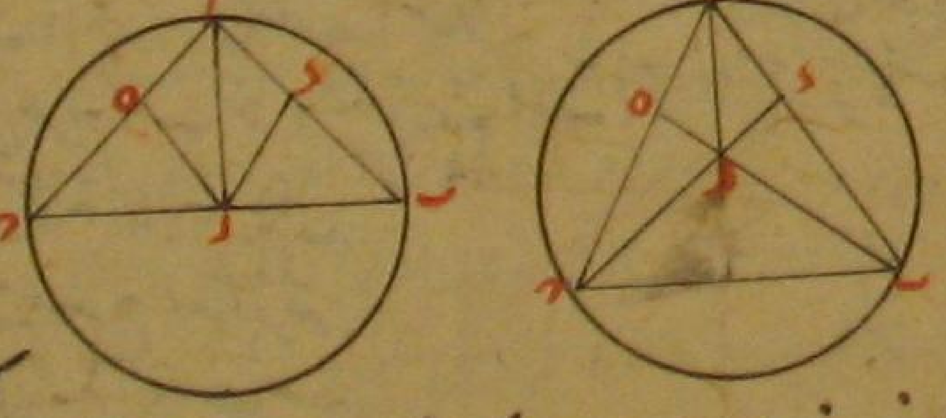
لنفرض العمود داخلا ولا خارجا ونخرج من د على
ضلعي ا ب د عمودي ر ه ر ح
فيقعان داخل مثلثي ب ر ط ه ر ح
لكون زوايا قاعدتيهما حادة ويكون
كل واحد من ر ك ر ه مساويا لـ ر ح لتساوي مثلثي ر د ح ر د ك ومثلثي
ح ر ب ه ر ب ونصل ر ه فيتساوى زاويتا ر ه ا الحادة و ر ه ا المنفرجة
هذا خلف وعلى هذا القياس في ساير الزوايا فاذن الاعمدة تقع على
الاضلاع من داخل فيما بين الزوايا وهو المطلوب

ه

نريد ان نعمل على مثلث دائرة مثلا على مثلث ا ب د فننصف ضلعي ا ب ا د
على ر ه ونخرج منهما عمودي ر ر ه ر فيلتقيان
على ر ونصل ر ا ر ب ر د فهي متساوية
لتساوي ر ب ر ا واشتراك ر ر وكون
زاويتي ر قائمتين وكذلك في مثلثي ا ر ه
د ر ه واذا جعلنا ر مركزا



ورسمنا بعد احد الخطوط الثلثة دائرة ا ب د عملنا ما اردناه اقول
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان ملاقي العمودين على ر يكون اما
خارج المثلث كما رسم في الاصل وذلك يكون عند كون زاوية ب ا د
منفرجة واما
داخله وذلك
عند كونها حادة واما
على ضلع ب د عند
كونها قائمة



ه

نريد ان نعمل في دائرة مربعا مثلا في دائرة ا ب د ولتكن المركز ه فنرسم
منها قطري ا د ب ر متقاطعين على قوايم ونصل ا ب ب د د ر

العمود ... زاوية ... قائمة ... هذا خلف

ر ا فتم المربع وذلك لانها متساوية
(و) لتساوي الاضلاع والزوايا المحيطة و
الزوايا قوائم لكون كل واحدة مساوية
لنصف قائمة وذلك ما اردناه اقول
وبوجه اخر ننصف ه ز ونخرج من ز
خط ز ح ز ط المماس ونجعل كل واحد من ز ح ز ط مثل ز ه ونصل ه ح ه ط فتكون
كل واحدة من زاويتي ح ز ط نصف قائمة وزاوية ح ه ط قائمة ونصل ا د
فتكون قوس ا ز د ربعا ونرسم د ز ي ا ب
ز د مثل ا د ونصل ب ز الباقي فتم المربع
وانما تساوي الاضلاع لانها اوتار الارباع
وتكون الزوايا قائمة لوقوع كل واحد
منها في نصف الدائرة ه نريد ان نعمل على دائرة مربعا مثلا على
دائرة ا ب ج د فنرسم فيها قطري ا ج ب د متقاطعين على قوائم عند ه المركز
ونخرج من اطرافها خطوطا مماسا للدائرة مثلا فتنتهي على ز ح ط ك
فتم المربع وذلك لان سطح ز ه متوازي
(ز) الاضلاع لكون زوايا ا ه فيه قوائم
قائم الزوايا لان زاوية ز ايضا قائمة وهو
مربع لتساوي ه ا ه ب وكذلك السطوح
الثلثة الباقية فجميع سطح ز ك ايضا مربع
وذلك ما اردناه اقول وبوجه اخر نخرج ه ا كيف اتفق و
من ا ا ز ح المماس ونجعل كل واحد من ا ز ا ح مثل ا ه ومن ز ح عمودي ز ط
ح ك متساويين لز ح ونصل ط ك فز ك مربع ونبين ان ز ط مماس الدائرة
نخرج عمود د ب اليه فيكون مساويا لا ز اعني ا ه نصف القطر وكذلك
ان ح ك ايضا تماسها وان ط ك ايضا تماسها بان نخرج اليه عمود د ه د
فيكون مساويا لسط المساوي لنصف القطر ه نريد ان نعمل في
مربع دائرة مثلا في مربع ا ب ج د فننصف ا ب ا ج على ه ز ونخرج
منهما عمودي ه ح ز ط متقاطعين على
ك فينقسم باربعة سطوح متوازية
(ح) الاضلاع ومنها لتساوي الانصاف
والاضلاع المتقابلة فيكون خطوط
ه ك ك ز ك ح ك ط

الاربع

الاربعة متساوية واذا رسمنا على ك ببعد احدها دائرة ه ز ح ط
فقد عملنا ما اردناه اقول وبوجه اخر نخرج القطرين اولا
فينقسم المربع باربع مثلثات متساويات ونخرج من نقطة التقاطع اعمدة
على الاضلاع ونبين تساويها ثم نرسم الدائرة ه نريد ان نعمل
على مربع دائرة مثلا على مربع ا ب ج د فنخرج قطري ا ج ب د
(ط) متقاطعين على ه ونبين تساوي ه ا
ه ب ه ج ه د الاربعة بتساوي
اضلاع المربع والزوايا الثمانية
التي عند ا ب ج د فان كل واحدة
منها نصف قائمة ونرسم على ه ببعد
احد الخطوط الاربعة دائرة ا ب ج د
وذلك ما اردناه نريد ان نعمل
مثلثا متساوي الساقين يكون كل واحدة من زاويتي قاعدته مثلي زاوية
راسه فليكن ا ب خطا محدودا ولنقسمه على ج بحيث يكون سطح ا ب في
ب ج مثل مربع ا ج ونرسم على ا ببعد ا ب دائرة ب د ز ونرسم وتر ب د مثل
ا ج ونصل ا د فيكون مثلث ا ب د
هو المطلوب ونصل د ج ونعمل على
مثلث ا ج د دائرة ا ج د ف ا
(ي) ب ج خطان خرجا من ب الى دائرة
ا ج د قطعها احدهما وانتهى اليه الاخر
وكان سطح ا ب في ب ج مثل مربع
ب د ف ب د مماس لدائرة ا ج د وقد خرج من نقطة التماس د ج قاطعا
للدائرة فزاوية ج د ب مثل زاوية ب ا د ونجعل زاوية ج د ا مشتركة فزاوية
ب د ا اعني زاوية ب مثل زاويتي ج د ا د ا ج اعني زاوية ب ج د الخارجة
و ب ج اعني ا ج مساو لج د او نقول زاوية ا من مثلث ا ب د مساوية
لزاوية ج د ب من مثلث د ج ب وزاوية ب مشتركة فيبقى زاوية ا د ب
اعني زاوية ب مساوية لزاوية د ج ب فيكون ب د اعني ا ج مساويا
لج د وبالجملة فزاوية ا مساوية لزاوية ج د ا وكانت مساوية لزاوية
د ج ب فكل واحدة من زاويتي ا ب د ا د ب مثل زاوية ا وذلك
ما اردناه اقول وبوجه اخر نرسم دائرة ا ب د باي
بعد شئنا على مركزه ونعلم ا كيف كان ونخرج منه خط ا ج

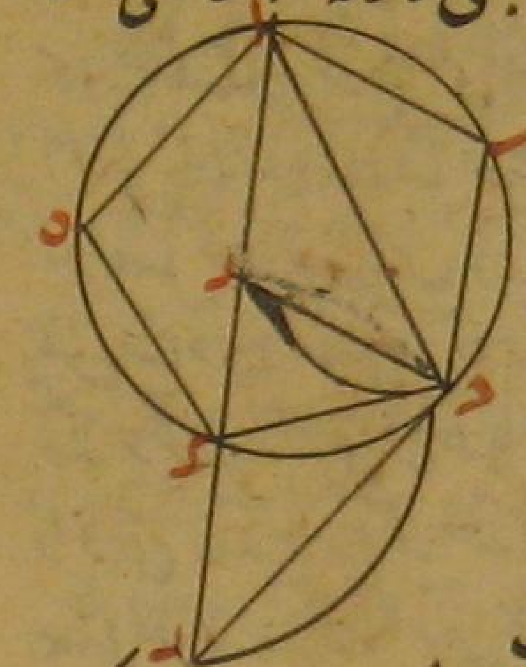
مماسا للدائرة ونجعله من قطر الدائرة
ونفصل رب ه د ونرسم على ب
بعد ب د نصف دائرة د ز ح فينقع
ح خارجا من ب ز لان ب ح تساوي
ب د اعني ا ز الذي هو اطول من
ز ب ونخرج ح ز الى ح ونرسم على مركز ز وبعد ز ا قوس ا ط يقطع قوس
د ز ح على ط لكون ز ا اعني ح ب اطول من ح ز ونصل ز ح ز ب
ز ط فيساوي ز ب ز ط لتساوي ب د ز ا ونخرج من ز عمود ط
على ح د فينصف ه ز ب ولكون زاوية ز ط د قائمة يكون زاوية ز ح
منفرجة ومربع ز د تساوي مربعي ز ب ب د وضعف سطح د ب في
ب ط اعني سطح ح ب في ب ز لكن مربع ب د مع سطح د ب في ب ح
تساوي سطح ز د في د ب ومربع ز ب اعني ز ا تساوي سطح د ز في ز ب
وسطحا ز د في د ب و د ز في ز ب تساويان مربع د ز فمربعا د ز ز د ز
متساويان فهما متساويان وزاويتا د ز ز د ز متساويتان فزاوية
د ز ا اعني ز ب ز مساوية لزاويتي ب ز د ب ز د المتساويتين
فاذن كل واحدة من زاويتي د ز ز د ز من مثلث د ز ز المتساوي
الساقين تساوي مثل زاويتي ز د وهو المطلوب وهذا المثلث يعرف
بمثلث المخمس ه نريد ان نعمل في دائرة مخمسا ونعني بالمخمس
والمسدس وامثالها متساوي الاضلاع والزوايا مثلا في دائرة
ا ب فنعمل مثلث مخمس وهو ز ه
ونعمل في دائرة ا ب د مثلثا يا
تساوي زوايا ه زوايا مثلث
ه ز وهو مثلث ا ب د و
ننصف زاويتي ا ب د ا د ب
بخطي ب ح د ط ونصل ا ح ح د ا ط ط ب فسطح ا ط ب د ح مخمس و
ذلك لان زوايا ا ب ا ح ح ب د ا د ط ط ب الخمس
متساوية وقسيها متساوية واوتارها متساوية فاضلاع المخمس
متساوية وكل زاوية من زواياه وقعت على ثلث من القسي الخمس
المتساوية فالزوايا ايضا متساوية وذلك ما اردناه اقول
وبوجه اخر لكن المركز ز ونخرج ز ا كيف اتفق وعلى ز منه زاوية ا ز ب
مثل احدى زاويتي قاعدة مثلث المخمس وعلى ز من ب ز زاوية ب ز ه

مثلها وعلى ز من ز ه زاوية ه ز د
مثلها وعلى ز من د ز زاوية د ز ه مثلها
ولان الزوايا الثلث قائمتان وزاوية
الراس خمسا قائمة يكون تلك الزاوية
اربعة اخماس قائمة واربع منها ثلث قوائم
وخمس فيبقى زاوية ا ز ه ايضا اربعة اخماس قائمة ويكون الزوايا الخمس
متساوية وكذلك قسيها واوتارها فاذن اذا وصلت اوتارا ا ب ب د د ه ه ز
كان مخمسا متساوي الاضلاع ومتساوية الزوايا لتساوي زوايا
المثلثات ه نريد ان نعمل على دائرة مخمسا فنرسم فيها مخمس
ا ب د ز ه ثم نخرج من نقطة الزوايا الخمس خطوطا خمسة مماسا للدائرة
مثل ط ح على نقطة ز ح ك ل فيحصل المخمس ولتكن المركز م ونصل بينها و
بين هذه النقطة العشر اعني زوايا المخمس فلان ز ح ز ط الخارجين من ز
المماسين للدائرة عن جنبيه متساويان لما مر و م ح م ط متساويان
و م ز مشترك يكون زوايا مثلثي م ز ح م ز ط النظائر متساوية وكل واحد
من زوايا ز م ح ز م ط نصف زاوية
ح م ط وهي مساوية لزاوية ز م ح
لتساوي قوسي ح ز ز ط وكذلك
يبين ان مثلثي ز م ح ه م ح متساويا
الزوايا النظائر وان زاوية ز م ح
نصف زاوية ز م ه فهي مساوية
لزاوية ز م ح وزاويتا ح قائمتان وضلع م ح مشترك فمثلثا م ح ز م ح ه متساوي
الاضلاع والزوايا النظائر وهكذا الى ان يبين ان المثلثات العشرة متساوية
الاضلاع والزوايا النظائر فالقواعد العشر متساوية وكل اثنين منها
ضلع من اضلاع المخمس فاضلاع المخمس متساوية وايضا الزوايا العشر التي
تتألف من كل اثنين منها زاوية من زوايا المخمس متساوية فزوايا المخمس متساوية
وذلك ما اردناه اقول
وبوجه اخر نخرج م ا كيف
اتفق ومن ا ا ز ح المماس
ونعمل على م زاويتي ا م ز ا م ح
مثل زاوية راس المخمس ونخرج
م ز م ح الى ان يلقيا ز ح على ز ح

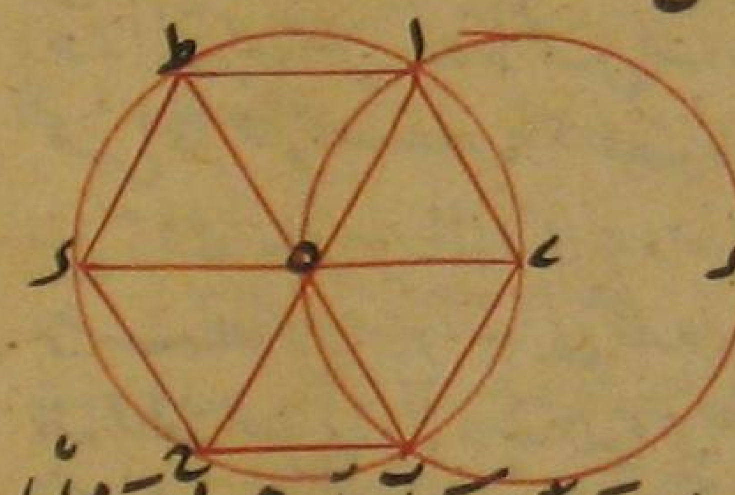
فزاوية ر م ح خمس اربع قوايم كتمام وكذلك زوايا ح م ط م ط م ك م ك م ل
ل م ر مثلها فتنقسم الدائرة المحيطة اقسام متساوية وتجعل الاضلاع متساوية
لم ح ونصل ح ط ط ك ك ل ل ر فيكون المثلثات المخمس متساوية الاضلاع
والزوايا النظاير والمجموع مخمس متساوي الاضلاع والزوايا ثم تخرج
اعمدة م ت م ح م ر م ه وتبين انها متساوية لما تنصف القطر فتبين ان اضلاع
المخمس مماسة للدائرة ه ونريد ان نعمل في مخمس دائرة مثلا في مخمس ا ب ج د ه
فلننصف زاويتي د ه بخطين يلتقيان على ر ونخرج من ر اعمدة ر ح
ر ط ر ك ر ل ر م على الاضلاع وهي متساوية لانا اذا وصلنا ر ب ر ا
ر ه كان في مثلثي ر د ه ر د ب ضلعا د ر د ه متساويين لضلعي ب د
د ر وكذلك زاويتا د منهما فيكون زاويتا د ر ه ر د ب متساويتين كل
واحدة لنصف زاوية المخمس وبقي زاوية ر ب ا لنصف اخر ويكون ضلعا
ر ك ر ب متساويين وبمثله تبين
ان ساير الزوايا انصاف زوايا
المخمس والخطوط المنصفة متساوية
فتبين ان المثلثات المخمسة التي
قواعدها اضلاع المخمس متساوية
الاضلاع والزوايا النظاير ثم تبين
تساوي زاويتي د وكون زاويتي ح م قائمتين واشتراك ر د تبين تساوي
عمودي ر ح ر م الى ساير الاعمدة فاذا رسمنا على ر ببعد احد الاعمدة دائرة
ح ط ك ل م عملنا ما اردناه اقول ويجب ان نبين ان الخطين المنصفين
لزاويتي د ه انما يلتقيان داخل المخمس وذلك كذلك لان د ر اذا اخرج لم يمكن
ان يخرج من المخمس على ضلع ا ب والا فليخرج على ح ولنصل د ح ه ح فلان في
مثلثي د ب ح د ه ح ضلعي د ب د ه متساويان و د ح مشترك وزاويتي د
متساويتان فيكون زاوية د ب ح مساوية لزاوية د ه ح وكانت مساوية
لزاوية ح ب ه هذا خلف ولا على
نقطة ا والا فليخرج د ا ر ا وتبين
كما ان زاوية د ب ا تساوي زاوية
د ه ا وبمثله تبين ان لا تخرج ايضا على
ضلع ب ه ولا على نقطة ه فهو
تخرج ضرورة على ضلع ا ه ولذلك بعينه تخرج ه ر على ضلع ا ب
فهما يتقاطعان داخل المخمس لا محالة ولوجه اخر ننصف ضلعين متجاورين

ويخرج منهما عمودين كعمودي ح ر ط ر وتبين انهما يلتقيان داخل المخمس على ر و
ذلك لان عمود ح ر لا يجوز ان يخرج من المخمس على ضلع ب د ولا على نقطة
ب والا لاجتمع في مثلث ر ح ب قائمة ومنفرجة وعمود ط ر ايضا لا
يجوز ان يخرج على ضلع د ه ولا على نقطة ا وان لم يلتقيا داخل
المخمس فاما ان يلتقيا على نقطة من ب ا او بعد خروجهما على ضلع ب ا
ولنصل على التقديرين د ر ر ح وتبين
من تساوي ضلعي ر ح ر ط واشتراك
د ر وكون زاويتي ح ط قائمتين ان
زاويتي د ر ح د ر ط متساويتان كل
منهما نصف زاوية المخمس ثم تبين في مثلثي
د ح د ر ح ر ايضا تساوي زاويتي د ر ح
ر د ح فيبقى زاوية ر د ب ايضا نصف زاوية المخمس ويكون في مثلثي ر د ر د
تساوي زاويتي د وتساوي زاويتي د ر د ب واشتراك ضلع ر د زاوية
ر د ر التي هي بعض زاوية المخمس مساوية لزاوية د ب ر التي هي زاوية
المخمس او اعظم منه هذا خلف فاذن هما يلتقيان داخل المخمس ويخرج
من ر اعمدة الى ساير الاضلاع وتبين تساويها ثم نرسم الدائرة و
بوجه اخر نخرج ضلع ا ب الى ه ونرسم على
ا ب قطعة تقبل زاوية د ب ه وهي قطعة
ا ر ب ونصفها على ر ونصل ر ا ر ب
فزاويتا ر ب ا ر ا ب تساويان زاوية
د ب ا لانهما معا تمام زاوية ا ر ب
اعني د ب ه من قائمتين وهما
متساويتان فكل واحدة نصف زاوية المخمس وبقي زاويتا ر ا ه ر ب د
نصفين ونصل ر د ر ح ر ه وتبين تساوي المثلثات ثم نخرج من ر اعمدة
على الاضلاع وتبين تساويها ونرسم الدائرة ه ونريد ان نعمل على مخمس
دائرة مثلا على مخمس ا ب ج د ه فننصف زاويتي د ر بخطين يلتقيان على
ر ونخرج منها ر ب ر ا ر ه وتبين من تساوي المثلثات تساوي
الاضلاع المحيطة بر ونرسم عليها ببعد
احد الاضلاع الدائرة وذلك ما
اردناه اقول ولوجه اخر نصل
ا د ونرسم على مثلث ا ب د دائرة ا ب ج د ه

يحيط بالمخمس وذلك لان المخمس ينقسم الى ثلث مثلثات فزواياه تعادل ست
قوايم والواحد ، تعدل قايمة وخمس قايمة ويبقى لكل واحدة من زاويتي
ب آ د ب د آ خمسه قايمة وكذلك زاوية ه ا ز ويبقى زاوية ح ا ز خمسي قايمة
فجميع زاوية ب آ ز اربعة اخماس وهي مع
زاوية ب د ز قايمتان ويبقى زاوية ا ب د
ا ز د قايمتين فالدايرة تمر بنقطة ز
والا فليمر بغيرها قاطعة لا ز على ز د
نصل ز د فيكون زاوية ا ز د التي هي
تمام زاوية ا ب د من قايمتين مساوية لزاوية
ا ز د فتتساوى الخارجة والداخلة هذا خلف



وبمثله يبين ان الدايرة تمر بنقطة ه ‌ ه ‌ نريد ان نعمل في دايرة مسدسا وليكن
الدايرة ا ب ز و قطرها د ز ومركزها ه ونرسم على د ببعد ه دايرة ا ب ز
ونصل آ ه ب ه ونخرجها الى ح ط ونصل اوتار ا د د ب ب ح ح ز
ز ط ط ا فيتم المسدس وذلك
لان مثلثي ا ه د ب ه د متساويا
الاضلاع وكل واحد من زواياها ‌ له
ثلث قايمة وزاوية ز ه ط المقابلة
لزاوية ب ه د ثلث قايمة وهي



زاوية ا ه ط لكونها تمام مجموع زاويتي ا ه د ط ه ز الى تمام جميع ا ه ب مثلها
فجميع الزوايا المحيطة به متساوية وكذلك قسيها واوتارها واما الزوايا فلان
كل واحدة منها تقع على اربع من القسي الست المتساوية فاذن الاضلاع
والزوايا متساوية وذلك ما اردناه وقد تبين ان ضلع المسدس تساوي
نصف قطر دايرته ويمكن ان نعمل على دايرة مسدسا وفي مسدس او عليه
دايرة كما في المخمس ‌ اول ‌ وان اردنا اخرجناه اكثف العمل وعليه
مثلث ه آ د متساوي الاضلاع فنقع د على المحيط لتساوي ه ا ه د ونعمل على
آ ه زاوية مساوية لزاوية ا ه د وكذلك الى ان تتم الزوايا الست فتتساوى
لكون كل واحدة ثلثي قايمة ونصل الاوتار فيتم الشكل ‌ ه ‌ نريد ان نعمل في
دايرة ذات خمسة عشر ضلعا متساوية متساوية الزوايا مثلا في دايرة ا ب د
فنرسم فيها وتري ا ب ا د مثل ضلعي مخمس ومثلث يقعان ‌ لو
فيها واذا توهمنا قسمة المحيط خمسة عشر قسما متساوية
وقع منها في قوس ا ب ثلثة وفي قوس ا د خمسة



فيكون

فيكون الواقع في قوس ب د اثنين ونصفها على ز فكل واحدة من قوسي
ب ز ز د احد الاقسام الخمسة عشر ونصل وترهما واذا رسمنا امثالهما في
الدايرة على التوالي الى ان يعود الى المبدا تم الشكل وبمثل ما مر يمكن ان
نعمل مثل هذا الشكل على دايرة او في مثل هذا الشكل او عليه دايرة و
ذلك ما اردناه ‌ تمت المقالة الرابعة بعون الله تعالى وتقدس

المقالة الخامسة خمسة وعشرون شكلا

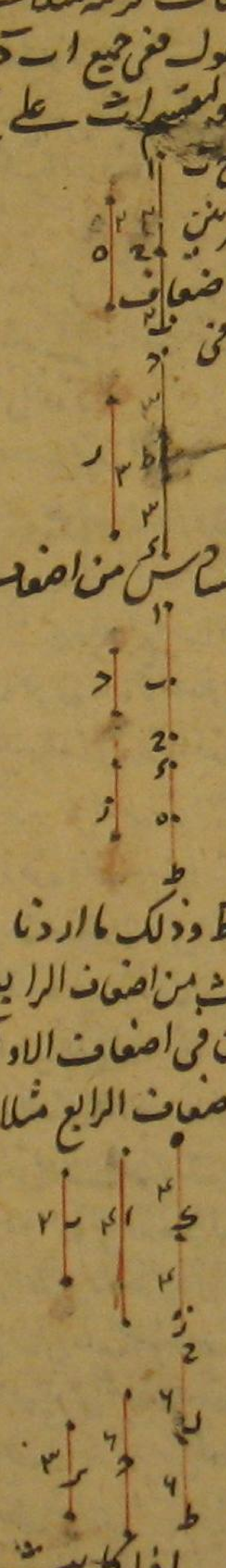
صدر متى قدر اصغر المقدارين اعظمهما فهو جزؤه والاعظم ذو اضعافه
النسبة آنية احد المقدارين متجانسين عند الاخر وفي نسخة ثابت اضافة
ما في القدر بين مقدارين متجانسين التناسب تشابه النسب المقادير التي
لبعضها نسبة الى بعض هي التي يمكن ان يفضل بعضها بالتضعيف على بعض المقادير
التي على نسبة واحدة الاول الى الثاني والثالث الى الرابع هي التي
اذا اخذ اي اضعاف امكن مما لا نهاية لها للاول والثالث متساوية المراتب
وللثاني والرابع متساوية المراتب كانت الاوليان معا ابدا اما زايدتين على
الاخريين واما ناقصتين منهما واما مساويتين لهما بشرط ان يوجد على الولاء
وليسم امثال هذه المقادير بالمتناسبة فان كانت مثلا اضعاف الاول
زايدة على اضعاف الثاني واضعاف الثالث غير زايدة على اضعاف الرابع
ولو مرة واحدة بشرط تساوي المراتب في الاول والثالث وفي الثاني والرابع
كانت نسبة الاول الى الثاني اعظم من نسبة الثالث الى الرابع اقل ما يقع
فيه التناسب ثلثة حدود وذلك انما يكون بتكرر حد واذا تناسبت ثلثة
مقادير على الولاء كانت الاول الى الاخر هي نسبته الى الثاني مثناة بالتكرير
وكذلك في الاربعة مثلثة وعلى قياسه المقادير المتشابهة في النسبة والنظيرة
هي التي تنسب المقدمات مع المقدمات والتوالي مع التوالي عكس النسبة وخلافه
هو جعل التالي مقدما والمقدم تاليا في النسبة ابدال النسبة هو اخذ النسبة للمقدم
الى المقدم والتالي الى التالي تفصيل النسبة هو اخذ نسبة فضل المقدم على التالي
الى التالي قلب النسبة هو اخذ نسبة المقدم الى فضل على التالي نسبة المساواة
هي ان يقع في النسبة صنفان من المقادير متساويا العدة كل اثنين من صنف
على نسبة نظيريهما من الصنف الاخر وهو اخذ نسبة الاطراف دون الاوساط و
المنتظمة منها هي التي تكون على الترتيب مثلا مقدم الى تالي والتالي الى الاول
الاخر كالتالي الاخر الى نظير ذلك الاخر والمضطربة هي التي كمقدم الى تالي
~~لا يكون على الترتيب مثلا مقدم الى تالي~~ كمقدم الى تالي والتالي الاول الى الاخر
كالاخر الى المقدم ‌ الاسقاط ‌ اذا كانت مقادير في الاول فيها من اضعاف
الاخر

لايكون على الترتيب مثلا مقدم الى تالي صح

تركيب

الباقي كما في الثالث من اضعاف الرابع ففي جميع الاول والثالث من
اضعاف جميع الثاني والرابع كما في احدهما من اضعاف قرينه مثلا في
اب من اضعاف ه كما في د ز من اضعاف ز نقول ففي جميع اب د ز
من اضعاف جميع ه ز كما في اب من اضعاف ه ولتقسم اب على ح
ت ه ود ز على ط ز فجمع اح د ط مثل جميع ه ز وجمع ح ت
ط ز مثل جميع ه ز مرة اخرى فعدد ما في اب د ز متعرتين
من اضعاف ه ز معا كعدد ما في احدهما منفردا من اضعاف
قرينه وحده وذلك ما اردناه ه اذا كان في
الاول من اضعاف الثاني كما في الثالث من
اضعاف الرابع وفي الخامس من اضعاف الثاني
كما في السادس من اضعاف الرابع ففي جميع الاول و
الخامس من اضعاف الثاني كما في جميع الثالث والسادس من اضعاف
الرابع مثلا في اب من د كما في ه ز من ز
وفي ت ح من د كما في ه ط من ز ففي اح
من د كما في ه ط من ز وذلك لان عدد
ما في اب من الاضعاف لـ ح مساو لعدد ما
في ه ط واذا زيد على المتساوية متساوية
صارت متساوية فعدد ما في اح مساو لعدد ما في ه ط وذلك ما اردناه ه

ه اذا كان في الاول من اضعاف الثاني كما في الثالث من اضعاف الرابع
واخذ للاول وللثالث اضعاف متساوية العدد كان في اضعاف الاول
من اضعاف الثاني كما في اضعاف الثالث من اضعاف الرابع مثلا في
ا من اضعاف ت كما في د من اضعاف ز وفي ه ز
من اضعاف ا كما في ح من اضعاف د نقول ففي
ه ز من اضعاف ت كما في ح ط من اضعاف ز
وذلك لانا اذا قسمنا ه ز على ك با و ح ط على
ل ج كان في ه ك اعني ا من اضعاف ت
كما في ل ط اعني د من اضعاف ز ففي
جميع ه ز من اضعاف ت كما في جميع ح ط
من اضعاف ز لما مر وذلك ما اردناه ه اذا كانت
نسبة الاول الى الثاني كنسبة الثالث الى الرابع واخذ للاول
والثالث اضعاف متساوية وللثاني والرابع اضعاف اخر متساوية

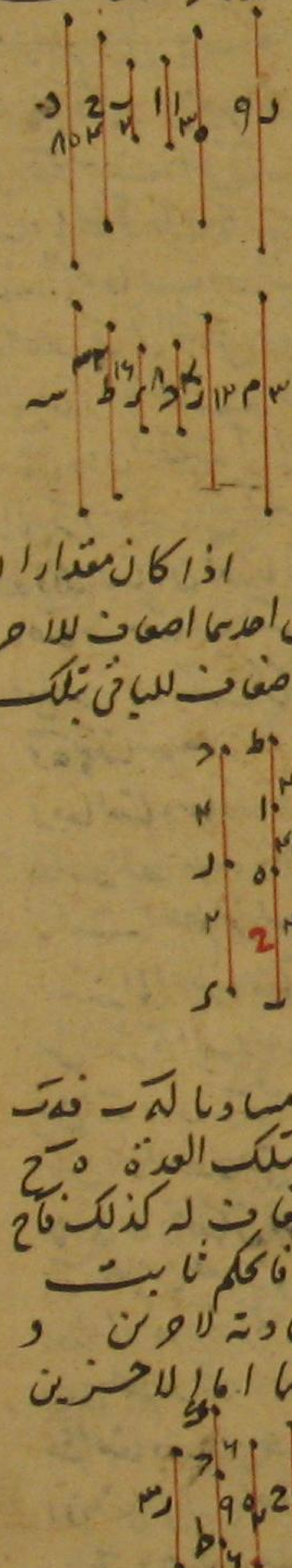


آ

ب

د

فنسبة الاول الى اضعاف الثاني كنسبة اضعاف الثالث الى اضعاف
الرابع مثلا نسبة ا الى ت كنسبة د الى ز واخذ لا د اضعاف
متساوية وهي ه ز ولت ز اضعاف متساوية
وهي ح ط نقول فنسبة ه الى ح كنسبة ز الى ط
وذلك لان كل اضعاف متساوية توجد لـ ه ز
كل م و ح ط كنسبة ت كانت لـ م ايضا اضعافا
لا د و ه ت لـ ت ز وكانت لـ م بحكم
المصادرة زايدة او ناقصة او مساوية لتلك النسبة
معا فاذن اي اضعاف اخذ لـ ه ز و ح ط
كان للاولان معا زايدين على الاخرين او
ناقصين او مساويين فيحكم عكس المصادرة نسبة ه
الى ح كنسبة ز الى ط وذلك ما اردناه ه اذا كان مقداران
احدهما اضعاف الاخر ونقص منهما مقداران احدهما اضعاف للاخر
ايضا تلك العدة النظير من النظير كان الباقي اضعاف للباقي تلك
العدة مثلا ات اضعاف لـ ح ز وقد نقص منها
اه د ز واه اضعاف لـ د ز تلك العدة نقول
فـ ت اضعاف لـ ز ه مثلها ولنا خذ لـ ز ه اضعافا
تلك العدة وهي ا ط فجميع ط ه اضعاف
لجميع د ز تلك العدة وكان جميع ات اضعافا
له كذلك ا فط ه ات متساويان وا ه مشترك
بقي ا ط الذي هو اضعاف لـ ز تلك العدة مساويا لـ ه ت فـ ه ت
اضعاف لـ ز كذلك فليكن اضعافه لما خوذة تلك العدة ه ح
فجميع اح اضعاف لـ ح ز كذلك وكان ات اضعاف له كذلك فاح
ات متساويان وكان غير متساويين هذا خلف فالحكم ثابت
ه اذا كان مقداران اضعافا متساوية لاخرين و
نقص منهما اضعاف متساوية للاخرين منهما اما لا لاخرين
واما اضعاف لهما متساوية مثلا
اب د ز متساوية لـ ه ز و ح
المنقوص من ات اضعف
له مثل د ط المنقوص من د ز لـ ز نقول فـ ح ت الباقي ان كان
مثله كان ط ز الباقي مثل ز وان كان ح ت اضعافا له كان



وذلك ما اردناه اقول ويظهر ان كل من ه ت اضعاف لـ ز كذلك

د

١٥

و

طء اضعافا فاىلك العده لر ولنا خذ دك لر مثلا او اضعافا كما كان
حت له بصر في اح الاول من ه الثاني ما في دط الثالث من
ر الرابع وفي حت الخامس من ه الثاني ما في د السادس من ر
الرابع فيكون في جميع ات من ه ما في جميع كط من ر وكل
في در منه مثل ذلك فكط در متساويان ودط مشترك بين دك
مساويا لطر فان كان مثل ر فهذا ايضا مثله وان كان اضعافا فا
فهذا اضعاف بعدته وذلك ما اردناه اقول
وبالخلف كما في الشكل المتقدم ه نسبة المقادير المتساوية
الى مقدار واحد متساوية ونسبته اليها ايضا متساوية مثلا ات
متساويان فنسبة ا الى د كنسبة ت
الى د ونسبة د الى ا كنسبته الى ت
وذلك لانا ان اخذنا لات اي
اضعاف متساوية اتفقت كده وكر
اي اضعاف اتفقت كر كانت زيادة
كه ونقصانها منه ومساواتها
له معا لمثلها وكذلك من الجانب الاخر فالنسبة المذكورة هاهنا واحدة
لعكس المصادر وذلك ما اردناه ه نسبة اعظم المقدارين الى
ثالث اعظم من نسبة اصغرهما ونسبة الثالث الى اصغرهما اعظم من
نسبته الى اعظمهما مثلا ات اعظم من د فنسبة ات الى د اعظم
من نسبة د اليه ونسبة د الى د اعظم من نسبته الى ات ولنفصل مثل د
من ات وهو ت واحد من اه وت الذي ليس باعظم من صاحبه
يمكن ان يضعف حتى يزيد على د لو موضع النسبة منهما كما ذكر في الصدر اذ
هما متجانسان فليكن هو اه ولنضعفه حتى يصير دح وهو اعظم من د وان كان
اه اعظم من نصفه فلنأخذ له اي اضعاف اتفق وهو دح وله ت اضعافا
بعددها وهو حط وله كذلك وهو كل فحط وكل متساويان وكل واحد
منها اعظم من د ولنأخذ له ضعفه وهو م و
مثله اضعافه وهو ه وهكذا على التوالي الى
ان ينتهي الى اول اضعاف له يزيد على كل
وهو س وه الذي قبله ليس باعظم من كل اعني كل
حط واذا زيد د على د صارت ورح على
حطهار كط ورح اعظم من د فجميع رط

اعظم من س وجميع رط اضعاف لجميع ات لط كل لح فاذن وحد لات د
اضعاف متساوية ولد اضعاف ما فقد زاد اضعاف ات على اضعاف د ح
ولم يزد اضعاف د عليه فبحكم المصادرة نسبة ات الى د اعظم من نسبة
د اليه وايضا وجد لد اضعاف زادت على اضعاف د ولم يزد على اضعاف
ات فنسبته الى د اعظم من نسبته الى ات وذلك ما اردناه ه الاقدار
المتساوية النسبة الى مقدار واحد متساوية وكذلك الذي يتساوى نسبة
مقدار واحد اليها مثلا نسبة ا الى د كنسبة ت اليه فات متساويان
وايضا نسبة د الى ا كنسبته الى ت فات متساويان
وذلك لانهما لو اختلفا لاختلفت النسبتان لكنهما متساويتين
هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه ه
اعظم المقدارين اعظمهما نسبة الى ثالث والذي نسبة
الثالث اليه اعظم فهو اصغرهما مثلا نسبة ا الى د اعظم من نسبة ت اليه
فا اعظم من ت لانه لو كان مساويا له لكانت نسبتهما الى د واحدة ولو كانت
اصغر من ت لكانت نسبته الى د اصغر من نسبة ت
وليس كذلك فاذن هو اعظم وايضا نسبة د الى ت اعظم
من نسبته الى ا فا اعظم من ت لانه ان كان مساويا
له كانت نسبة د اليهما واحدة وان كان اصغر من ت
كانت نسبة د اليه اعظم من نسبته الى ت وليس كذلك فاذن هو اعظم وذلك ما اردناه
اقول وهذا انما يقع في المقادير المتجانسة ه النسب المساوية لنسبة واحدة متساوية
مثلا نسبة ا الى ت كنسبة د الى ر ونسبة ه الى ر كنسبة د
الى ر فنسبة ا الى ت كنسبة ه الى ر ولنأخذ لاقدار ا د ه
اي اضعاف متساوية اتفقت وهي ح ط ك ولاقدار ت
ر ر اي اضعاف متساوية اتفقت وهي ل م ه فلان نسبة
ا ت كنسبة د ر يكون زيادة ونقصان ومساواة ح ط لل م
معا ولان نسبة د ر كنسبة ه ر يكون زيادة ونقصان ومساواة
ط ك لم معا فاذن زيادة ونقصان ومساواة ح ك ل ه
معا فنسبة ا كنسبة ه ر وذلك ما اردناه ه
النسبة المساوية لنسبة هي اعظم من ثالثة اعظم من الثالثة
مثلا نسبة ا الى ت كنسبة د الى ر ونسبة د الى ر اعظم
من نسبة ه الى ر فنسبة ا الى ت اعظم من نسبة ه الى ر فلنأخذ لد ه و
لر اضعافها المتساوية التي يزيد التي لد على التي لد ولا يزيد التي له

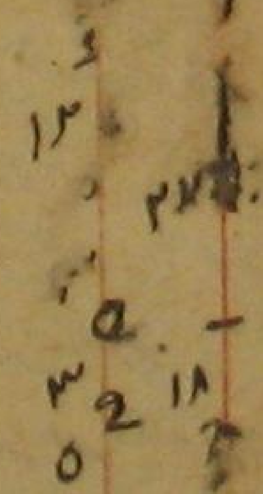
علی التی لر ولکن ح ط لجـ ه وکـ ل لدر
وناخذ لا اصعاف م بعده ما کانت کـ کم
لدر فلان نسبة ا ت کنسبة د تر یکون
زیاده ونقصان ومساوات م ح کقـ ک
معا ولکن ح یزید علی ک و ط لیس یزید
علی ک فاذن نسبة آ الی ت اعظم من نسبة یب
ه الی ر وذلک ما اردناه ه اذا کانت
مقادیر متناسبة فنسبة مقدم واحد الی تالیه
کنسبة جمیع المقدمات الی جمیع التوالی مثلا
مثلا نسبة آ الی ت کنسبة د الی ر و
کنسبة ه الی ر فنسبة آ الی ت کنسبة
جمیع ا د ه الی جمیع ت ر ر ولناخذ
لا د ه ای اضعاف متساویة المکنت وهی ح ط ک ولـ ت ر ر اضعافا وهی
ل م ه ولان النسبة فی الجمیع واحدة یکون الزیادة والنقصان و
المساوات للاضعاف مع الاضعاف معا فاذا کان ح زایدة علی
ل کان جمیع ح ط ک زایدا
علی جمیع ل م ه واذا کان یج
ناقصا کان ناقصا واذا کان
مساویا فنسبة آ الی ت کنسبة
الجمیع الی الجمیع بحکم عکس المصادره
وذلک ما اردناه ه اذا
کانت اربعة مقادیر متناسبة
فالاول ان کان اعظم من الثالث
کان الثانی اعظم من الرابع وان
کان اصغر کان اصغر وان کان
مساویا کان مساویا مثلا نسبة آ
الی ت کنسبة د الی ر ولکن آ اعظم من د نقول فـ ت اعظم من ر د
ذلک لان نسبة آ الاعظم الی ت اعظم من نسبة د الیه
ونسبة د الی ر اعظم من نسبة الی ت فـ ت اعظم
من ر ومثل ذلک نبین المساواة بالوحدة والصغر ید
وذلک ما اردنا ه اقول وبالخلف ان کان آ اعظم من ح

ولم یکن ت اعظم من ه فهو اما اصغر منه واما مساوله فان کان اصغر
فنسبة د الی ت اعظم من نسبة د الی ر اعنی نسبة آ الی ت فـ د اعظم
من آ وکان آ اعظم منه هذا خلف وقس علیه المساواه وباقی البیان
واعلم ان هذا الحکم انما یختص بالمقادیر المتجانسة فان الاولین ان کان
من غیر جنس الاخرین لم یکن المقایسة بینهما بالعظم والصغر والتساوی مع وجود
التناسب بینهما ه الاجزاء التی اضعافها متساویة فان نسبة بعضها الی
بعض کنسبة الاضعاف الی الاضعاف علی الولاء مثلا ا ت اضعاف
یه لی لده لر فنسبة د الی ر کنسبة ا ت الی ر ه ولنقسم
ا ت علی ح ط لح د ر ه علی لم ر فنسبة د الی ر کنسبة
ا ح الی ر ک لانهما مثلا سهما وکنسبة ح ط الی ل م وکنسبة
ط ت الی م ه ونسبة الواحد الی الواحد کنسبة الجمیع الی
الجمیع فنسبة د الی ر کنسبة ا ت الی ر ه وذلک ما اردناه
ه اذا کانت اربعة مقادیر متناسبة وابدلت
کانت ایضا متناسبة مثلا نسبة آ الی ت کنسبة د الی
ر نقول فنسبة آ الی د کنسبة ت الی ر ولناخذ لـ ا ت ای اضعاف متساویة
المکنت وهی ر ه ولـ د ر الضا وهی ح ط فنسبة
یو آ الی ت کنسبة ه الی ک ونسبة د الی ر کنسبة
ح الی ط فنسبة فان کان ه اعظم من ح فر اعظم
من ط وکذلک اذا کان اصغر او مساویة فه ر
اللذان هما اضعاف ا ت یکونان معا علی ح ط
اللذان هما اضعاف د ر اما زایدین او ناقصین
او مساوین فنسبة آ الی د کنسبة ت الی ر و
ذلک ما اردنا ه اقول ویشترط فیه ان یکون
الاربعة من جنس واحد فان التناسب قد یقع فی جنس مثلا یکون نسبة الخط
الی الخط کنسبة السطح الی السطح ولا یقع الابدال هناک ه اذا کانت
مقادیر مرکبة متناسبة وفصلت کانت ایضا متناسبة مثلا نسبة ا ت
الی ت ه کنسبة د ر الی ر ر علی الترکیب نقول فنسبة ا ه
یز الی ه ت کنسبة د ر الی ر ر ای اضعاف متساویة
المکن وهی ح ط ط ک ل م م ه و ح ط لا ه
ک ط ک لـ ه ت فجمیع ح ک لا ت ایضا کذلک والیضا ک
جمیع بالابدال ل ه لـ ح ر کذلک فـ ح ک ل ه

اضعاف متساوية وناخذ لـ ه ت ر ز اي اضعاف متساوية امكن وهي ك ك ه
ه ع فاضعاف ط ك الاول لـ ه ت الثاني كاضعاف م ه الثالث لـ ر ز
الرابع اضعاف ك سه الخامس لـ ه ت السادس كاضعاف ه ع السابع
لـ ر ز الرابع فجميع ط سه لـ ه ت كجميع م ع لـ ر ز فخ ك لـ ه اضعاف لـ ا ت
د ز متساوية ونسبة ا ت الى ت كنسبة اضعاف لـ ه ت ر ز متساوية ونسبة
ا ت الى ت ه كنسبة د ز الى ر ز فخ ك لـ ه المشترك فخ ط اسم
معا اما زاد س على ك سه ه ع او نافقين او متساويين وح ط ل م
اضعاف متساوية لا ه د ز و ك سه ه ع اضعاف متساوية
لـ ه ت ر ز فالحكم عكس المصادرة نسبة ا م الى ه ت كنسبة د ز الى ر ز
وذلك ما اردناه اقول ويتوهم انه لم يكن نسبة ا ه الى
ت كنسبة د ز الى ر ز فليكن كنسبة ط ز الى
ر ز واذا ابدلنا كانت نسبة ا ه الى ط ز
كنسبة ت الى ر ز فنسبة ا ت الى ط ز
كنسبة ه ت اسفل ر ز واذا
ابدلنا كانت ا ت الى ه ت اعني د ز الى
ر ز كنسبة ط ز الى ر ز فـ د ز مساو لـ ط ز
هذا خلف وانما لم يورد في الاصل هذا
البرهان مع كونه اخف لان الابدال
لا يعم عموم التفصيل لما واعتبر ذلك



فيما سيأتي ايضا ه اذا كانت مقادير موصلة متناسبة و
ركبت كانت ايضا متناسبة مثلا نسبة ا ت
الى ت د كنسبة ه ز الى ه ز على التفصيل نقول
ك نسبة ا د الى د ت كنسبة ه ز الى ه ز على التركيب
والا فليكن كنسبة ه ز الى ز ح ولكن ز ح اولا اصغر
من ز ه فاذا فصلنا كانت نسبة ا ت الى
ت د اعني نسبة ه ز الى ه ز كنسبة ه ح
الى ح ز و ه ز اصغر من ه ح فـ ه ز اصغر
من ح ز هذا خلف وكذلك يبين ان كان ز ح اعظم من ز ه
فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول ويتوهم انه
بناء على الابدال لما كانت نسبة ا ت الى ت د كنسبة ه ز
الى ه ز فاذا ابدلنا كانت نسبة ا ت الى ه ز كنسبة ت د الى

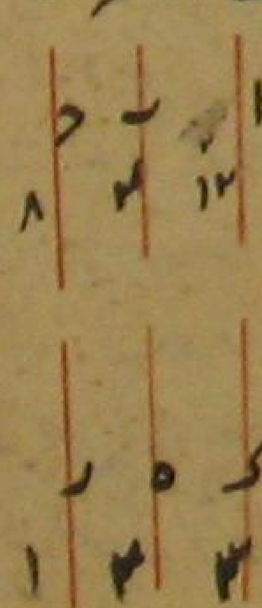


ه ز ونسبة جميع ا د الى جميع ه ز كنسبة ت د الى ه ز واذا ابدلنا كانت
نسبة ا د الى د ت كنسبة ه ز الى ه ز واعلم انه لما بين التفصيل
والتركيب بين العلة مثلا كانت نسبة ا د الى د ت كنسبة ه ز
الى ه ز وذلك لان بالتفصيل نسبة ا ت الى ت د كنسبة ه ز
الى ه ز وبالخلاف نسبة د ت الى ت ا كنسبة ز ه الى ه ز وبالتركيب
نسبة د ا الى ا ت كنسبة ز ه الى ه ز ولظهور ذلك لم يذكر في الاصل
واما اثبات التناسب على الخلاف فغير محتاج الى بيان لانه يتبين
بالمصادرة ه اذا كانت اربعة مقادير متناسبة
ونقص اثنان من نظيريهما كان الباقيان ايضا على تلك النسبة مثلا
نسبة ا ت الى د ز كنسبة ا ه الى د ر فاذا نقص ا ه من ا ت و د ر
من د ز كانت نسبة ه ت الى ر ز الباقيين كنسبة ا ت الى د ز و
ط/ ذلك لانا اذا ابدلنا كانت نسبة
ا ت الى ا ه كنسبة د ز الى د ر و
اذا فصلنا كانت نسبة ت ه الى ه ا
كنسبة ز ر الى ر د واذا ابدلنا كانت
نسبة ت ه الى ز ر كنسبة ه ا الى ر د
اعني ا ت الى د ز وذلك ما اردناه





اقول ويتوهم انه بالعرض لم يكن نسبة ت ه الى ر ز كنسبة ا د الى
د ز فليكن ه ت الى ز ح كذلك فنسبة جميع ا ت الى جميع د ح كنسبة ا ه الى
د ر وكانت نسبة ا ت الى د ز كذلك فنسبة ا ت الى د ح و د ز
واحدة فـ د ح ط مساو لـ د ز هذا خلف والحكم ثابت ه اذا
كان صنفان من المقادير متساويا العدة كل اثنين من صنف على نسبة
اثنين من الصنف الآخر وتطرف النسب ففي المساواة ان كان الاول
من صنف اعظم من الآخر كان الاول من الصنف الآخر الاعظم من
الآخر وان كان مساويا او اصغر كان كذلك
مثلا ا ت د صنف و ه ز ر صنف آخر ونسبة
ك/ ا ت كنسبة ه ز ونسبة ت د كنسبة ز ر فنقول
فان كان ا اعظم من د كان ه اعظم من ر
وذلك لان نسبة ا الاعظم الى ت اعني
نسبة ه الى ز يكون اعظم من د الاصغر الى
ت اعني نسبة ر الى ز فـ ه اعظم من ر وقس عليه



ان كان آ مساويا لـ ح او اصغر منه وذلك ما اردناه **افول**
وبالخلف ان لم يكن ر اعظم من ز فهو اما مساو واما اصغر فليكن
مساويا فنسبة ر الى ه اعني نسبة ا الى ب كنسبة ز الى ه اعني نسبة
د الى ب فا مساو لـ د وكان اعظم منه هذا خلف ولكن ر اصغر من
ز فنسبة ر الى ط ه اعني نسبة آ الى ب اصغر من نسبة ز الى ه اعني
نسبة د الى ب فا اصغر من د هذا خلف **ه** اذا كان الاول
صنفان من المقادير متساويا العدة كل اثنين من صنف على نسبة
اثنين من الصنف الاخر واضطربت النسب ففي المساوات ان
كا كان الاول من صنف اعظم من الاخر كان
الاول من الصنف الاخر اعظم من الاخر وان
كان مساويا او اصغر كان لذلك مثلا ا ب د
صنف ر ه ز صنف ولنسبة ا ب كنسبة ه ز ولنسبة
ب د كنسبة ر ه نقول فان آ اعظم من د
كان ر اعظم من ز وذلك لان نسبة آ الى ب
اعني نسبة ه الى ز اعظم من نسبة د الى ب اعني
نسبة ه الى ر فـ ر اعظم من ز وقس عليه ان كان آ مساويا لـ د او اصغر
منه وذلك ما اردناه **اقول** وبالخلف على قياس ما مر **ه**
اذا كان صنفان من المقادير متساوية العدة كل اثنين من صنف
على نسبة اثنين من الصنف الاخر وانتظمت
النسب فانها في المساواة متناسبة مثلا
ا ب د صنف و ر ه ز صنف ولنسبة ا ب
كنسبة ر ه ولنسبة ب د كنسبة ه ز نقول
كب نسبة ا د كنسبة ر ز فلناخذ لـ ا ر اي اضعاف
متساوية امكن وهي ح ط ولـ ب ه كذلك
وهي ك ل ولـ د ز كذلك وهي م ن فلان
نسبة ا ب كـ ر ه تكون نسبة ح ك كنسبة
ط ل ولان نسبة ب د كنسبة ه ز تكون نسبة
ك م كنسبة ل ن فمقادير ح ك م مع مقادير
ط ل ن على الانتظام فزيادة ونقصان ومساواة ح ط لم ن معا فاذن
نسبة ا د كنسبة ر ز وذلك ما اردناه **اقول** وان اخذنا
لا ب د اي اضعاف امكن متساوية وهي ح ك م ولـ ر ه ز كذلك

وهي ط ل ن كانت ح ك م على نسب ا ب د و ط ل ن على نسب
ر ه ز وح م يكون زايدا على ط ن معا او ناقصا او مساويا فنسبة
ا د كنسبة ر ز وبالابدال نسبة ا ر كنسبة د ز ووجه اخر لنسبة ا ب
كنسبة ر ه فبالابدال نسبة ا ر كنسبة ب ه ولنسبة ب د كنسبة
ه ز فبالابدال نسبة ب ه كنسبة د ز فنسبة ا ر كنسبة د ز وبالابدال
كج نسبة ا د كنسبة ر ز **ه** اذا كان صنفان من المقادير متساوية
العدة كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من الصنف الاخر و
اضطربت النسبة فانها في المساواة متناسبة مثلا ا ب د صنف
و ر ه ز صنف ولنسبة ا ب كنسبة ه ز ولنسبة
ب د كنسبة ر ه نقول فنسبة ا د كنسبة ر ز
فلناخذ لـ ا ب ر اي اضعاف متساوية امكن وهي
ح ط ك ولـ د ه ز كذلك وهي ل م ن فـ ح ط على نسبة
ا ب و م ن على نسبة ه ز فنسبة ح ط كنسبة م ن
وايضا نسبة ب د كنسبة ر ه فنسبة ط ل كنسبة ك م
فمقادير ح ط ل مع مقادير ك م ن على الاضطراب
فزيادة ونقصان ومساواة ح ل لـ ك ن معا فاذن
نسبة ا د كنسبة ر ز وذلك ما اردناه وفي بعض
النسخ لو اخذنا لـ ا د اي اضعاف متساوية امكن وهي
ح ط ك ولـ ر ه ز كذلك وهي ك م ن وبين ان ح ط ك على نسب ا ب د
و ك م ن على نسب ر ه ز فيكون على الاضطراب مثلها ثم يتم البرهان
ولا يتم ايضا الا بالابدال **ه** اذا كانت مقادير نسبة الاول
الى الثاني كنسبة الثالث الى الرابع ونسبة الخامس الى الثاني كنسبة
كد السادس الى الرابع كانت نسبة مجموع الاول والخامس الى الثاني كنسبة
مجموع الثالث والسادس الى الرابع مثلا نسبة ا ب الى
د كنسبة ر ه الى ز ونسبة ب ح الى د كنسبة ه ط الى ز فنسبة
جميع ا ح الى د كنسبة جميع ر ط الى ز وذلك لان نسبة ا ب الى
د كنسبة ر ه الى ز وبالخلاف نسبة د الى ب ح كنسبة ز الى ه ط
فالمساواة المضطربة نسبة ا ب الى ب ح كنسبة ر ه الى ه ط وبا
لتركيب نسبة ا ح الى ب ح كنسبة ر ط الى ه ط وكانت نسبة ب ح الى د كنسبة
ه ط الى ز فبالمساواة المنتظمة نسبة ا ح الى د كنسبة ر ط الى ز وذلك
ما اردناه **ه** اذا كانت اربعة مقادير متناسبة اعظمها الاول واصغرها

الاخر مجموعها اعظم من مجموع الباقيين مثلا نسبة ا ب
الى د ر كنسبة ه الى ر و ا ب اعظم الاربعة و ر
اصغرها نقول مجموع ا ب ر اعظم من مجموع د ر ه
ولنفصل من ا ب ا ح مثل ه ومن د ر د ط مثل
ر فنسبة ا ب الى د ر كنسبة ح ب الى ط ر الباقيين
و ا ب اعظم من د ر فح ب اعظم من ط ر ونجعل ح ا د ط مشتركا فيصير جميع
ا ب د ط اعني الاول والاخر اعظم من جميع د ر ا ح اعني الباقيين وذلك
ما اردناه تمت المقالة الخامسة بعون الله تعالى وتقدس

المقالة السادسة اثنان وثلثون شكلا

وفي نسخة ثابت بزيادة شكل وهو شكل ما صدر السطوح المتشابهة
هي التي زواياها متساوية واضلاعها المحيطة بالزوايا المتساوية متناسبة
والمتكافية الاضلاع هي التي اضلاعها متناسبة على التقدم والتاخر
اي يقع في كل منهما مقدم وتال ارتفاع الشكل هو العمود المخرج من راسه
على قاعدته الخط المقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين هو الذي يكون
نسبته الى اعظم قسميه كنسبة اعظم قسميه الى اصغرهما وفي نسخة ثابت النسبة
المؤلفة من نسب هي الحاصلة من تضعيف بعض اقدار تلك النسب ببعض وفي
النسخ النسب المتغيرة الى نسب هي التي تجزاء بعض تلك النسب فتحدث البعض
اقول لما كان النسبة من عوارض الكمية فالتاليف من عوارض
النسبة وذلك ان المقدار بعينه تارة من حيث هو كمية في نفسه وتارة
من حيث هو كمية بالقياس الى مقدار غيره من جنسه فالنسبة هي الكمية
الاضافية ثم ذلك الغير ان كان موجودا من حيث هو مضاف الى غيره تارة
اخرى كان هذا المعنى تاليفا فان كانت النسبتان من جنس واحد سميت
المؤلفة مثنات واذا جعلت حدودها الوسطى مشتركة وقصد رفعها كان
مساواة وقد مر ذكرهما والغرض ان جميع ذلك متعلق بالتاليف والرسم
المورد ههنا للتاليف انما يتحقق اذا وضع للمقادير مقدار ما من جنسها للمقدارها
بازاء الواحد في الاعداد وان كان في المقادير ما لا يتقدر بذلك المقدار
اصلا كما تبين في المقالة العاشرة فاذا وضع ذلك المقدار فقدر كل
نسبة هو المقدار الذي يكون ذلك المقدار الموضوع بالقياس اليه
على تلك النسبة والمؤلفة تحصل من تضعيف بعض تلك الاقدار ببعض اعني
من ضرب بعضها في بعض فليكن لا الى ب نسبة ولـ ح الى ر نسبة
وليكن ه المقدار الموضوع بازاء الواحد ونسبته الى ر كنسبة ا ب والى

ح نسبة د ر فـ ر ح قدر النسبتين ا ب د ر ونضعف ر
ح اي ناخذ قدرا يكون نسبة ر اليه كنسبة ه الى ح
وليكن ط فط هو قدر نسبة تتالف من تينك النسبتين اي
هو قدر ربع من ه وبينه قدرا يكون نسبة ه الى
ذلك الوسط احدى النسبتين ونسبة ذلك الوسط اليه
النسبة الاخرى وذلك لان نسبة ه ر كانت كنسبة
ا ب ونسبة ر ط كنسبة ه ح اعني كنسبة د ر فقد وقع
ر بين ه و ط على تينك النسبتين واذا تقرر هذا فنقول
الى ثلثة اقدار تفرض من جنس واحد تكون نسبة الاول الى الثالث مؤلفة
من نسبة الى الثاني ومن نسبة الثاني الى الثالث مثلا كمقادير ا ب ح
فنسبة ا ح مؤلفة من نسبة ا ب ونسبة ب ح وذلك لانا اذا جعلنا نسبة
ا ب كنسبة ه ر ونسبة ب ح كنسبة ه ح بين بمثل ما مر ان نسبة ا ح تكون
كنسبة ه ط وايضا اي نسبة تفرض بسيطة فهي تصير باعتبار وسط مؤلفة و
اي نسبة تفرض مؤلفة فهي تصير باعتبار رفع الوسط بسيطة بل اي نسبتين كانتا
تصير ان تجعلها في حدود مشتركة الاوساط نسبة مؤلفة واذا عرفت التاليف
فقس التجزئة المقابلة عليه وذلك ما اردت ايضاده

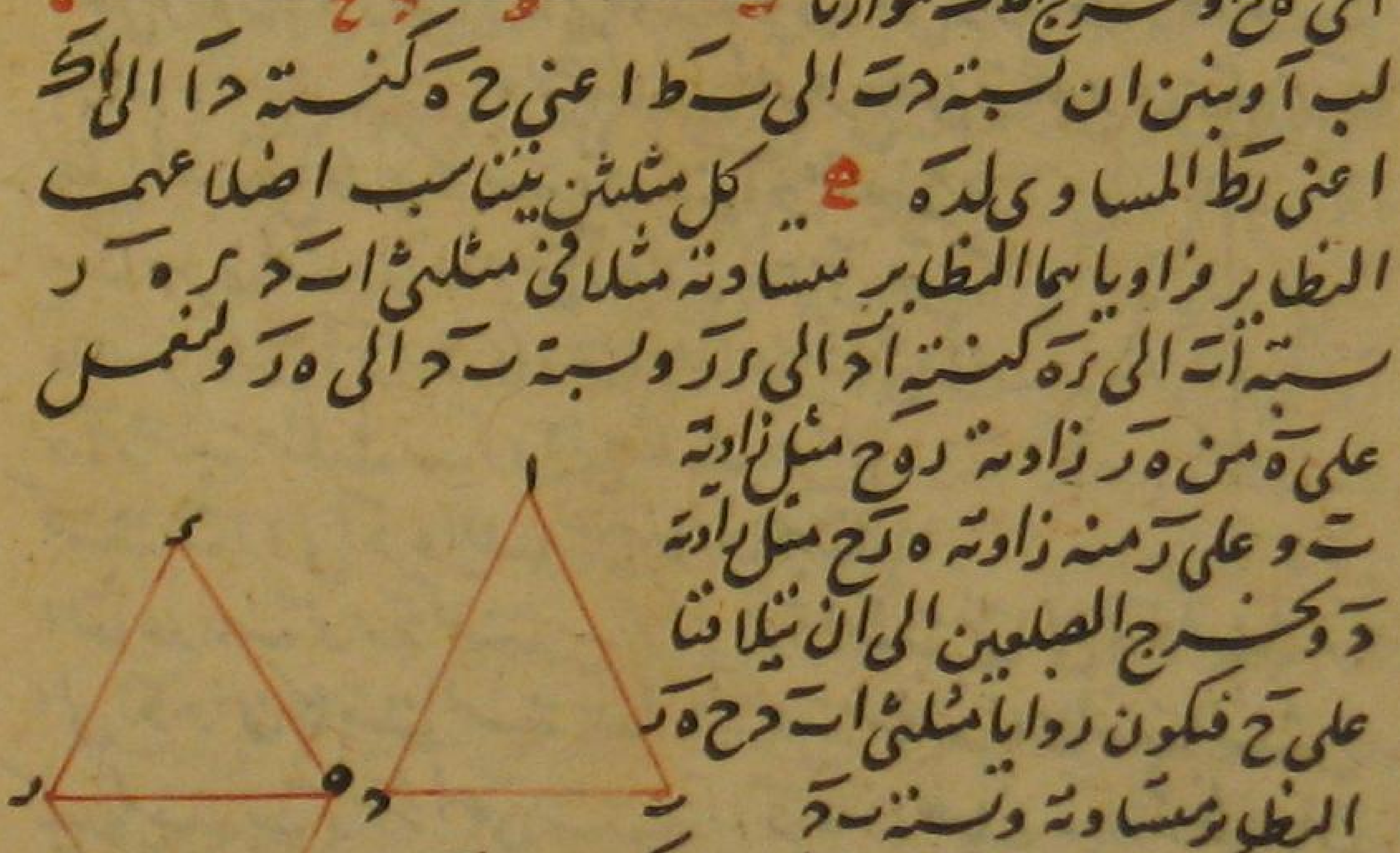
الاشكال

السطوح المتوازية الاضلاع والمثلثات اذا كانت متساوية الارتفاعات
فنسبة البعض الى البعض نسبة القواعد مثلا سطحا ه د د ر ومثلثا ا ب ح
ا د ر متساويا الارتفاع فنسبة احد السطحين والمثلثين الى الاخر كنسبة
ب د الى د ر ولنخرج ب د في الجهتين ولنفصل مثل ب د ما امكن وهو ب ح
ح ط ومثل د ر ما امكن وهو ر ك ك ل ولنصل ا ح ا ط ا ك ا ل فمثلثات
ا ب د ا ح ب ا ط ح متساوية وجميعها اضعاف مثلث ا ب د وقواعد د ب
ب ح ح ط متساوية وجميعها اضعاف قاعدة ب د وكذلك مثلثات
ا د ر ا ر ك ا ك ل متساوية وجميعها اضعاف
مثلث ا د ر وقواعد د ر ر ك ك ل
متساوية جميعها اضعاف قاعدة د ر و
جميع ا ط د ان كان زائدا على جميع ا ل د
كان ط د زائدا على ل د
وان كان ناقصا او مساويا كان ناقصا او مساويا فنسبة مثلث ا ب د
الى مثلث ا د ر كنسبة ب د الى د ر وكذلك في السطح وذلك ما اردناه
اقول وان كانت السطوح والمثلثات على نسب القواعد

فهي متساوية الارتفاعات وليكن مثلثا ا ب د ز د ه على خط ب ه
ونسبتهما كنسبة ب د الى د ه
اقول فارتفاعهما اعني
ا ز ز ح العمود من متساويان
والا فليكن ط ح مساويا لا ز
ونصل ط د ط ه فنسبة ا ب د
الى مثلث ط د ه كنسبة ب د الى د ه فنسبة مثلث ا ب د الى مثلثي ز د ه
ط د ه واحدة فهما متساويان هذا خلف والحكم ثابت في السطوح عليه
يه اذا اخرج خط من ضلع مثلث الى ضلع اخر فان كان موازيا
للضلع الباقي فهو قطع الضلعين على نسبة واحدة وان قطعهما على نسبة واحدة
فهو موازٍ للضلع الباقي وليكن المثلث ا ب ج والخط د ه وليكن موازيا لب ج
ونصل ب ه د ج فمثلثا د ب ه د ج ه اللذان على قاعدة د ه وبين متوازيي
د ه ب ج متساويان ونسبة مثلث ا د ه اليهما نسبة واحدة لكن نسبته
ب الى مثلث د ب ه كنسبة ا د الى د ب والى مثلث د ج ه كنسبة ا ه الى
ه ج فنسبة ا د الى د ب كنسبة ا ه الى ه ج وايضا
ليكن نسبة ا د الى د ب كنسبة ا ه الى ه ج ونسبة
ا د الى د ب كنسبة مثلث ا د ه الى مثلث ه ب د
ونسبة ا ه الى ه ج كنسبة مثلث ا د ه الى مثلث
د ج ه فنسبة مثلث ا د ه الى المثلثين نسبة واحدة
فهما متساويان فد ه ب ج متوازيان وذلك ما اردناه
ولو جعله لغزا ان كان د ه موازيا لب ج ولم يكن نسبة ا د الى د ب كنسبة
ا ه الى ه ج فليكن كنسبة ا د الى ه ز ونصل ب ز د ز وبين لما تساوي
مثلثي د ب ه د ز ه ثم توازي د ه ب ز فخطا ب ز ب ج
الموازيين لد ه متوازيين وهما متقاطعان هذا خلف
وايضا ان كانت نسبة ا د الى د ب كنسبة ا ه
الى ه ج وليس ب ج موازيا لد ه فليكن ب ز
موازيا له وبين بمثل ما بينا ان نسبة ا د
الى د ب كنسبة ا ز الى ز ج فنسبة ا ه الى ه ج كنسبة ا ز الى ز ج وا ه اصغر
من ا ز فه ج اصغر من ز ج هذا خلف فالحكم يو كل مثلث خرج من
احدى زواياه خط الى وترها فان كان الخط منصفا لتلك الزاوية كانت
نسبة احد قسمي الوتر الى الاخر كنسبة احد ضلعي الزاوية الى الاخر على الولاء وان كانت

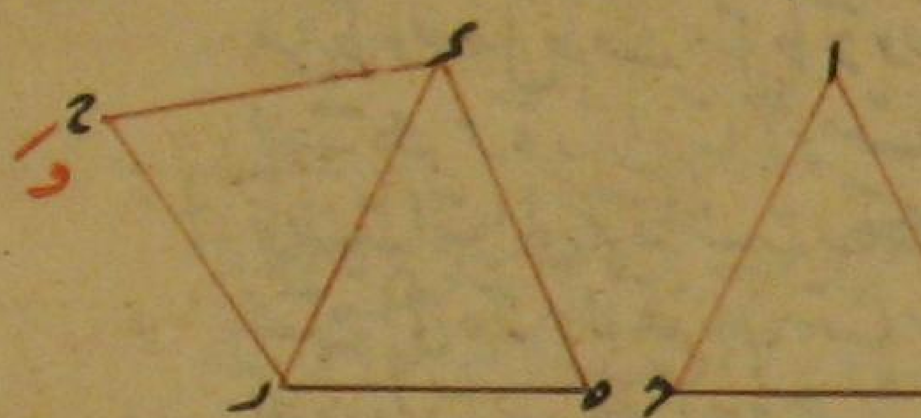
النسبة هكذا كان الخط منصفا الزاوية وليكن المثلث ب ا ج والخط الخارج
من زاوية ا منه ا ز ولنخرج من ج د ج ه موازيا لد ا ونخرج
يد ب ا الى ان يتلاقيا على ه فزاويتا ا ز ب ه ج
الخارجة والداخلة متساويان وزاويتا د ا ز
ا ز ج المتبادلتان متساويتان ولنفرض اولا
زاوية ب ا ج منصفة بخط ا ز فنقول فنسبة
ب ز الى ز ج كنسبة ب ا الى ا ج وذلك لان زاويتي ا ه ج ا ج ه يكونان
حينئذ متساويتين وكذلك ا ه ا ج فنسبة ب ز الى ز ج كنسبة ب ا
الى ا ه اعني الى ا ج وايضا لنفرض نسبة ب ز الى ز ج كنسبة ب ا الى
ا ج فنقول فزاوية ا منصفة لان نسبة ب ز الى ز ج كنسبة ب ا الى
ا ه فنسبة ب ا الى ا ه و ا ج واحدة فهما متساويتان فزاوية ب ا د
اعني زاوية ا ز مساوية لزاوية ا ج ه اعني زاوية د ا ز وذلك ما
اردناه ولو جعله لغزا نخرج من ز عمودي ز ه ز ح
على الضلعين اقول فان كانت زاوية ب ا ج منصفة فهما
متساويان لتساوي زاويتي ا وكون زاويتي ه ح
قائمتين وكون ا ز مشتركا وهما ارتفاعا مثلثي ب ا ز
ج ا ز فنسبة مثلث ب ا ز الى مثلث ج ا ز
كنسبة ب ا الى ا ج وايضا نسبتهما ان جعلنا
القاعدة ب ز ز ج كنسبة ب ز الى ز ج فنسبة ب ز الى ز ج كنسبة ب ا
الى ا ج وان كانت النسبة هكذا فالزاوية منصفة لان نسبة المثلثين
يكون كنسبة ب ز الى ز ج اعني نسبة ب ا الى ا ج فاذا جعلنا ب ا ا ج قاعدتين
كانت نسبة المثلثين نسبة القاعدتين فكانت ارتفاعا ز ه ز ح
متساويتين و ا ز مشترك فزاويتا ه ا ز ح ا ز متساويتان يز كل مثلثين متساوي
زواياهما النظائر فاضلاع النظائر متناسبة فمثلا في مثلثي ا ب ج
د ه ز زاويتا ا د ب ه متساويتان وكذلك
يز زاويتا ج ز ... وكذلك زاويتا د ج ا ه د ز
نقول فنسبة ب ج الى ه ز كنسبة ب ا الى د ه
وكنسبة ا ج الى د ز ولنكونا على خط ب ج ه ونخرج
ب ا ه د الى ان يتلاقيا على ح ويكون ا ج
موازيا لز ه و د ج موازيا لب ح وسطح
ز ح متوازي الاضلاع وذلك لتساوي الخارجة والداخلة فنسبة ب ج

الى ده كنسبة ب ا الى ار اعني الى در وسبة ب د الى ده كنسبة زه
اعني اد الى زه فنسبة ب ا الى در ايضا كنسبة اد الى زه وذلك
ما اردناه **اول** وتوجيه لغو ولكن المثلثان اب د زح ه و
المتساويتان زاويتا از وزاويتا ب ح وزاويتا د ه فان كان اب
مساويا لـ زح كان باقي الاضلاع متساوية ويثبت الحكم وان اختلفا
فليكن اب اطول ونفصل ب ر مثل ح ز ونخرج رط موازيا لـ ا د فيكون
مثلث رب ط مساويا لمثلث زح ه وسبة ا ر الى رب كنسبة د ط
الى ط ب فنسبة اب الى ب ر
بالتركيب كنسبة د ب الى ب ط و
ب ر مثل ح ز و ب ط مثل ح ه
فنسبة اب الى زح كنسبة د ب
الى ه ح ونخرج طك موازيا
لـ ب ا وبين ان نسبة د ب الى ب ط اعني ح ه كنسبة د ا الى اك
اعني رط المساوي لـ ده

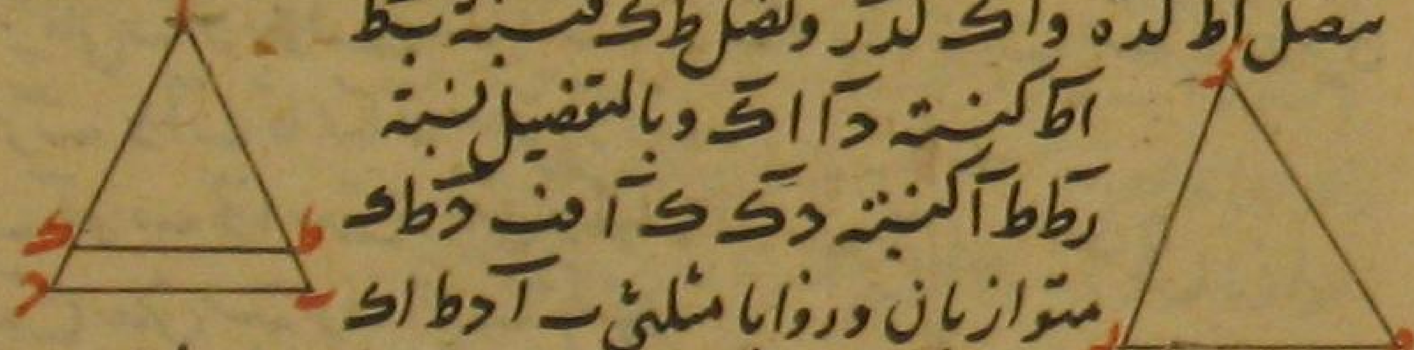


ه كل مثلثين يتناسب اضلاعهما
النظاير فزواياهما النظاير متساوية مثلا في مثلثي اب د زه ر
نسبة اب الى زه كنسبة اد الى زر ونسبة ب د الى ه ر ولنعمل
على ه من ه ر زاوية ر ه ح مثل زاوية
ب وعلى ر منه زاوية ه ر ح مثل زاوية
د ونخرج الضلعين الى ان يتلاقيا
على ح فتكون زوايا مثلثي اب د ح ه ر
النظاير متساوية ونسبة ب د
الى ه ر كنسبة ب ا الى ه ح وكانت كنسبة ب ا
الى ه ز فـ ه ح ه ز متساويان وكذلك يبين ان
ر ح ر ز متساويان فزوايا مثلث ز ه ر متساوية
لزوايا مثلث ح ه ر اعني زوايا مثلث اب د على التناظر وذلك
ما اردناه **اول** وتوجيه لغو ولكن المثلثان كما وضعناهما في ا ح
الشكل المتقدم اب د زح ه فان كان متساوي الاضلاع النظاير
ثبت الحكم وان اختلفا فليكن اب اطول من زح ونفصل ب ر مثل ح ز
و ب ط مثل ح ه واك مثل زه ونصل رط طك فنسبة اب الى زح اعني
الى رب كنسبة د ب الى ح ه اعني ب ط واذا فصلنا كانت نسبة ا ر الى
رب كنسبة د ط الى ط ب فـ رط موازٍ لـ ا د ومثله يبين ان طك

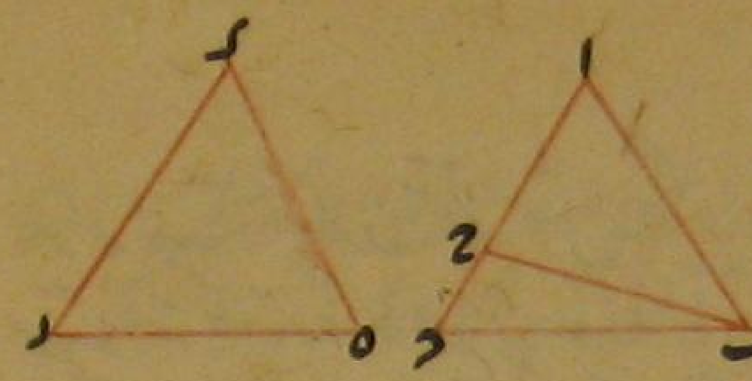
موازٍ لـ ب ا فيكون اك مثل رط واضلاع مثلثي ب رط ح زه النظاير
متساوية لكن زوايا مثلثي ب رط ا د النظاير متساوية فزوايا مثلثي
ب ا د زه النظاير متساوية **ه** اذا تساوت زاويتا مثلثين
وتناسب الاضلاع المحيطة بها تساوت باقي زواياهما ولتكن زاويتا
ا ز من مثلثي اب د زه ر متساويتين ونسبة اب الى زه كنسبة اد
الى زر ولنعمل على زر من خط زر
زاوية ر زح مثل زاوية ا و على ر
منه زاوية زر ح مثل زاوية د ونخرج
الضلعين الى ح فزوايا مثلثي اب د
زح ر متساوية فنسبة اد الى زر
كنسبة اب الى زح وكانت كنسبته الى زه فـ زح زه متساويتان وكذا
زاويتا ز المتساويتين لزاوية ا فزوايا مثلثي ه ز ر ح ز ر اعني ب ا د
النظاير متساوية وذلك ما اردناه **اول** وتوجيه لغو ان كان
ب ا ا د متساويتين له ز ر ثبت الحكم والا فليكن ب ا ا د اطول و
نفصل اط كـ زه واك كـ زر ونصل طك فنسبة ب ط



اط كنسبة د ا اك وبالتفصيل نسبة
رط ط ا كنسبة د ك ك ا فـ ب د طك
متوازيان وزوايا مثلثي ب ا د ط اك
اعني ه ز ر النظاير متساوية **ه** اذا تساوت زاويتا مثلثين و



تناسب اضلاع زاويتين اخريين وكانت كل من الزاويتين الباقيتين
منهما اما اصغر او ليستا باصغر من قائمة تساوت الزوايا الباقية النظاير
مثلا لتساوت زاويتا ا ز من مثلثي اب د زه ر وكانت نسبة اب الى
زه كنسبة ب د الى ه ر وكانت كل واحدة من زاويتي د ر اما اصغر او
ليس باصغر من قائمة فنقول زاويتا ب ه متساويتان وكذلك زاويتا د ر
فان لم زاويتا ب ه متساويتين فليكن ب ا اعظم ونعمل ا ب ح مثل ه فيبقى
زاوية ب ح ا مثل زاوية ر فنسبة اب الى زه كنسبة ب ح الى ه ر وكانت
كنسبة ب د الى ه ر فـ ب ح ب د متساويان وزاويتا ب ح د ب د ح
متساويتان فان لم يكن كل واحدة من زاويتي د ر اصغر من قائمة
وقع في مثلث زاويتا ليستا باصغر من قائمتين هذا خلف وان اصغر
من قائمة كانت زاوية ا ح ب اعني زاوية ر اكبر من قائمة و
فرضت اصغر هذا خلف فان زاويتا ب ه متساويتان و

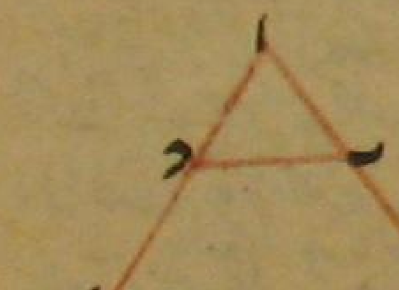


يبقى زاوية د ز متساويتين و
ز ذلك ما اردناه **اول**
ولكن لسان فائدة الشرط كل
واحد من مثلثي ا ب د ب ه ز المتشابهين حاد الزوايا و ا ب اطول
من ب د ونخرج من ب عمود ب ط على ا ب فيكون ا ط اطول
من ط ونفصل ط ك مثل ط ا ونصل ب ك فهو مثل ب د ويكون
ا ب ك ب ه ز زاويتا ا ز متساويتين
ونسبة ا ب الى ب ه كنسبة ب ك اعني
ب د الى ه ز ولا يكونان متشابهين
لكون زاوية ب ك ا منفرجة وزاوية ه ز ح حادة وانما قيل
اما اصغر او ليس باصغر ولم يقل اما اصغر او اكبر لئلا يخرج القائمة
من القسمة وغفل ثابت عن ذلك **ح** اذا اخرج عمود من زاوية
قائمة في مثلث على وترها قسم المثلث بمثلثين متشابهين ومتشابهين
للمثلث الاعظم مثلا خرج من زاوية ا القائمة في مثلث ا ب د عمود د
ا ز على ب د نقول فمثلثا ا ب ز د ب ا زاوية ب مشتركة وزاويتي
ا ز ب د ا ب قائمتان فيبقى زاويتا
ب ا ز ب د ا متساويتين ويكونان
ح متشابهين نسبة ز ب الى ب ا كنسبة
ا ب الى ب د وكنسبة ا ز الى ا د
وكذلك الحكم في مثلثي د ا ز د ب ا واما مثلثا د ا ز ا ب ز فلان زاويتا
ز منهما قائمتان وزاوية د مثل زاوية ز ا ب وزاوية د ا ز مثل زاوية
ب يكونان متشابهين نسبة د ز الى ا ز كنسبة ز ا الى ز ب وكنسبة
د ا الى ا ب وقد تبين من ذلك ان العمود في النسبة وسط بين قسمي الوتر
وان كل واحد من ضلعي المثلث وسط بين القاعدة وقسمها الذي يليه و
ذلك ما اردناه **ط** نريد ان نجد خطا وسطا في النسبة
بين خطين مفروضين وليكونا ا ب ب د متصلين على الاستقامة
ونرسم على المجموع نصف دائرة ا ز د ونخرج من ب عمود ب ز
فهو الوسط بين ا ب ب د وذلك لانا اذا وصلنا ز ا ز د
زاوية ا ز د قائمة
وز ب عمود خارج منها
الى الوتر فهو وسط في النسبة

من المثلثين وذلك ما اردناه **اول** ولو جعل احدهما
منطبقا على الاخر ونرسم على الاطول نصف دائرة ونخرج من طرف
الاقصر عمودا الى المحيط ونصل بينه وبين الطرف المشترك فهو
الوسط بينهما وذلك ظاهر مما مر او نرسم على الفضل وهو ا د نصف



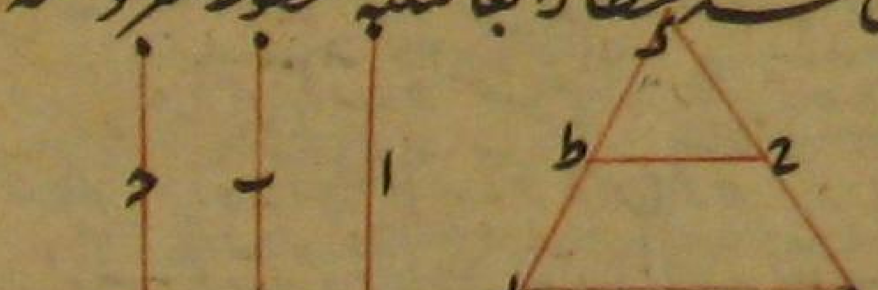
دائرة ا ز د ونخرج من ب
ب ز مماسا لها فهو الوسط
بين ا ب ب د وذلك لانا اذا
وصلنا ز ا ز د كانت زاويتا ا ز د ب ز ه قائمتين ولنسقط زاوية
ه ز د المشترك يبقى زاوية د ز ب مساوية لزاوية ز ا اعني ه ا ز وفي
مثلثي ب ا ز ب ز د زاوية ب مشتركة وزاويتا ب ا ز د ز ب متساويتان
يبقى زاويتا ب ز ا ب د ز ايضا متساويتين فنسبة ا ب الى ب ز كنسبة
ب ز الى ب د وقد بان انه لو كان عمود على خطين متصلين خارج عن فضلهما
وكان وسطا بينهما في النسبة ونرسم على خطين نصف دائرة مر بطرف
العمود **ي** نريد ان نجد خطا ثالثا لخطين مفروضين في النسبة
ولكونا ا ب ا د ونجعلهما محيطين بزاوية كيف
ي نخرجهما ونجعل ب ه مثل ا د ونصل ب د ومن ه د ز



موازنا له فد ز هو ثالث الخطين محيطين لان نسبة
ا ب الى ب ه اعني ا د كنسبة ا د الى د ز وذلك ما
اردناه **اول** ولو جعل الخطين محيطين بزاوية قائمة وهي
زاوية ا ونصل ب د وعليه نصف دائرة



ب ا د ومن د عمود د ز على ب د ونخرج
ب ا الى ان يلقاه على ز فا ز هو ثالث
الخطين لان د ا عمود من زاوية د
القائمة على وترها فنسبة ب ا الى ا د كنسبة ا د الى ا ز ويوجه اخر
نرسم على اطولهما نصف دائرة ب ا د وفيه وتر ب ا مثل اقصرهما
ونخرج ا عمود ا ه على ب د فب ه ثالث الخطين وذلك ظاهر مما
يا **ه** نريد ان نجد خطا رابعا لثلثة خطوط مفروضة
في النسبة وهي مثلا
خطوط ا ب د ونرسم خطين





محيطين بزاوية وهما ز ه ز ح
ونفصل من ز ه ز ح مثل ا

وح ه مثلث ومن زد زط مثل مثل د وفصل ح ط ومن ه ه د
موازنا له فقطر موازنة الخطوط لان نسبة زح اعنى آ الى ه ح اعني
ت كنسبة زط اعني د الى ط د وذلك ما اردناه اولـ ولتوجيه
لفرتحعل الاول والثاني وهما ات اد محيطين زاوية ونصل ت د
ونجعل الثالث وهو اه منطبقا على ات د
ونخرج ز ه موازنا لـ ت د فيفصل اه
الرابع ه وذلك ظاهر وهذا الشكل
من زيادات ثابت هـ يريد ان نفصل من خط
معروض جزء ولكن الخط ات والجزء الثلث فنخرج اد محيطا معه زاوية
و نفصل منه از زه ه د متساوية كيف
اتفق ونصل ت د ونخرج من ز زد موازنا
لـ ت فهو نفصل من ات ثلثه وذلك لان
نسبة آز الى ات كنسبة آز الى اد و از
ثلث اد فاز ثلث ات وذلك ما اردناه اولـ ولتثليث الخط وجه خاص
من مشهور لا نحتاج فيه الى ما بعد شكل لـ ت من المقالة الاولى وليكن
الخطات ونرسم عليه مثلث ا د ت متساوي
الاضلاع ونصف زاويتي ات بخطين
يلتقيان على ز ونخرج زاوية ا ز ت بز ه و كل
واحدة من زاويتي ا ز ه ت ز ه بز ز زح
اقول فات صار على زح مقسوما بثلثة اقسام متساوية وذلك لان
زاوية المثلث المتساوي الاضلاع ثلث قائمة وكل واحدة من
زاويتي زات زت ا ثلث قائمة وبقي زاوية ا ز ت قائمة وثلث فيكون
كل واحدة من زوايا ز ثلث قائمة وتساوي زاويتي ز ا ز ز ت ا تساوي
ز ا ز ز وكذلك ح ت ح ز ولكون زاويتي ا ز ب ت ز ح ثلثي قائمة وبقي
زاوية ز ز ح ثلثي قائمة ويكون كل واحدة من زاويتي ز ح ز ح ز ايضا ثلثي
قائمة فتساوي ز ز ز ح ح ز وكان ا ز كـ ز ز وت ح كـ ح ز فاذن اقسام ا ز ز ح
ح ت متساوية هـ يريد ان نقسم خطا مفروضا على نسبة اقسام خط اخر مفروض
ليكن المفروض ات والمقسوم اد على ز ه ونجعلها
كـ ت محيطين بزاوية او نصل ت د ومن ز ه ز ز ه ح
موازنا لـ ت د ز ط ك موازنا لـ ات نقول
فات انقسم بز ح على نسبة اد وذلك لان

نسبة آز الى زح كنسبة اه الى زه ولنسبة زح الى ح ت اعني نسبة
زط الى طك لكون كل واحد من سطحي زط ح ك متوازي الاضلاع كنسبة
زه الى ه د وذلك ما اردناه هـ اذا تساوت زاويتان من
سطحين متوازي الاضلاع فان كان السطحان متساويين كانت
الاضلاع المحيطة بالزاويتين متكافية وان كانت الاضلاع المحيطة
بهما متكافئة كان السطحان متساويين مثل تساوت زاويتا د من سطحي
اد د ز المتوازي الاضلاع وليتساوى السطحان اولا
نقول فنسبة ب د الى د ه كنسبة ح د الى د ز و
لنفرض السطحين على ان ب د د ه متصلان على الاستقامة و
كذلك ح د د ز ونتمم سطح ه ز فلان نسبة سطحي اد د ز
المتساويين الى سطح ه ز واحدة وكانت نسبة احدهما
اليه نسبة ب د الى د ه ونسبة الاخر اليه نسبة ح د الى د ز
فهي متناسبة وايضا لتساوي النسبتين نقول فالسطحان
متساويان لان نسبتهما الى سطح ه ز هما نسبتا الاضلاع ولتساوي نسبتهما الى
شيء واحد يتساويهما وذلك ما اردناه هـ اذا تساوت
زاويتان من مثلثين فان كانا متساويين كانت الاضلاع المحيطة
بالزاويتين متكافئة وان كانت الاضلاع المحيطة بهما متكافئة تساوى
المثلثان مثل تساوت زاويتا د من مثلثي ا ب د د ز ه وليكونا
اولا متساويين نقول فنسبة
اد الى د ه كنسبة ز د الى د ب ولنجعل
اد متصل بـ د ه على الاستقامة و ب د
د ز ولنصل ه ب فلان نسبة المثلثين
الى مثلث ب د ه واحدة لتساويهما وكانت نسبة احدهما اليه نسبة
اد الى د ه ونسبة الاخر اليه نسبة ز د الى د ب تساوت النسبتان
وايضا لتساوي النسبتان نقول فالمثلثان متساويان
لكونهما مع مثلث ب د ه على النسبتين وذلك ما اردناه اقول
ولتوجيه لفر ليكن المثلثان مثلثي ا ب ج د ز ه المتساويين
زاويتي ا د فان تساوي ضلعا ا ب د ه فالحكم ظاهر لان
تساوي المثلثين بعضي تساوي ضلعي ا ج د ز فانا اذا توهمنا
تطبيق ا ب على د ه والزاوية على الزاوية واختلف ضلعا ا ج
د ز اختلف المثلثان والنسبة المذكورة في المقادير المتساوية

لان نافي ن ز ... بزيادة الى د ه بالمساواة ١٢

اعني النسبة ... مكافئة ... مكافئا ١٢

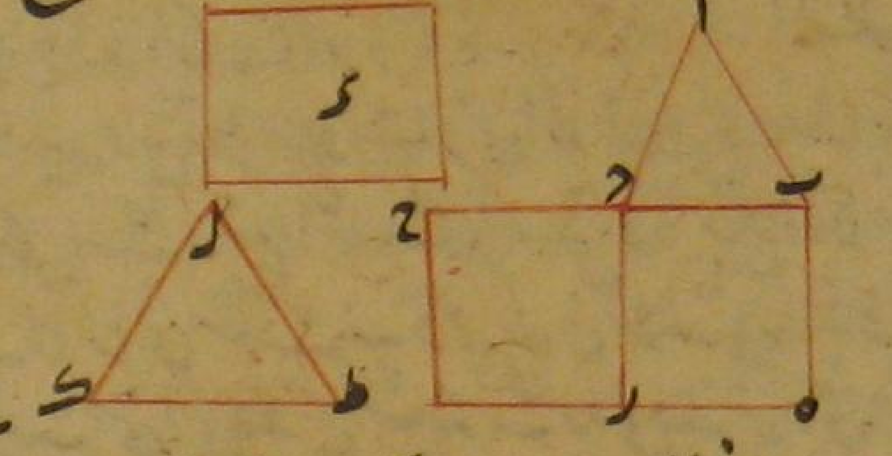
ثانيه وايضا لكون الاضلاع على
تلك النسبة يعرض تساوي ضلعي
ا د ز ح المقتضي لتساوي المثلثين
وان اختلف ضلعا ب ز ه و
لكن ا ب اطول فيفصل منه ا ح
مثل ب ه ونصل ح د فيجب على تقدير تساوي المثلثين ان يكون ضلع
ب ز اطول من ا د لانه ان ساواه او كان اقصر منه كان مثلث
ب ز ه اصغر من مثلث ا ب د ولكن ا ط مثل ب ز ونصل ط ح ط ب
فمثلث ا ح ط تساوي مثلث ب ز ه ومثلث ا ح د مشترك فيبقى مثلثا
ح ب د ح ط د متساويين فخط د ح يوازي ب ط ونسبة ا ب الى ا ح اعني
الى ب ه كنسبة ا ط اعني ب ز الى ا د واما على تساوي النسبتين
فاذا كان ا ح اعني ب ه اقصر من ا ب وجب ان يكون ا د اقصر من ب ز
ويتم الشكل ونبين من تساوي النسبتين تساوي مثلثي ح ب د
ح ط د ونجعل ا ح د مشتركا فيتبين تساوي المثلثين ثم انا ان قدمنا
الشكل على الذي قبله وقسمنا كل واحد من السطحين المتوازيي الاضلاع
الى مثلثين وعنا الحكم في المثلثات بين في السطحين ه كل اربعة
خطوط فان كانت متناسبة كان سطح الاول في الاخر كسطح
احد الباقيين في الاخر وان كان سطح الاول في الاخر كسطح احد الباقيين
في الاخر كانت الخطوط متناسبة ولكن الخطوط ا ب ج د ه ز
ونخرج من ا د عمودي ا ح
د ك مثل خطي ز ه ونتم سطحي ا ط
د ل فان كانت الخطوط متناسبة
كانت اضلاع السطحين مع تساوي
الزوايا متكافئة نسبة ا ب الى
د ز كنسبة د ك اعني ه الى ا ح
اعني ز فكان السطحان متساويين
وان كان السطحان متساويين كانت الاضلاع متكافئة فالخطوط
متناسبة وذلك ما اردناه و كل ثلثة خطوط فان كانت متناسبة
كان سطح الاول في الاخر كمربع الاوسط وان كان سطح
الاول في الاخر كمربع الاوسط فهي متناسبة ولكن الخطوط ا ب
د ونرسم ج مثل ب فيصير الخطوط اربعة فان كانت

متناسبة يكون سطح ا في د مثل سطح ب في ج اعني في نفسه وان كان سطح
ا في د مثل مربع ب اعني سطحه في ج كانت نسبة ا الى ب كنسبة ج
اعني ب الى د وذلك ما اردناه ح كل مثلثين متشابهين
فنسبة احدهما الى الاخر كنسبة ضلعه الى نظيره من الاخر مثناة مثلا
نسبة مثلثي ا ب ج د ه ز المتشابهين كنسبة
ب ج الى ه ز مثناة ولكن ب ح ثالث ضلعي
ب ج ه ز في النسبة ونصل ا ح فمثلثا ا ب ح د ه ز
متساويا زاويتي ب ه ومتكافئا الاضلاع
نسبة ا ب الى د ه كنسبة ه ز الى ب ح فهما متساويان
ونسبة مثلث ا ب ج الى مثلث ا ب ح اعني مثلث د ه ز كنسبة ب ج
الى ب ح التي هي نسبة ب ج الى ه ز مثناة وذلك ما اردناه اقول
ولا يختلف البيان بكون ب ح مساويا لب ج او اطول منه ويوجد
ان كان ه ز مساويا لب ج لتساوي المثلثين وثبت الحكم لان مثناة نسبة
التساوي هي نسبة التساوي وان لم يكن مساويا له ولكن اقصر فنفصل
من ب ا ب ح مثل ه ز و ب ط مثل د ز
ونجعل ب ك ثالثهما في النسبة ونصل ح د
ح ط ك د ك ط ونبين توازي ك ط ح د
بتساوي نسبتي ب د ب ط ب ح ب ك و
تساوي مثلثي ب ح ط ب ك د بذلك فيكون لكون مثلث ب ح ط
كمثلث ه ز د ومثلثي ا ب د ك ب د على نسبة ا ب ب ك فنسبة مثلثي
ا ب د ه ز د كنسبة ب ا ب ك اعني ب ا ا ب ح بل ب ا ه ز مثناة
ط السطوح الكثيرة الاضلاع المتشابهة تنقسم بمثلثات متشابهة
متساوية العدد ويكون نسبة سطح الى سطح كنسبة ضلعيهما النظيرين مثناة
مثلا ا ب ج د ه ز ح ط ك ل متشابهان ونصل ب ه ه ج ح ل ل ط
فينقسمان بها بمثلثات متساوية العدد
متشابهة لان زاوية ا كزاوية ز
ونسبة ا ب الى ز ح كنسبة ا ه الى
ز ل فمثلثا ا ب ه ز ح ل متشابهان
ويبقى زاوية ه ب ج كزاوية ل ح ط ونسبة ب ه الى ح ل اعني ب ا
الى ح ز كنسبة ب ج الى ح ط فمثلثا ه ب ج ل ح ط ايضا متشابهان
وكذلك في مثلثي ه ج د ل ط ك ولما كانت نسبة جميع الاضلاع النظائر

واحدة ونسبة مثلثات سطح الى نظايرها كنسبة واحد الى واحد بل كنسبة
ضلع الى ضلع مشابه فنسبة السطح الى سطح كنسبة الى ضلع مشابه وذلك
ما اردناه ه نريد ان نعمل على خط مفروض شكلا مستقيم الخطوط شبيه شكلا
مفروضا على خط اب شكلا شبيها بشكل حز فنقسمه بالمثلثات ونرسم
على ا من اب زاوية ب اح كزاوية ز ه د وعلى ب منه
زاوية اب ح كزاوية ز د ه ونخرج ك يط
ضلعها الى ح فيكون مثلث ا ب ح
شبيها بمثلث ز ه د ثم نعمل على اح
زاويتين كزاويتي د ه ز د ه ونخرج
ضلعها الى ط وهكذا الى ان يتم الشكل فيكون شبيها لحز لما مر و
ذلك ما اردناه ه السطوح المشابهة لسطح واحد متشابهة مثلا كا ك
كسطحي ا د الشبيهين بسطح ب وذلك
لتساوي الزوايا النظاير فيهما لكونهما
في شكل د ب كذلك وذلك ما
اردناه ه اذا عملت سطوح متشابهة على خطوط كل اثنين
منها عملا واحدا فان كانت الخطوط متناسبة كانت السطوح كذلك
وان كانت السطوح متناسبة كانت الخطوط كذلك فلتكن الخطوط
اب ح د ه ز ح ط والسطوح ك ب ل د وهما لعمل
واحد كب كا
وم ه ز
وه ح ط
ويعمل
واحد ولتكن س ثالث خطي اب ح د في النسبة وع ثالث خطي ه ز
ح ط فان كانت نسبة اب الى ح د كنسبة ه ز الى ح ط كانت ك ب الى
ل د المتشابهين كنسبة اب الى س اعني اب الى ح د مثناة ونسبة
م ه ز الى ه ح ط كنسبة ه ز الى ع وبالمساوات نسبة اب الى س
كنسبة ه ز الى ع فنسبة ك ب الى ل د كنسبة م ه ز الى ه ح ط
وايضا ان كانت السطوح متناسبة كانت نسبة اب الى ح د كنسبة
ه ز الى ح ط فلتكن نسبة اب الى ح د كنسبة ه ز الى ف ق ونعمل
عليه ص ف ق شبيها م ه ز فنسبة ك ب الى ل د كنسبة م ه ز
الى ص ف ق وكانت كنسبة م ه ز الى ه ح ط فصار ف ق ه ح ط

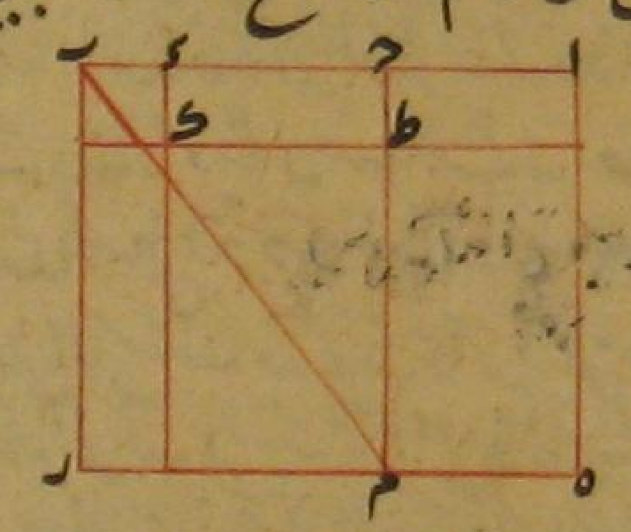
متساويان لتساوي نسبة م ه ز اليهما ومتشابهان لكونهما شبيهين
متساوي الاضلاع النظاير فه ح ط فنسبة اب الى ح د كنسبة ه ز كج كب
الى ح ط وذلك ما اردناه ه السطوح المتوازية الاضلاع
الكاينة على قطر سطح متوازي الاضلاع متشابهة له ومتشابهة
والكل على وضع واحد مثلا كسطحي ط ه ز ح الكاينين على قطر ب د وط
ذلك لان في مثلث ب د ز يكون ك متوازي ه ك د ز نسبة ب د الى ه ح
بالتركيب اعني الى ك ح كنسبة ب ز الى ك ز وفي مثلث ب ا ز نسبة
ب ز الى ك ز كنسبة ب ا الى ط ا اعني الى ك ز فاضلاع سطحي ا د
ز ح النظاير متناسبة وزواياهما متساوية فهما متشابهان وكذلك بين
ان سطحي ا د ط ه متشابهان فسطحا ز ح ط ه الشبيهين با د متشابهان
وذلك ما اردناه ه اذا فصل سطح متوازي الاضلاع من سطح شبيهه
على زاوية مشتركة ووضع واحد فهو على قطره كد كج
مثلا فصل سطح ه ح من سطح ا د على زاوية ز
المشتركة فالقطر يكون ز ح ز ب والا فليكن ز ك ط
ونخرج ط ك موازيا لا ز وه ز الى ل فسطح
ه ك على قطر سطح ا د فنسبة ا ز الى ز ه
كنسبة د ز الى ز ك وكانت كنسبة د ز الى ز ح فذلك ز ح متساويان
هذا خلف فاذن القطر ز ب وذلك ما اردناه ه كل متوازي الاضلاع كه كد
تساوت زاويتان فيهما فنسبة احدهما الى الاخر مؤلفة من نسبتي اضلاعهما
مثلا كسطحي ا ح د ز المتساوي زاوية د ولتكن ب د متصلا ونخرج
على الاستقامة ه د ح ز ونتمم سطح ز ح ولتكن نسبة ب د الى د ح كنسبة
ك الى ل ونسبة ز د الى د ه كنسبة ل الى م فنسبة ك الى م كنسبة ك الى
ل مؤلفة من نسبة ك الى م ولان نسبة سطح ا د الى سطح د ط كنسبة
ب د الى د ح اعني ك الى ل ونسبة
سطح د ط الى سطح د ز كنسبة ز د الى د ه
اعني ل الى م يكون نسبة سطح ا د الى كو كه
سطح د ز بالمساواة المنتظمة كنسبة ك الى
م مؤلفة من نسبة ك الى ل اعني نسبة
ب د الى د ح ومن نسبة ل الى م اعني
نسبة ز د الى د ه فنسبة السطحين
مؤلفة من نسبتي اضلاعهما وذلك ما اردناه ه نريد ان نعمل سطحا

لنسبة سطح ما وتساوي سطحا آخر مثلا نسبة سطح اب د ولتساوي
سطح ز فنصف الى ب د سطحا تساوي اب د وهو ب ز ونخرج ب د



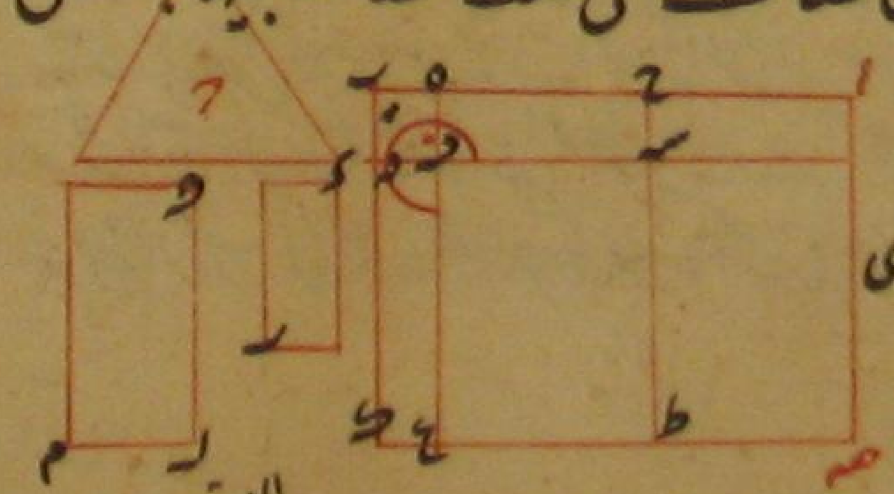
ونعمل على د ر سطح
ر ح مساويا لسطح
ز على ان يكون مع
ب ز من متوازي ب ح كو
و ر فيحدث عرض د ح
ونستخرج بين ب د د ح وسطا في النسبة وهو ط ك ونعمل عليه سطح ط ك ل
شبيها بسطح اب د فهو ما اردناه وذلك لان نسبة ب د الى د ح
اعني نسبة سطح ب ر الى سطح د ح هو نسبة ب د الى ط ك مثناة اعني
نسبة سطح اب د الى ل ط ك وسطح اب د مساو لسطح ب ر فسطح ل ط ك
الشبيه بسطح اب د مساو لسطح ر ح اعني سطح ز وذلك ما اردناه

كز اعظم السطوح المتوازية الاضلاع التي تضاف الى خط وتنقص
عن تمامه سطوحا شبيهة بالمتوازي الاضلاع المعمول على نصف الخط
وموضوعة كوضعه هو المعمول على نصف الخط المشبه لسطوح النقصانات
مثل سطح د ز مضاف الى ب د وهو نصف اب ونتمم د ه ونضف الى
اب سطح اك كيف اتفق بشرط ان ينقص عن تمام الخط لسطح ب ك الشبيه
بـ د ز الموضوع كوضعه فهو سطح



ا م المضاف الى اب الناقص عنه
سطح د ز الشبيه بسطح ب ك الذي
هو سطح النقصان اعظم من اك
ونصل قطر ب م ونتمم الخطوط فلان
ه ط اعني ط ر اعظم من ر ك
اعني د ك يكون جميع د ه اعظم من جميع اك وذلك ما اردناه

كح نريد ان نضيف الى خط مفروض سطحا متوازي الاضلاع مساويا
لسطح مستقيم الخطوط على ان ينقص المضاف عن تمام الخط سطحا شبيها
بشكل مفروض متوازي الاضلاع ويجب ان لا يكون السطح المستقيم
الخطوط اعظم من الذي يضاف الى نصف الخط شبيها بالشكل



المفروض لما مر في الشكل
المتقدم فليكن الخط اب و
السطح المستقيم الخطوط د والمتوازي

الاضلاع المفروض ب ز والمطلوب ان نضيف الى اب متوازي اضلاع
مساو لسطح د على ان ينقص عن اب سطحا شبيها بسطح ب ز فننصف اب
على ح ونعمل على ب ح ح ك شبيها بـ ب ز ونتمم سطح ا ط فان كان
ا ط مثل د فقد عملنا وان كان ا ط اعظم من د جعلنا ه م مساويا
لفضل ا ط على د وشبيها بـ ب ز فيكون سطحا ح ك ه م الشبيهان
بـ ب ز متشابهين وليكن زاوية ل مساوية لـ ط و ه ك نظير الى ط
فنفصل ط س مثل ه ك و ط ع مثل ل م ونخرج ع ن ق موازيا لـ ط ح
و س ف ق موازيا لـ اب ونصل ب ط النقط فسطح ا ف هو المطلوب
وذلك لان س ع اعني ه م هو فضل ا ط اعني ح ك على د فيكون
علم س ع اعني سطح ا ف مساويا لـ د فاذن قد اضفنا ا ف الى خط
اب مساويا لـ د وقد نقص عن تمام اب سطح ه ف الشبيه بـ ب ز و
كط ذلك ما اردناه اولـ والوجه في تحصيل فضل ا ط على د ان نعمل
على ا ح سطح اب مثلا مساويا لـ د فيبقى سطح س ح هو الفضل كط نريد
ان نضيف الى خط مفروض سطحا متوازي الاضلاع مساويا لسطح
مستقيم الخطوط على ان يزيد المضاف على تمام الخط سطحا شبيها
بشكل متوازي الاضلاع مفروض فليكن الخط اب والسطح المستقيم
الخطوط د والمتوازي الاضلاع المفروض ب ز والمطلوب ان نضيف
الى اب متوازي الاضلاع تساوي سطح د على ان يزيد على

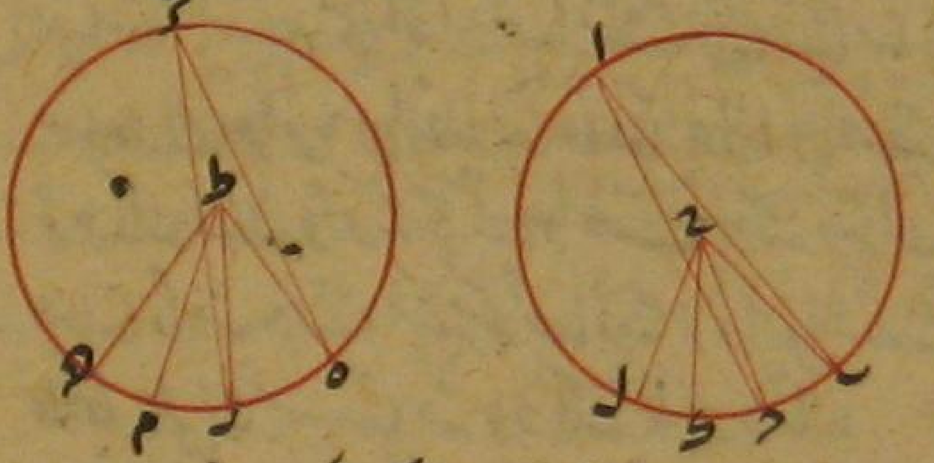


تمام اب سطحا شبيها بـ ب ز
فننصف اب على ح
ونعمل على ب ح ح ك
شبيها بـ ب ز ونجعل سطح ق ش
مساويا بالسطح ح ك د معا و
شبيها بـ ب ز فيكون سطحا ق ش
ح ك متشابهين وليكن
زاويتا ك ر متساويتين وضلعا ط ح ر ق نظيرين ونخرج ط ح
الى ان يصير ط م مثل ر ق و ط ك الى ان يصير ط ل مثل ر ش
ونتمم ل م ه ل ه م موازيين لـ اب ك ب ونتمم الشكل فسطح ا د
هو المطلوب وذلك لان سطح م ك اعني ق ش تساوي بجميع
ح ك د فعلم ح ه ك اعني سطح ا د تساوي د وهو المضاف
الى اب وقد زاد على تمامه د س الشبيه بـ ب ز وذلك ما اردناه

اول وان اردنا جمع هذين الشكلين قلنا نريد ان نضيف
الى خطات متوازي الاضلاع تساوي سطح د ويحدث على الفضل من
ضلعه المنطبق على ا ب وبين ا ب سطح شبيه بسطح ر ه فلننصف ا ب على ر
ولنعمل على ب ر سطح ب ح شبيها بدره ونتمم ا ح فان اردنا ان
يكون السطح المضاف
ناقصا عن الخط وشرط
فيه ان لا يكون د اعظم
من ا ح وكان د مثل
ا ح فقد عملنا والا اخذنا
فضل ا ح على د وان
اردنا ان يكون زائدا
اخذنا مجموعهما وعملنا ط ك مساويا للماخوذ شبيها بدره فهو
شبيه ب ح وليكن ر ا و ب ل ح متشابهتين وضلعا ط ك ر ح
نظيرين فنفصل ح م مثل ل ط و ح ن مثل ل ك ونخرج م ت ه ن ت
موازيين لضلعين بسطح ت ح فانه هو المضاف المساوي لـ د وقد حدث
على الفضل من ضلعه وبين ا ب سطح ت ه الشبيه بدره وبان مساواته
لـ د لما مر فان اردنا ان يكون السطح الناقص او الزائد مربعا
نضعها ب على
ر فان كان مربع النصف مساويا لـ د واردنا النقصان
فمربع النصف هو السطح المضاف والا عملنا مربعا يساوي
فضل مربع نصف ا ب على سطح د او مجموعهما ونفصل
مثل ضلعه من نصف ا ب ان كان اقل منه
او نعد اخراجه ان كان اكثر وهو ر ه فنسطح ا ه في ه ب هو السطح
المضاف لكون الفضل بينه وبين مربع ر ب او ر ه هو مربع ه ب او
ر ب مبين ذلك مما مر في المقالة الثانية ويمكن من الشكل هذا العدد
ح نريد ان نقسم خطا على نسبة ذات وسط وطرفين مثل ا خطات
فنعمل عليه مربع ا ر ونضيف الى ح سطحا متوازي الاضلاع مثل
ا ر وهو ر ك زائد على تمام الخط مربع
ر ح فالخط قد انقسم على ح القسمة المذكورة
وذلك لان ر ك مثل ا ر ويبقى ر ح مثل ر ح وزاويتا
ح متساويتان فبالتكافي نسبة ط ح الى
لانها قائمة مع شكل ك ه

54
ح ا عنى ا ت الى ا ح كنسبة ا ح الى ح ب وذلك ما اردناه اقول
وهذه القسمة هي التي ذكرت في الشكل الحادي عشر من المقالة الثانية
الا ان حال النسبة لم يمكن ان نذكرها هناك فذكرناها مع وجه اخر يليق
بهذا الموضع ط اذا ركب مثلثان على زاوية يحيط بها ضلعان منهما موازيان
لاخرين وبنسبة الموازية لكل الى نظيره واحدة فان الضلعين الباقيين يتصلان
على الاستقامة فليكن المثلثان ا ب ح ب د ه وقد ركبا على زاوية
د ب ه ونسبة ا د الى ب ه والمتوازيين كنسبة ب د الى د ه المتوازيين
نقول فا ب د خط واحد وذلك لان زاويتي د ه متساويتان لكون كل
واحدة مساوية لزاوية د ب ه المبادلة لهما والاضلاع المحيطة بهما
متناسبة فالمثلثان متشابهان
وجميع زاويتي ا د المساوي لزاوية
د ب ر مع زاوية د ب ا يعادل
قائمتين فزاويتا د ب ا د ب ر تعادلان قائمتين فا ب ر خط واحد
بعبارة اخرى اذا ركب مثلثان متشابهان على زاوية وقد احاط بها
ضلعان موازيان لنظيريهما فالقاعدتان متصلتان على الاستقامة
وذلك لان زاوية د كمبادلتها د ب وزاوية ا كزاوية ه ب ر واذا
جعلنا زاوية د ب ا مشتركة صارت زوايا المثلث كزوايا ب فهي كقائمتين
فالخط على الاستقامة وذلك ما اردناه ي كل مثلث قائم
الزاوية فان الشكل المستقيم المضاف الى وتر زاويته القائمة يساوي
الشكلين المضافين الى ضلعيها اذا كانا شبيهين به وعلى وضعه وليكن
المثلث ا ب د والقائمة ا وذلك لان نسبة مربع ب د الى مربع
ب ا كنسبة ب د الى ب ا مثناه وكذلك نسبة الشكل المضاف الى ب د
الى شبيهه المضاف الى ب ا
فنسبة مربع ب د الى مربع ب ا
كنسبة الشكل المضاف
الى ب د الى الشكل المضاف الى ب ا وكذلك نسبة مربع ب د الى مربع
د ا كنسبة الشكل المضاف الى ب د الى الشكل المضاف الى د ا فنسبة
مربع ب د الى مربعي ب ا د ا كنسبة الشكل المضاف الى ب د الى
الشكلين المضافين اليهما ومربع ب د يساوي المربعين فالشكل
المضاف الى ب د يساوي الشكلين وبوجه لف وليخرج عمود
ا د فنسبة الشكل المضاف الى ب د الى المضاف الى ب ا كنسبة

ب د الى ب ا امثاله اعني كنسبة ب د الى ب ز ونسبة الشكل المضاف
الى ب د الى المضاف الى د ا كنسبة ب د الى د ز فنسبة الشكل المضاف
الى ب د الى الشكلين المضافين الى ب ا د ا معا كنسبة ب د الى ب ز
د ز معا ولكن ب د مساو لب ز د ز معا فالشكل المضاف الى ب د
تساوي المضافين الى ب د ا د ا وذلك ما اردناه لج اذا
كانت في دائرتين متساويتين زاويتان على المركز او المحيط فان
نسبة احديهما الى الاخرى كنسبة القوسين اللتين عليهما وليكن الدائرتان
اب د ه ز و الزاويتان اما على المحيط فزاويتا ا ز واما على المركز
فزاويتا ح ط نقول فنسبة قوس ب د الى قوس ه ز كنسبة زاوية
ا الى زاوية ز ا و زاوية ح الى زاوية ط ونفصل في دائرة اب د
قسي د ك ك ل مساوية لقوس ب د ما امكن وفي دائرة ه ز قسي
ز م م ه مساوية لقوس ه ز ما امكن ونصل ح ك ح ل ط م
ط ه فقسي ب د د ك ك ل اضعاف لقوس ب د وجميع زاوية
ب ح ل اضعاف لزاوية
ب ح د بتلك العدة



وكذلك قسي ه ز ز م
م ه لقوس ه ز و
زاوية ه ط ه لزاوية
ه ط ز فان كانت قوس ب ل زائدة على قوس ه ه كانت
زاوية ب ح ل زائدة على زاوية ه ط ه وان كانت قوس ب ل
مساوية او ناقصة كانت زاوية ب ح ل كذلك فاذن نسبة ب د
الى ه ز كنسبة زاويتي ح ط بل كنسبة نصفيهما اعني زاويتي ا ز
وذلك ما اردناه تمت المقالة السادسة بعون الله تعالى

المقالة السابعة تسع وثلثون شكلا

صدر الوحدة هي ما يقال به لشيء ما واحد والعدد هو الكثرة
المتالفة من الوحدات وقد يقال لكل ما يقع في
مراتب العدد عدد فيقع اسم العدد على الواحد ايضا على الاعتبار
العدد الاقل ان كان يعد الاكثر فهو جزء له والاكثر المعدود
اضعافه والعدد الزوج هو الذي ينقسم بمتساويين والفرد
هو الذي لا ينقسم بهما او الذي يخالف الزوج بواحد وزوج
الزوج هو الذي يعده زوج مراتب عدد ما زوج وزوج الفرد

هو الذي يعده فرد مراتب عدد ما زوج وفرد الفرد هو الذي
يعده فرد مراتب عدد ما فرد والعدد الاول هو الذي لا يعده الا
الواحد والمركب هو الذي يعده عدد اخر وفي نسخة ثابت
الاول عند عدد اخر هو الذي لا يعدهما معا غير الواحد و
المركب عند عدد اخر هو الذي يعدهما اخر والاعداد المشتركة
هي المختلفة التي يعدها جميعا غير الواحد والمتباينة هي التي لا يعدها
جميعا غير الواحد والعدد المضروب في عدد هو الذي يضعف بعدد
احاد المضروب فيه فيجتمع عدد والعدد المربع هو المجتمع من ضرب عدد
في مثله ويحيط به عددان متساويان والعدد المكعب هو المجتمع من
ضرب عدد في مربعه ويحيط به ثلثة اعداد متساوية والعدد
المسطح هو المجتمع من ضرب عدد في عدد ويحيط به عددان هما ضلعاه
والعدد المجسم هو المجتمع من ضرب عدد في عدد مسطح ويحيط به ثلثة
اعداد هي اضلاعه والاعداد المتناسبة هي التي يكون الاول
منها للثاني والثالث للرابع اضعافا متساوية او جزءا او اجزاء
بعينها والاعداد المسطحة والمجسمة المتشابهة هي التي اضلاعها متناسبة
والعدد التام هو المساوي لجميع اجزائه

الاشكال

ا كل عددين ينقص من الاكثر منهما ما فيه من امثال الاقل فيبقى اقل من
الاقل ثم من الاقل ما فيه من امثال ذلك الباقي فيبقى اقل منه
ثم من الباقي الاول امثال الباقي الثاني وهكذا من غير ان يعد باق
ما قبله حتى ينتهي الى الواحد فهما
متباينان مثلا نقص من اب الاكثر ما
فيه من امثال د ز الاقل فبقي ط ا اقل
من د ز ثم نقص من د ز ما فيه من
امثال ط ا فبقي ح د ثم من ط ا ما فيه
من د ح فبقي ك ا الواحد نقول
فان د ز متباينان والا فليعدهما غير الواحد وهو عدد ه فه يعد
د ز الذي يعد ب ط فهو يعد ب ط وكان يعد اب فيعد ط ا الذي يعد ز ح
فيعد ز ح وكان يعد د ز فيعد د ح الذي يعد ط ك فيعد ط ك وكان يعد
ط ا فيعد ك ا الواحد هذا خلف والحكم ثابت وذلك ما اردناه
نريد ان نجد اكثر عدد يعد عددين مشتركين كعددي اب د ز فان
كان د ز يعد اب وهو يعد نفسه فهو اكثر عدد يعدهما وان كان لا يعده

بل يعدب ه منه ويبقى ا ه اقل من د ز
وهو لا يعد د ز بل ز ر منه ويبقى د ر اقل منه ب
وكذلك الى ان ينتهى الى عدد يعد الذى قبله غير
الواحد لكون اب د ز مشتركين بالوضع
فليعد د ر ا ه فهو اكثر عدد يعدهما اما
انه يعدهما فلانه يعد ا ه الذى يعد ز ر
فهو يعد ز ر ويعد نفسه فهو يعد جميع د ز و د ز يعد ه ب فهو يعد ه ب وكان
يعد ا ه فهو يعد اب ايضا واما انه اكثر عدد يعدهما فلانه ان لم يكن
اكثر فليكن ح ط اكثر منه وهو يعدهما فيعد د ز الذى يعد ه ب
فيعد ه ب ويعد اب فيعد ا ه الذى يعد ز ر فيعد ز ر ويعد د ز
فيعد د ر وكان اكثر منه هذا خلف فاذن الاكثر من د ر
يعدهما وذلك ما اردناه ﻫ وقد بان من ذلك ان كل
عدد يعد عددين فانه ايضا يعد اكثر عدد يعدهما برهان
نجد اكثر عدد يعد اعدادا مشتركة فوق اثنين كاعداد اب ج د فناخذ
اكثر عدد يعد اب وهو ه ثم ه ان كان يعد ج د فهو اكثر عدد يعد
الثلثة والا فليكن ر اكثر عدد يعد ها فهو يعد ج
اب ويعد اكثر عدد يعدهما اعنى ز فهو الاكثر
يعد ز الاقل هذا خلف وان كان ز لا يعد ج
احد اكثر عدد يعدهما ولا بد من وجوده لكون
الاعداد مشتركة فليكن ه فهو يعد ز الذى يعد
اب ويعد ج فيعد الثلثة ولا اكثر منه يعدها
والا فهو فلانه يعد اب يعد ز وكان يعد
ج فيعد اكثر عدد يعدهما اعنى ه فالاكثر يعد ه الاقل هذا خلف
فاذن وجدنا اكثر عدد يعد الثلثة اعنى ه وذلك ما اردناه ﻫ
العدد الاقل من الاكثر اما جزء او اجزاء له كاب من ا ج لانه
ان كان يعده فهو جزؤه والا فلنفصله على ح ط الى احاد ده ان
كان متباينات او الى اقسامه المساوية له ر ان كان
مشاركا له ويعدهما ه ر فكل واحد من د ح ح ط ط ر جزء د
لا ب والجميع وهو ب اجزاء وذلك ما اردناه ﻫ اقول اما الجزء
فلا يكون الا اقل واما الاجزاء فقد يكون اقل وقد يكون
اكثر ﻫ اذا كان عددان كل واحد منهما جزء بعينه لاخر كان

مجموعهما ذلك الجزء من مجموع الاخرين مثلا اب جزء لج د و ه ر ذلك لح ط
فجميع اب ه ر ايضا ذلك الجزء لجميع د ز ح ط ولنفصل د ز ح ط ه
الى امثال اب و ح ط الى امثال ه ر و ح ط الى امثال
ه ر فح ك ح ك معادلات ه ر معادلة كذلك ك ر ك ط والعدد
كالعدد فاذن فى د ز ح ط مثلين من اب ه ر معا مثل ما فى
احدهما وحده من نظيره وذلك ما اردناه ﻫ اذا
كان عددان كل واحد منهما اجزاء بعينها لاخر مجموعهما يكون
ذلك الاجزاء من مجموع الاخرين مثلا اب اجزا لج د و ه ر تلك الاجزاء
بعينها لح ط فجميع اب ه ر ايضا تلك الاجزاء لجميع د ز و
ح ط فلنفصل اب تلك الى اجزاء د ز و ه ر بل الى اجزاء
ح ط و ا ك لج د و ك ب ح ط جزء واحد لجميع اك
ه ل ذلك الجزء لجميع د ز ح ط وعده اك يعد كعده
ه ك ل ر فمجموعها لمجموع د ز ح ط تلك الاجزاء التى كان
احدهما لنظيره وذلك ما اردناه ﻫ اذا كان عددان
احدهما جزء للاخر وينقص منهما عددان احدهما ذلك الجزء للاخر النظير من
النظير يبقى عددان احدهما ذلك الجزء ايضا للاخر مثلا
اب لج د و ا ه لج ر جزء واحد فاذا نقص الاخران من
الاولين بقى ه ب لر د ذلك الجزء ولكن ه ب لح ح الجزء
الذى كان ا ه لج ر فجميع اب لج د ذلك الجزء وكان لج ر
ايضا كذلك فج ر ح ر عدد واحد و د ر مشترك فج د
كر ر فه ب لر د ذلك الجزء وذلك ما اردناه اقول ولوجه
اخر ان لم يكن ه ب لر د ذلك الجزء فليكن لر ط ذلك الجزء فاب لج ط
ذلك الجزء وكان لج د فج د كج ط هذا خلف والحكم ثابت ﻫ اذا كان
عددان احدهما اجزاء للاخر ونقص منهما عددان احدهما تلك الاجزاء للاخر
النظير من النظير يبقى عددان احدهما تلك الاجزاء من الاخر مثلا ه
اجزاء لج د و ا ه لج ر المنقوصين تلك الاجزاء فه ب لر د الباقين
تلك الاجزاء ولنجعل ح ط مثل اب ولنفصله الى اجزاء د ز ك و
نفصل ا ه الى اجزاء د ر ل وعده ح
ح ك ك ط كعده ا ل ل ه وجزء ح ك لج ر
كج ا ل لج د و د ر اكثر من د ر فح ك اكثر
من ا ل فليكن له مثل ط د فيبقى ك ه لر ك ط ه لج ر

تجتمع ح ط د اعني آه لجر كجميع م د اعني د ب لر ت وذلك ما اردناه

اقول ويوجه لقولنا كان الجزء الواحد من آه لجر افل من الجزء الواحد من ات لجز وكانت البقايا بعد نقصان الاجزاء التي في آه من الاجزاء التي في ات هي ه ت فان لم تكن تلك البقايا اجزاء لرز كاجزاء آه لجر فليكن اجزاء ه ت كذلك ويكون جميع ات لجز كذلك وقد كان لجر كذلك لجز د ز متساويان هذا الخلف والحكم ثابت

ط **يو** اذا كان كل واحد من عددين جزءا بعينه لكل واحد من الاخرين فاذا ابدلنا كان الجزء للجزء ذلك الجزء او الاجزاء الذي يكون الكل للكل على الولاء مثلا ا ب جزء لجز و د ر ذلك الجزء بعينه لح ط فاب لد ز ذلك الجزء والاجزاء الذي يكون د ز لح ط وذلك لانا اذا فصلنا د ز الى امثال اب ك و ح ط الى امثال ه ز بل كان د ك من ح ك و ك ز من ل ط ذلك الجزء او الاجزاء الذي يكون اب من ه ز فاذن جميع د ز من ح ط يكون ايضا ذلك الجزء او الاجزاء وذلك ما اردناه

ي اذا كان كل واحد من عددين اجزاء بعينها لكل واحد من الاخرين فاذا ابدلنا كانت الاجزاء للاجزاء ذلك الجزء او الاجزاء احد الاخرين للاخر على الولاء مثلا اب اجزاء لجه و ه ز تلك الاجزاء لح ط فاب لد ز ذلك الجزء والاجزاء الذي يكون د ز لح ط ونفصل اب الى اجزاء د ز بك و ه ز الى اخراج ط ل فكل واحد من اب ك ت لكل واحد من ه ل ل ز هو الجزء والاجزاء التي يكون اب لجميع ه ز كما م والذي يكون د ز لح ط كما في الشكل المتقدم فاب كه لد ز ذلك الجزء والاجزاء الذي د ز لح ط وذلك ما اردناه

يز اذا نقص من عددين عددان على نسبتهما كان الباقيان ايضا على تلك النسبة

يا مثلا نقص من اب د ز عددا آه د ز وكانت نسبة ات الى د ز كنسبة آه الى د ز نقول فنسبة ه ت الى ز ز كذلك وذلك لان اب لجز هو الجزء او الاجزاء الذي يكون آه لد ز فيبقى ه ت لز ز كذلك فنسبتهما كتلك النسبة وذلك ما اردناه

يح اذا كانت اعداد متناسبة فنسبة مقدم الى تاليه كنسبة جميع المقدمات الى جميع التوالي مثلا نسبة

يب آ الى ت كنسبة د الى ز فنسبة آ الى ت كنسبة جميع آ د الى جميع ت ز وبيانه بالجزء والاجزاء ظاهر وذلك ما اردناه

يط اذا كانت اربعة اعداد متناسبة واذا ابدلت كانت ايضا متناسبة مثلا نسبة

يج آ الى ت كنسبة د الى ز فنسبة آ الى د كنسبة ت الى ز وذلك لان آ لت هو الجزء والاجزاء الذي د لز وبالابدال آ لد هو الجزء او الاجزاء الذي ت لز فهي متناسبة وذلك ما اردناه

اقول وبهذه الاشكال تبين التفصيل والتركيب في الاعداد فليكن نسبة اب الى ت كنسبة ز ه الى ه ز تارة على سبيل التركيب وتارة على سبيل التفصيل فاذا فصلنا المركب او ركبنا المفصل كانت نسبة اد الى د ت كنسبة ز ر الى ز ه وذلك لان بالابدال نسبة ات الى ز ه كنسبة ت د الى ه ز فنسبة اد الى ز ز كنسبة ت د الى ه ز وبالابدال نسبة اد الى ت د كنسبة ز ز الى ز ه

يه اذا كان صنفان من الاعداد كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من الصنف الاخر كانت في المساواة متناسبة مثلا آ ت ج صنف و د ه ز صنف و

يد نسبة ا ت كنسبة د ه ونسبة ت ج كنسبة ه ز نقول فنسبة آ ج كنسبة د ز وذلك لان بالابدال يكون نسبة آ د كنسبة ت ه ونسبة ت ه كنسبة ج ز فنسبة ا د كنسبة ج ز وبالابدال نسبة آ ج كنسبة د ز وذلك ما اردناه

اقول وقد استعمل في هذا الشكل النسبة المساوية لنسبة واحدة متساوية ولم يبين ذلك في الاعداد لسهولة بيانه بالجزء والاجزاء واما المساواة والمضطربة فبيانها في الاعداد انما تاتي بعد حكمين سياتي بيانهما احدهما اثبات الخلف في النسب العددية وسياتي هذا في المقالة الثامنة والثاني ان مسطح عدد في اخر كمسطح الاخر فيه وسياتي هذا عن قريب وذلك ليتبين ان الحاصل من ضرب قدر النسبة الاول في قدر النسبة الثانية هو الحاصل من ضرب قدر الثانية مثلا في قدر الاولى فيثبت المطلوب

يو اذا كان الواحد يعد عددا ما يعد عددا ثالثا فالواحد بالابدال يعد الثاني بعدد ما يعد الاول الثالث

يه مثلا الواحد يعد ا ت بعدد ما يعد د ه ز

فالواحد يعد د ز بعدد ما يعد ا ت ه ز وذلك لان في ه ز من امثال
د ز كما في ا ت من الاحاد واذا فصلنا ه ز بك ك ل ل ا الى
امثال د ز وا ت بح ح ط الى الاحاد فالواحد يعد د ز ككل
واحد من ا ح ح ط ط ت كل واحد من ه ك ك ل ل ز
بل جميع ا ت جميع ه ز وذلك ما اردناه (ا من ب) وبعبارة
اخرى فلان عدد ما في ا ت من الاحاد كعدد ما في ه ز من امثال
د ز فالواحد يعد د ز كما يعد جميع تلك الاحاد وهي ا ت جميع تلك
الامثال وهي ه ز (يج) سطح عدد في اخر كمسطح الاخر فيه
فليكن مسطح ا في ت د ومسطح ت في ا ز نقول فهما كذلك وذلك لان
لو الواحد يعد ت كما يعد ا د لكون ضرب ا في ت وبعد ا كما
بعد ا ز وكان كما يعد ا د فاذن ا يعد د ز عدا واحدا
فهما عدد واحد وذلك ما اردناه (يح) كل عددين ضرب
في عدد فنسبة السطحين كنسبتهما مثلا ضرب عددا ا ت د في
ا فحصل سطحي ز ه نقول فنسبة ز الى ه كنسبة ت
الى د وذلك لان الواحد يعد ا كما يعد
ب ز و د ه فنسبة ت الى ز كنسبة د الى
لز واذا ابدلنا كانت نسبة ت الى
د كنسبة ز الى ه وذلك
ما اردناه (يط) كل عدد
يضرب في عددين فنسبة المسطحين
كنسبتهما مثلا ضرب د في ا ت فحصل
لح ز ه نقول فنسبة ا الى ت كنسبة ز الى
ه وذلك لانه لا فرق بين ضرب د في ا ت
وبين ضربهما فيه في حصول مسطحي ز ه فاذن
هما بهذا على نسبة ا ت كما كان هناك
وذلك ما اردناه (ك) كل اربعة اعداد
فان كانت متناسبة كان مسطح الاول في
الرابع كمسطح الثاني في الثالث وان كان المسطح كالمسطح كانت
متناسبة كان مسطح الاول د ز لاربعة اعداد ولكن متناسبة
نقول فمسطح ا في ز وهو ه كمسطح ت في د وهو ز
ولنضرب ا في د فيحصل ح فاضرب ...

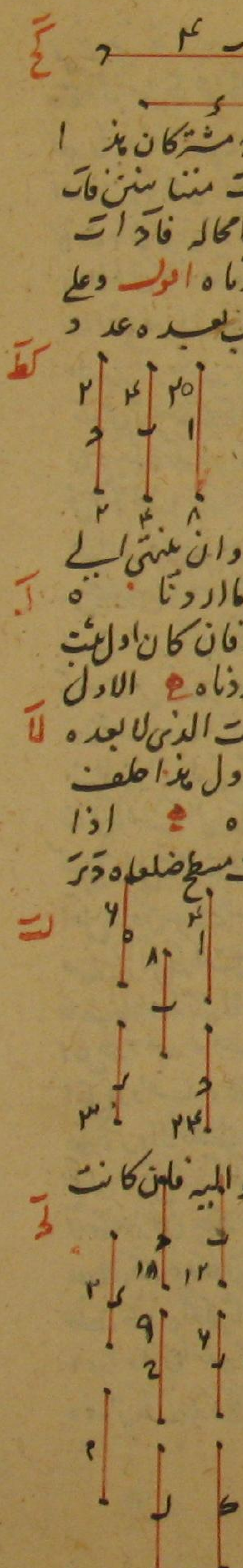
د ز حصل ح ه فنسبة د الى ز كنسبة ح الى
ه والضا ات ضرب في د ز وحصل ح ز فنسبة ا
الى ت اعني د الى ز كنسبة ح الى ز وكانت
لط كنسبة ح الى ه فنسبة ح الى ه و ز واحدة فهما
متساويان وايضا ليكن ه و ز متساويان نقول
فنسبة ا ت كنسبة د ز وذلك لان نسبة ح ز
بالسان المذكور كنسبة ا ت ونسبة ح ه كنسبة
د ز ونسبة ح الى و ه المتساوين واحدة فنسبة
ا ت كنسبة د ز وذلك ما اردناه
وقد استعمل ههنا ايضا ان نسبة المتساويين الى شيء واحد واحدة
وعكسه ولم يبين ذلك في الاعداد لسهوله بيانهما بالجزء والاجزاء
وقد ظهر من هذا ان كل ثلثة اعداد فان كانت متناسبة كان مسطح
الاول في الثالث كمربع الثاني وان كان المسطح كالمربع كانت
متناسبة (كا) اقل الاعداد على نسبة يعد جميع الاعداد التي على
نسبتها عدا واحدا الاقل للاقل والاكثر للاكثر فليكن ا ت
م د ز على نسبة و ه ز ح ط اقل عددين على تلك النسبة
فليكن يعد ا ت بقدر ما يعد ح ط د ز وذلك لان ه ز
لا تخلو من ان يكون جزءا او اجزاء ويكون ح ط تلك الاجزاء
بعينها لد ز وليكن ح ك ل ط ويكون قدر ه ك من ح ل
كقدر ه ز من ح ط فه ك ح ك اقل من د ز ح ط
وعلى نسبتهما وكان ه ز ح ط اقل عددين على نسبتهما هذا خلف فاذن
ه ز جزء لا ت فيكون لا محالة ح ط مثل ذلك الجزء لد ز فيكون
عدهما لهما سواء وذلك ما اردناه (كب) اقل الاعداد على نسبة
يكون متباينة مثلا كات والا فليعد هما د بدة ه فمسطحي د في
ما ز ه مهما ات فنسبة ز ه كنسبة ا ت
وهما اقل من ا ت هذا خلف فالحكم ثابت
وذلك ما اردناه (اول) والواحد
يجب ان يدخل في قوله اقل الاعداد
ليصح الحكم (كج) المتباينان اقل عددين على نسبتهما كا ت
مب والا فليكن د ز اقل منهما وعلى نسبتهما
فيعدانهما لا محالة بالسوية وليعدهما ه يعد د ح ح ز

فهما مشتركان وفرضنا متباينين هذا خلف والحكم ثابت وذلك
ما اردناه ه العدد الذي يعد احد المتباينين يباين الاخر كح
الذي يعد ا المباين لب فهو مباين لب والا فليعدهما
ز فلنعده الذي نعد ا فنعد ا ويعد ب فا ب مشتركان
وفرضنا متباينين هذا خلف والحكم ثابت وذلك ما اردناه
ه كل عددين يباينان اخر فمسطح احدهما في الاخر كد
يباينه ايضا مثلا ا ب مباينان لج ومسطحهما د فهو يباين ج والا فليعدهما
ه ولكن ه يعد د لكن في د ز وكان ا في ب د
مثنية ه الى ا كنسبة ب الى ز وه يعد ج فيباين
ا فهما اقل عددين على نسبتهما ويعدان ب ز فه يعد ب
وكان يعد ج فب ج مشتركان وفرضنا متباينين
هذا خلف والحكم ثابت وذلك ما اردناه ه
مربع المباين مباين مثلا ا مباين لب ود مربع ا فهو مباين ايضا كه
لب ولكن ز مثل ا فا ز مباينان لب
ود مسطح احدهما في الاخر فهو ايضا
مباين له وذلك ما اردناه ه
اذا كان كل واحد من عددين يباين كل واحد من اخرين كو
فمسطح الاولين يباين مسطح الاخرين مثلا
تباين كل واحد من ا ب كل واحد من
ج د ومسطح ا ب ه ومسطح ج د ز فهما
متباينان وذلك لان ا ب يباين ج فه
يباين ج وكذا يباين د فه ز يباينان ه فه يباين ز وذلك ما اردناه
كل متباينين فمربعاهما متباينان وكذلك كعباهما وما بعدهما
من المراتب التي لا تحصى مثلا ا ب متباينان وه ز كعباهما فهما ه
ايضا كذلك وذلك لان ا ب متباينان فمربع ل
كل واحد يباين الاخر وا يباين ز فمربعه
وهو د يباين و كل واحد من ا د يباين لكل واحد
من ب ج فمسطح ا د وهو ه يباين مسطح ب ج وهو
ز وكذلك فيما بعدهما وذلك ما اردناه ه كل عددين
فان كانا متباينين كان مجموعهما بعد التركيب يباين كل
واحد منهما وان كان مجموعهما يباين كل واحد منهما كانا بعد



المنفصل

المنفصل متباينين مثلا ا ب ج د كج
عددان وليكونا متباينين فا د يباين ا ج
والا فليعدهما ز وليعد لا محالة ب د فا ب د مشتركان هذا
خلف وكذلك ا د يباين ب د وايضا ليكن ا د ا ب متباينين فا ب
ب د متباينان والا فليعدهما ز وليعد ا د لا محالة فا د ا ب
مشتركان هذا خلف والحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وعلى
هذا القياس ان جعلا مشتركين ه العدد المركب يعده عدد
اول مثلا ا مركب وليعده ب فان كان ب كط
اول ثبت الحكم والا فليعده ج وكذا القول
فيه فان لم ينته الى عدد غير مركب وجب ان يعد عددا
مفروضا متناهي الاحاد مركبات مترتبة غير متناهية
كل واحد اكثر من الذي يعده هذا خلف فلا بد وان ينتهي الى
عدد اول وليكن هو د فيعد ا وهو اول وذلك ما اردناه ل
كل عدد فهو اول او يعده اول مثلا ا عدد فان كان اول ثبت ه
احد القسمين والا فليعده اول وذلك ما اردناه ه الاول
مباين لكل عدد لا يعده مثلا ا اول فهو مباين لب الذي لا يعده لا
والا فليعدهما عدد غير الواحد وكان ا اول هذا خلف
والحكم ثابت وذلك ما اردناه ه اذا
عد الاول مسطح عددين عد احد ضلعيه مثلا ا اول وب مسطح ضلعيه د ز
وا يعد ب فهو يعد اما د واما ز وذلك لانه لب
ان كان يعد د ثبت الحكم والا لكانا متباينين
ولكن ا يعد ب بعدد ه فا في ه هو ب وكان د
في ز هو ب فنسبة ا الى د كنسبة ز الى ه وا د
اقل الاعداد على نسبتهما لكونهما متباينين فا
يعد ز وذلك ما اردناه ه نريد ان نجد
اقل الاعداد على نسبة اعداد معلومة كا ب ج د المتوالية فلتكن كانت
متباينة فهي اقل الاعداد على نسبتها وان لج
كانت مشتركة فليكن ز اكثر عدد يعدها و
ليعد ا بـه وب بـز وج بـح فه ز ح اقل
الاعداد على تلك النسبة والا فليكن ط ك ل
اقل الاعداد وليعد ط ا و ك ب ول ج



ثم هم في ط وكان ب يفي ه آ فنسبة ه الى ط كنسبة م الى ب
و ه اكثر من ط فم اكثر من ب وهو يعده اد وكان ب اكثر عدد
يعدها هذا خلف فاذن ليس بمثل عنبرة د ح اقل اعداد على تلك
النسبة وذلك ما اردناه هـ نريد ان نجد اقل عدد يعده عددان مختلفان
لد كا ب فان كان الاقل يعد الاكثر والاكثر يعد نفسه فالاكثر هو المطلوب
والا فان كانا متباينين فليضرب ا في ب ليحصل د وهو المطلوب
اما انهما يعدانه فظاهر واما انه اقل عدد يعدانه فلانهما لو عدا اقل منه
فليعدا ا ز وليعده ا بـه و ب ز فضرب ا في ه هو ز وكذلك ضرب
ب في ز فنسبة ا الى ب كنسبة ز الى ه و ا ب اقل الاعداد
على نسبتها لكونهما متباينين فا يعد ز و ب ضرب
في ا فحصل د ز فنسبة ا الى ز كنسبة د الى ز ح الاكثر
يعد اضعاف الاقل هذا خلف فاذن ا ب لا يعدان اقل
من د وان كانا مشتركين فليكن د ه اقل عددين على
نسبتهما ونسبة ا الى ب كنسبة ز الى ه وليضرب ا في
ه او ب في ز ليحصل ح د هو المطلوب اما انهما يعدانه
فظاهر واما انه اقل عدد يعدانه فلانهما لو عدا اقل
منه فليعدا ا ز وليعده ا ح و ب ط فا في ح ز وكذلك
ب في ط فنسبة ا الى ب كنسبة ط الى ح وكانت
كنسبة ز الى ه فنسبة ز الى ه كنسبة ط الى ح و ز و ه
اقل عددين على نسبتهما فز يعد ط و ب ضرب في ز ط فحصل د ز
فنسبة ز الى ط كنسبة د الى ز ح الاكثر يعد اضعاف الاقل هذا
خلف فاذن ا ب لا يعدان اقل د وذلك ما اردناه هـ
له اقل عدد يعده عددان فهو يعد كل عدد يعدانه مثلا ح ط
اقل عدد يعده عددا ا ب وهما يعدان ه ز فح ط
يعده ز والا فليبق من ه ز الاكثر ه ك غير معدود
ح ط الاقل لكونه اقل من ح ط و ا ب يعدان ه ك
لانهما يعدان ح ط وهو يعد ز ك ويعدان جميع ه ز فهما
يعدان ك ه وكان ح ط اقل عدد يعدانه وهو اكثر من ك ه هذا
خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه هـ نريد ان نجد اقل عدد يعده
اعداد فوق اثنين كاعداد ا ب د فناخذ اقل عدد يعده عددا ا ب
وهو ز فان عده د فهو اقل عدد يعده الثلثة اما ان الثلثة يعده فظاهر

واما

واما انه اقل عدد فلانه لو لم يكن اقل فليكن الاقل
ه وليعده ا ب فيعده ز الذي هو اقل عدد يعدانه
و ز اكثر منه هذا خلف وان لم يعده د ز فناخذ اقل
عدد يعده د ز وهو ه فهو اقل عدد يعده ا ب د
اما انه يعده فلان ا ب يعدان ز وهو يعد ه
فهما يعدان ه و د يعده ايضا واما انه اقل عدد
فلانه لو لم يكن اقل فليكن الاقل ز ونبين بمثل ما ان
ه يعده وهو اكثر منه هذا خلف فاذن وجدنا ما اردنا
هـ كل عدد يعده عدد فللمعدود جزء سمي للعاد مثلا ا يعده
ولكن الواحد يعد د بعدد ما يعد ب ا وبالابدال يعد الواحد
ب بعدد ما يعد د ا فالواحد من ب هو الجزء الذي يكون
د من ا والواحد من ب جزء سمي لب فد جزء لا
المعدود وسمي لب العاد وذلك ما اردناه

كل عدد له جزء

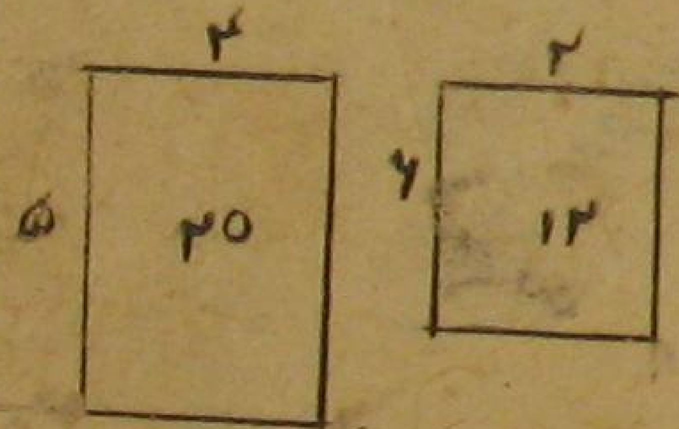
فيسمى ذلك الجزء يعده مثلا ب جزء من ا وليكن الواحد من د
ذلك الجزء فد سمي لجزء ب والواحد يعد د كما يعد ب ا
وبالابدال الواحد يعد ب كما يعد د ا فد الذي
هو سمي لجزء ا العده وذلك ما اردنا
نريد ان نجد اقل عدد له اجزاء مفروضة كا ب ح
ولكن د ه ز اسماءها فناخذ اقل عدد يعده د ه ز
ح هو الذي له تلك الاجزاء اما ان له تلك الاجزاء
فظاهر واما انه اقل عدد له تلك الاجزاء فلانه لو لم
يكن اقل فليكن الاقل ط ولكون تلك الاجزاء له يعده
اسماءها وهي د ه ز وهو اقل من ح هذا خلف
فح هو العدد المطلوب وذلك ما اردناه
تمت المقالة السابعة بعون الله تعالى

المقالة الثامنة منه خمسة وعشرون شكلا

وفي نسخة ثابت بزيادة شكلين منها كه كه هـ اذا توالت
اعداد على نسبة واحدة وتباين طرفاها فهي اقل الاعداد على
نسبتها مثلا كاعداد ا ب د ز
متتاليات والا فليكن ه ز ح ط يعد نسبتها
وعلى نسبتها واقل منها فبالمساواة نسبة ا الى د

كنسبة ه الى ط و ا ز اقل الاعداد على نسبتهما لكونهما متباينين ويعدان
كل عددين على تلك النسبة فا يعد ه وهو اكثر منه هذا خلف والحكم ثابت
وذلك ما اردناه ه نريد ان نجد اقل اعداد متوالية كم كانت على نسبة
ما مثلا على نسبة ا ب ولتكونا اقل عددين على تلك النسبة
وعدة المتوالية المطلوبة اربع فربع ا ونضربه في
ب وربع ب تحصل اعداد د ه ز الثلثة و
نضرب ا فيها و ب في ه تحصل اعداد ح ط ك ل ب
الاربعة وهي المطلوبة وذلك لانا ضربنا ا في نفسه
وفي ب فحصل د ه فهما على نسبة ا ب و ب في ا
وفي نفسه فحصل ه ز فهما ايضا على نسبتها فالثلثة
متوالية على تلك النسبة وايضا ضربنا ا في الثلثة
فحصل ح ط ك فهي على تلك النسبة و ب في ز فحصل ل ط ك فهما ايضا
على تلك النسبة فالاربعة متوالية عليها وهي اقل الاعداد عليها لان
ا ب كانا متباينين و د ز مربعاهما و ح ل مكعباهما اطراف الثلثة
والاربعة متباينة وقس على ذلك ما جاوزها وذلك ما اردناه
وقد بان ان طرفي الثلثة المتوالية يكونان مربعين وطرفي الاربعة
مكعبين اذا كانت اقل ما يكون على نسبة ه كل اقل اعداد متوالية
على نسبة فطرفاها متباينان مثلا كا ز من اعداد ا ب ج د الاربعة التي د
اقل اعداد على نسبتها ولناخذ اقل عددين
على تلك النسبة على ما مر وهما ه ز ثم اقل ثلثة
وهي ح ط ك ثم اقل اربعة وهي ل م ن س
فهي موافقة لاعداد ا ب ج د في العدة والنسبة
وفي كونها اقل ما يكون عليها فهي هي و ل س متباينان
فا د متباينان لانهما هما وذلك ما اردناه
ه نريد ان نجد اقل الاعداد متوالية على نسبة مفروضة ز
كنسب ا ب د ج ه ز وهي ثلثة ولكن كل اثنين اقل ما يكون على
نسبتهما فناخذ اقل عدد يعده ب
و ج وهو ط ونجعل ا يعد ح كما يعد
ب ط و د يعد ك كما يعد ج ط
ثم ناخذ اقل عدد يعده ك و ه وهو ل
ونجعل ح ط يعدان م س كما يعد

ك ل و ز يعد م كما يعد ه ك فنجعل س ل م على تلك النسب وذلك
لان ا ب يعدان ح ط سواء و ج د يعدان ط ك سواء و ه ز
يعدان س ل سواء فنسبة ل على نسبة د ج و ه ز يعدان ل م
سواء فهما على نسبتهما فنقول وهي اقل الاعداد على تلك النسب و
الا فليكن ع ف ص ق اقل فنسبة ا ب كنسبة ع ف و ا ب اقل
عددين على نسبتهما فهما يعدان ع ف وكذلك ج د يعدان
ف ص و ه ز يعدان ص ق فب و ج يعدان ف وكان ط
اقل عدد يعده ب و ج فط يعد ف ونسبة ط ك كنسبة ف ص
وك يعد ص وكان ه يعده فك و ه يعدانه وكان ل اقل عدد
يعدانه فل يعد ص و ص اقل هذا خلف فاذن الاقل هي ح
ط ك ل م لا غير وذلك ما اردناه ه نسبة كل مسطح الى مسطح
مؤلفة من نسبتي اضلاعهما مثلا ا مسطح واضلاعه د ز و ب
مسطح اخر اضلاعه ه ز فنسبة ا الى ب
ه مؤلفة من نسبة د الى ه ونسبة ز الى ح
ولناخذ اقل ثلثة اعداد على النسبتين و
هي ح ط ك نسبة د ه كنسبة ح ط ونسبة ز ح
كنسبة ط ك والمؤلفة منهما نسبة ح ك
ولنضرب ز في ه فيحصل ل فقد ضرب
في د ه وحصل ا ل فنسبة د ه اعني نسبة
ح ط كنسبة ا ل و ه ضرب في ز ح فحصل ل
ب فنسبة ز ح اعني نسبة ط ك كنسبة ل ب

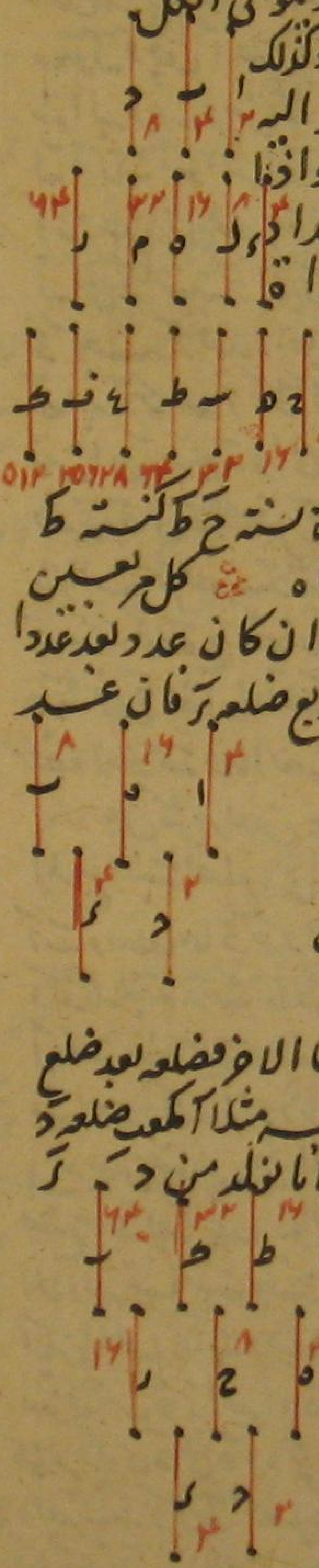


فالمساواة نسبة ح ك المؤلفة من
النسبتين كنسبة ا ب فهي ايضا مؤلفة منهما وذلك ما اردناه
القول فقد تم في بيان معنى تاليف النسبة في المقادير ما فيه
كفاية فلنعرف معناه في الاعداد من ذلك يعدان نعلم انه لا حاجة
منها الى وضع شيء يعده فان الواحد هو الذي يعد جميع الاعداد
ه اذا كانت اعداد متوالية على نسبة والاول
لا يعد الثاني فليس منها عدد يعد اخر يعده مثلا
ا ب ج د ه متوالية و ا لا يعد ب
اما ان كل عدد منها لا يعد تاليه فظاهر
لكونها على نسبة ا ب واما غير ذلك فـ ج ه



فلانا اذا اخذنا اقل اعداد على نسبة د ز ه وهي ز ح ط كان ز ط
متباينان وليس ز للواحد لان نسبة ز ح كنسبة د ز و د لا يعد ز
فز لا يعد ح والواحد يعد غيره فز لا يعد ط وبالمساواة نسبة ز ط
كنسبة د ه فد لا يعد ه وذلك ما اردناه   اذا كانت
اعداد متوالية على نسبة الاول يعد الاخر فهو يعد
الثاني ا ب ج د كذلك وا يعد د فهو يعد ب
لانه لو لم يعده لما عد الاخر وذلك ما اردناه
اذا وقع بين عددين اعداد وصارت كلها متوالية على نسبة فانه
يقع بين كل عددين على نسبتهما مثل تلك الاعداد
ونظر متوالية على تلك النسبة مثلا وقع بين ا ب
عددا د ز وصارا د ز ب متوالية على نسبة
ا د وكان ه ز على نسبة ا ب فنقول
يقع بينهما ايضا عددان ونصران معهما متوالية
على نسبة ا د ولنا خذ اقل اعداد على نسبة
ا د ز ب تلك العدة وهي ح ط ك ل فح
ل متباينان ونسبتهما كنسبة ا ب اعني ه ز
فهما يعدان ه ز عددا واحدا وليعد ط م
وك ه كذلك فح ط ك ل على نسبة ه م ه ز
اعني على نسبة ا د ز ب وذلك ما اردناه
كل متباينين يقع بينهما اعداد ونصر متوالية على نسبة فبين الواحد
وبين كل واحد منهما يقع اعداد بتلك العدة
ونصر متوالية ولكن المتباينان ا ب والواقع
بينهما د ز فنا خذ اقل عددين على نسبة ا د
سماه ه ز واقل ثلثة وهي ح ط ك وكذلك
الى ان نصير بعدد ا د ز ب وهي ل م ه س
وهي اقل اعداد على تلك النسبة فهي نظائر
متساوية لا د ز ب و ه ضرب في نفسه
فصار ح وضرب في ح فصار ل فالواحد
يعد ه بعدد احاد ه و ه ايضا يعد ح بعد ح
بعد ل اعني بذلك العدد فبين الواحد وا
وقع عددا ه ح وتوالت متناسبة وكذلك بين انه وقع بينه وبين ب
عددا ز ك وتوالت وذلك ما اردناه   كل عددين يقع بين الواحد
وبين كل واحد منهما اعداد ونصر متوالية فبينهما يقع ايضا مثل تلك
الاعداد ونصر متوالية ولكن العددان ا ب وقد وقع بين الواحد
وبين ا عددا د ز فصارت ل د ز ا
متوالية وبينه وبين ب عددا ه ز فصارت
ل ه ز ب متوالية فنقول فيقع ايضا بين
ا ب عددان فنصر متوالية وذلك لان نسبة
ل الى د كنسبة د الى ز و ل يعد د بعد احاد د
فد يعد ز بعد احاد د فد مربع د والقيا
ل يعد ه كما يعد ز اخي ل ه ز مو ا ولذلك
نبين ان ز مربع ه وان ه في ز مثل د
نضرب د في ه فيحصل ح ونبين ان ز ح ز
متوالية ثم نضرب د ه في ح فيصير ط ك فا ط ك ب متوالية لان د
د ضرب في ز و ح فصارا ا ط فهما على نسبة ز ح اعني د ه ضرب في ح
مرتا في ح فصارا ط ك فهما ايضا على نسبتهما و ه ضرب في ح ز
فصارا ك ب فهما ايضا على نسبة ح ز اعني د ه وذلك ما اردناه
بين كل مربعين عدد متوالي النسبة متناسبة ونسبة المربع الى
المربع نسبة الضلع الى الضلع مثناة ولكن المربعان
ا ب وضلعاهما د ز ونضرب د في ز فيكون ه فنسبة
وكذلك نسبة ه ب فاذن وقع بين ا ب ه وصارت
ا ه ب متناسبة ونسبة ا ب كنسبة ا ه ه ب اعني د ز
مثناة وذلك ما اردناه   اقول ويوضح انما كان
ا ب مربعين يقع بين الواحد وبين كل واحد منهما عدد ويتوالى الكل
فيقع بينهما ايضا عدد يتوالى الكل   بين كل مكعبين عددان ويتوالى
الاربعة متناسبة ونسبة المكعب الى المكعب كنسبة الضلع الى الضلع مثلثة و
لكن المكعبان ا ب وضلعاهما د ز
متولد من د ز اعداد ه ز ح المتوالية
كما مر فيكون د في ه ا و ز في ح ب
ونضرب د ز في ز فيحصل ط ك ونبين
ا ط ك ب متوالية على نسبة
واحدة هي نسبة ا ط اعني نسبة

دز وان نسبة آت كنسبة دز وذلك ما اردناه اقول ونوجه
اخر لما كان آت مكعبان يقع بين الواحد ومن كل واحد منهما
عددان يتوالى الكل فيقع اذن بينهما عددان ويتوالى الكل
مربعات الاعداد المتوالية على نسبة متوالية وكذلك
مكعباتها وما بعدها من المراتب فليكن المتوالية
اب د ومربعاتها ز ه ر ومكعباتها ح ط ك واذا
ضربنا آ في ب صار ل وب في د صار م فاعداد ل
ز ل ه م ر الخمسة متوالية بمثل ما مر وبالمساواة
نسبة ز ه كنسبة ه ر فالمربعات متوالية
وايضا اذا ضربنا آ في ل ه صار ن سه
ود في ه م صار ع ف فاعداد ح ن
سه ط ع ف ك السبعة متوالية وبالمساواة نسبة ح ط كنسبة ط
ك فالمكعبات ايضا متوالية وذلك ما اردناه يج كل مربعين
يعد احدهما الاخر فضلعه يعد ضلع الاخر وان كان عدد يعد عددا
فمربعه يعد مربعه مثلا آ مربع ضلعه د وب مربع ضلعه ر فان عد
آ ب عد د ر وذلك لانا نضرب د في ر فيصير
ه ويتوالى آ ه ب على نسبة د ر ويعد الاول
الاخر فيعد آ ه اعني د ر وايضا ان عد د
ر عد آ ه فعد آ ب وذلك ما اردناه وبان
منه انه اذا لم يعد مربع مربعا لم يعد ضلعه ضلعه
واذا لم يعد مربعه مربعه يد كل مكعبين يعد احدهما الاخر فضلعه يعد ضلع
الاخر وان كان عدد يعد عددا فمكعبه يعد مكعبه مثلا آ مكعب ضلعه د
وب مكعبه ضلعه ر فان عد آ ب عد د ر وذلك لانا نولد من د ر
ه ر ح المتوالية ثم بالضرب د ر في
ح فيحصل ط ك ولصير آ ط ك ب متوالية
على نسبة د ر ويعد آ الاول ب الاخر
فيعد آ ط اعني د ر وايضا ان عد د
ر عد آ ط فعد آ ب وذلك ما اردناه
وبان انه اذا لم يعد مكعب مكعبا لم يعد
ضلعه ضلعه واذا لم يعد عدد عددا لم يعد
مكعبه مكعبه
وفي ترتيب بعض هذه الاشكال خلاف وما اوردناه



على

على ترتيب ثابت واما الحجاج فقد اورد ما ذكر في شكل يا
في شكل يح يد الاحكام المذكورة في ضدري شكلي يد يه وفي
وفي شكل يه الدعاوي المذكورة فيهما ثم توافقا فيما بعد يو بين
كل سطحين متشابهين عدد يتوالى الثلثة ونسبة
المسطح الى المسطح نسبة ضلع الى نظيره مثناة
ولكن المسطحان آ ب وضلعا آ د ر وضلعا
ب ه ر ونسبة د ه كنسبة ز ر فاذا ضربنا
ز في ه حصل ح وصار آ ح ب متناسبة
لان ح ضرب في د ز فحصل آ ح فهما على نسبة
د ه و ه ضرب في ز ر فحصل ح ب فهما على
على نسبة ز ر اعني د ه ونسبة آ ب كنسبة آ ح اعني د ه مثناة
وذلك ما اردناه يز بين كل مجسمين متشابهين عددان يتوالى الاربعة
ونسبة المجسم الى المجسم كنسبة ضلع الى نظيره مثلثة ولكن المجسمان آ ب
واضلاع آ د ه ز واضلاع ب ر ح ط ونسبة د ر كنسبة ه ح و ز ح
وكنسبة ه ط ونضرب د في ه فيصير ك و ر في ح
ح فيصير ل فك ل مسطحان متشابهان ويقع
بينهما م متوالي ك م ل على نسبة د ر و
نضرب ه ط في م فيحصل سه ويكون
بينهما نسبة ه ط اعني ح ز لان ه ضرب
في ك م فحصل آ سه وايضا نسبة سه ب
كنسبة م ل اعني د ر فاعداد آ سه
ب متوالية على نسبة د ر ونسبة آ ب
كنسبة آ ح اعني د ر مثلثة وذلك
ما اردناه يح كل عددين بينهما عدد ويتوالى على نسبة فهما مسطحان متشابهان
كا ب مثلا وقد وقع د بينهما فصار آ د ب متوالية ولنأخذ ا قل
عددين على نسبتهما وهما ز ه
فهما يعدان آ د عدا واحدا
ولكن ز ويعدان د ب
كذلك وليكن ح فد في ز
هو آ و ه في ح هو ب
فا ب مسطحان والضلعان في ح هو

في شكل يا وحده وما اورداه في شكل يج في شكل يح واورده



د وكذلك ه في ز فنسبة ز الى ه كنسبة ز الى ح فسطحا ا ب متشابهان
وذلك ما اردناه كل عددين يقع بينهما عددان ويتوالى متناسبة
فهما مجسمان متشابهان كا ب مثلا وقد وقع بينهما د ز فتوالت ا د
ز ب ولنأخذ اقل ثلثة اعداد على نسبة ا د وهي ه ز ح فه ح
مسطحان متشابهان وليكن ضلعاه ك ل وضلعا ح م ن فنسبة ك م
كنسبة ل ن اعني نسبة ه ز و ه ز ح على نسبة ا د ز فهي تعد
يط عددا واحدا وليكن ط وكذلك هي على نسبة
د ز ب فتعدها وليكن نسبة ه في ط اعني
ك في ل في ط هو ا و ح في س اعني م في
ن في س هو ب فا ب مجسمان و ط س ضربا
في ح فحصل ز ب فط س على نسبة ز ب
اعني نسبة ك م و ل ن فمجسما ا ب
متشابهان وذلك ما اردناه
كل ثلثة اعداد متوالية على نسبة اولها مربع فالثالث مربع كا ب ز د
ك مثلا ونأخذ ه ز ح اقل اعداد على نسبتها ط فا
ه ز مربعان وليكن ح ضلع ا و ط ضلع ه و
ك ضلع ز وبالمساواة نسبة ه ز كنسبة
ا د و ه ز متشابهان فيعدان ا د واذا عد
مربع مربعا عد الضلع الضلع فط يعد ح وليعد
ك ل كما يعد ط ح بنسبة ط ح كنسبة ك ل
ونسبة مربعي ط ح كنسبة مربعي ك ل ومربعا ط
ح هما ه ا ومربع ك هو ز ونسبة ز ا
كنسبة ز د فح هو مربع ل وذلك ما اردناه
ولو جعل لفا ا د لو وقوع ت على التوالي بينهما مسطحان متشابهان و ا مربع فح مربع
كل اربعة اعداد متوالية على نسبة اولها مكعب فرابعها مثلا كا ب د ز
و ا مكعب ونأخذ ه ز ح ط اقل اعداد على نسبتها
ط فا ه ط مكعبان وليكن ك ضلع ا و ك ضلع
كا ه و م ضلع ط ونسبة ه ط كنسبة ا ز و ه ط
متشابهان فيعدان ا ز واذا عد مكعب مكعبا
عد ضلعه ضلعه فك يعد ك وليعد م بما عد
ك ك فنسبة ك ك كنسبة م ن ونسبة مكعبي ك ل

كنسبة مكعبي م س ومكعبا ك ل هما ه ا ومكعب م هو ط ونسبة ه ا
كنسبة ط ز فز هو مكعب س وذلك ما اردناه ولو جعل لفا ا ز
لو وقوع ت د بينهما على التوالي مجسمان متشابهان و ا مكعب فز مكعب
كب كل عددين على نسبة مربعين واحدهما مربع فالاول مربع
مثلا ا ب على نسبة مربعي د ز و ا مربع وذلك لان د ز مربعان
فيقع بينهما عدد متوالي فكذلك بين ا ب و ا مربع فب مربع
وذلك ما اردناه كل عددين على نسبة مكعبين واحدهما مكعب
كج فالاخر مكعب مثلا ا ب على نسبة مكعبي د ز و ا مكعب وذلك لان
مكعبي د ز يقع عددان ويتوالي وكذلك
بين ا ب و ا مكعب فب مكعب وذلك ما اردناه
كل عددين على نسبة مربعين فهما مسطحان
كد متشابهان مثلا ا ب على نسبة مربعي د ز وذلك
لان بين د ز عددا يقع ويناسبهما وكذلك بين ا ب
مسطحان متشابهان وذلك ما اردناه
كه كل عددين على نسبة مكعبين فهما مجسمان متشابهان والبيان والشكل على
قياس ما مر وهذان الشكلان ليسا في نسخة الحجاج كل
مسطحين متشابهين فهما على نسبة مربعين مثل كسطحي
كو ا ب وذلك لان د يقع بينهما فتتوالى الثلثة متناسبة
واذا اخذنا اقل ثلثة اعداد على نسبتها وهي ه ز ح
كانت نسبة ا ب كنسبة ه ز المربعين وذلك ما اردناه
كل مجسمين متشابهين فهما على نسبة مكعبين مثلا
مجسمي ا ب وذلك لان د ز عددان يقعان بينهما ويتوالى الاربعة
كز متناسبة واذا اخذنا اقل اربعة اعداد على نسبتها
وهي ه ز ح ط كانت نسبة ا ب كنسبة ه ط
المكعبين وذلك ما اردناه تمت
المقالة الثامنة بعون الله تعالى

المقالة التاسعة ستة وثلثون شكلا

اذا ضرب مسطح في مسطح شبيه حصل مربع مثلا ا ب سطحان
متشابهان وضرب ا في ب فصار د فهو مربع لانا اذا ضربنا
ا ا في نفسه وصار ز كانت نسبة ا ب كنسبة ز د ويقع بين
اثنين منهما عدد فتتوالى الثلثة و ز مربع فد مربع وذلك ما اردناه

اقول ولوجه لعقد بين اَ تَ عدد ويكون ضرب آ فى تَ
كمربع ذلك العدد فضرب آ فى تَ مربع ج اذا حصل فى ضرب
عدد فى عدد مربع فهما مسطحان متشابهان مثلا مربع دَ
ب حصل من ضرب آ فى تَ وذلك لانا اذا ضربنا آ فى
نفسه فصار رَ ونسبة رَ دَ المربعين كنسبة اَ تَ فهما مسطحان
متشابهان وذلك ما اردناه اقول ولوجه اخر نقع
بين اَ تَ ضلع المربع الحاصل من ضرب احدهما فى الاخر
وهو الى الثلثة متناسبة فيكون الطرفان مسطحين متشابهين واعود الى الاصل
وقد بان ان الحاصل من ضرب المربع فى المربع مربع وفى غير المربع غير
مربع وان المربع اذا ضرب فى عدد فان حصل مربع فالعدد مربع وان
حصل غير مربع فالعدد غير مربع ج مربع المكعب مكعب مثلا آ مكعب
وتَ مربعه وليكن دَ ضلعه و رَ مربع دَ
وقد وقع بين الواحد و آ عددا دَ رَ فتوالت
ج الاربعة متناسبة ونسبة الواحد الى آ
كنسبة آ الى تَ فاذن نقع بينهما عددان
فتوالى الاربعة و آ مكعب فتَ مكعب وذلك ما اردناه اقول ولوجه لطف
نضرب دَ رَ فى آ فيحصل ةَ بين اَ تَ ونبين ان دَ رَ آ ةَ تَ متوالية فاذن
وقع بين اَ تَ عددان وتوالت الاربعة
و آ مكعب فتَ مكعب ج المكعب فى المكعب
مكعب مثلا آ ضرب فى تَ وهما مكعبان
د فحصل دَ وهو مكعب وذلك لانا نضرب
آ فى نفسه فيصير رَ المكعب ونسبة اَ تَ المكعبين
كنسبة رَ دَ و رَ مكعب
فدَ مكعب وذلك ما اردناه
اذا ضرب مكعب فى عدد وحصل مكعب فالعدد مكعب مثلا
ضرب آ المكعب فى تَ فحصل دَ المكعب ولنضرب آ فى نفسه فيحصل رَ
ه المكعب ونكون نسبة اَ تَ كنسبة
رَ دَ المكعبين و آ مكعب فتَ مكعب مثله
وذلك ما اردناه ج وقد بان ان المكعب اذا ضرب فى غير المكعب
حصل غير مكعب واذا ضرب فى عدد فحصل غير المكعب
و كان العدد كذلك ج كل عدد مربعه مكعب فهو مكعب مثلا آ

عدد وتَ مربعه وهو مكعب ولنضرب آ فى تَ فيحصل دَ مكعبا لانه
من ضرب الضلع فى مربعه ونسبة اَ تَ كنسبة تَ دَ المكعبين فآ مكعب
ز وذلك ما اردناه ج العدد المركب اذا ضرب
فى عدد صار مجسما وليكن المركب اولعدد ه رَ نه فهو
من ضرب رَ فى ة واذا ضرب فى تَ وحصل دَ كان
دَ مجسما لانه من ضرب رَ فى ة فى تَ وذلك ما اردناه
ج اذا توالت اعداد متناسبة مبتدئة من الواحد فثالث
الواحد مربع وكذلك خامسه وسابعه وما بعده بترك واحد واحد
ح اخذ ورابع الواحد مكعب وكذلك سابعه وما بعده بترك
اثنان ونوخذ واحد وسابعه مربع ومكعب وكذلك
ما بعده بترك خمسه ونوخذ واحد فليكن الاعداد
بعد الواحد اَ تَ دَ رَ ةَ رَ فتَ مربع
لان الواحد يعد آ كما يعد آ تَ فضرب آ
فى نفسه صوت وكذلك رَ لان نسبة الواحد وهو مربع الى تَ المربع
كنسبة تَ الى رَ وكذلك رَ وايضا دَ مكعب لانه من ضرب آ فى مربعه
اعنى تَ وكذلك رَ لان نسبة الواحد وهو مكعب الى دَ المكعب كنسبة
دَ الى رَ وقد اجتمع المربع والمكعب فى رَ وكذلك فى سابعه وذلك
ما اردناه ج اذا توالت اعداد متناسبة من الواحد وكان
الذى يليه مربعا فالكل مربع او مكعبا فالكل مكعب وليكن الاعداد
ط اَ تَ دَ رَ فان كان آ مربعا وتَ ثالث الواحد
مربع فدَ مربع لان نسبة تَ دَ كنسبة اَ تَ المربعين
وكذلك فيما بعده وايضا ان كان آ مكعبا فتَ
مربعه مكعب و دَ رابع الواحد مكعب وكذلك رَ لان نسبة
دَ المكعب اليه كنسبة اَ تَ المكعبين وذلك ما اردناه ج اذا توالت
اعداد متناسبة من الواحد وكان الذى يليه غير مربع فليس فيها غير
المراتب الثانية مربع او غير مكعب فليس فيها غير المراتب الثالثة مكعب وليكن
ى الاعداد اَ تَ دَ رَ فان لم يكن آ
مربعا فلا يكون دَ مربعا والا فليكن مربعا
ونسبة تَ المربع اليه نسبة آ الى تَ فآ
مربع هذا خلف وكذلك ةَ وايضا ان
لم يكن آ مكعبا فلا يكون تَ

مكعبا والا فليكن مكعبا ونسبة ب الى د المكعب كنسبة ا الى ت فالمكعب
هذا خلف وكذلك في غيره وذلك ما اردناه ه اذا توالت اعداد
متناسبة من الواحد فالاقل يعد الاكثر بعدد منها وليكن الاعداد ا ب
ج د ه و د مثلا يعده فهو يعده ت لان
د ج ه في العدد والنسبة كالواحد مع ا ب
فبالمساواة الواحد يعد ت كما يعد د ه
في يعده يعد ب وذلك ما اردناه ه
اذا توالت اعداد متناسبة من الواحد فكل عدد اول يعد الاخير فهو
يعد الذي يلي الواحد وليكن الاعداد ا ب ج د
و ه الاول يعد د الاخير نقول فهو يعد ا والا
فيكون ه ا متباينين واقل الاعداد على نسبتهما
وليعده د بر فيه في ر هو د وا في د هو ر فنسبة
ه الى ا كنسبة د الى ر و ه ا يعدان د ر وليعده
ح ح وبين ان نسبة ه ا كنسبة ت ح فيعده ت
وليعده ط وبين ان نسبة ه ا كنسبة ا ط
فيعده ا وكان لا يعده هذا خلف فاذن
يعده وذلك ما اردناه ه اقول وفي نسخة الحجاج
هذا الشكل مقدم على الذي قبله ه اذا توالت اعداد
متناسبة من الواحد كالذي يلي الواحد اول فلا يعد الاكثر
منها عدد غيرها وليكن الاعداد ا ب
ج د وا اول نقول فلا يعد د غير
ا ب ج والا فليعده ه وهو لا يكون اول
والا لعده ا الاول هذا خلف فهو مركب
وليعده اول وذلك الاول ان كان غير ا
مثل ح عد د فعد ا هذا خلف فهو ا لا غير
وليعده ه بر وا في د كر في ه ونسبة ا ه
كنسبة ر د وا يعده فر يعده وليس
باحد اعداد ا ب ج د ولان ه يعد د يعد ر وه ليس باحدها وبين
مثل ما مر ان ر ليس باول ولا يعده غير ا وليعد ح ح وبين ان
ح يعد ب وليس باحد ا ب وليس باول ولا يعده غير ا اول وليعد
ب ط وبين ان ط ليس هو ا وان ح في ط هو ب وا في مثله هو ب

فنسبة ا الى ح كنسبة ط الى ا وا يعد ح فط يعد ا هذا خلف فاذن
الحكم ثابت وذلك ما اردناه ه كل اعداد اوائل يعرض من الواجب
ان يوجد اول غيرها وليكن الاوائل المفروضة ا ب ج ولنأخذ اقل عدد
يعده ا ب ج وهو د ز ونزيد عليه واحدا
فيصير د ر فان كان د ر اولا ثبت الحكم
والا لعده اول وليكن ح وح ليس باحد
ا ب ج لانه لو كان احدها لعد د ر وهو
يعد د ر فيعد ر ه الواحد هذا خلف
فاذن وجدنا غير ا ب ج اول وذلك ما
اردناه اقول وهذا الشكل في نسخة الحجاج هو العشرون
اقل عدد يعده اعداد اوائل مفروضة فلا يعده اول غيرها مثلا ا
اقل عدد يعده اعداد ب ج د الاوائل فلا يعده غيرها والا فليعده
ه ر فه في ر ا و ب اول ا فليعد احد اضلاعه ولا يمكن
ان يعده الاول فيعد ر وكذلك ج
و ر مجموع ب ج د يعد ر وهو اقل
من ا وكان ا اقل عدد يعده هذه
الاعداد هذا خلف والحكم ثابت
وذلك ما اردناه ه مجموع كل
عددين هو اقل ثلثة اعداد متوالية
على نسبتها مباين للثالث وليكن الاعداد ا ب ج ولنأخذ اقل عددين على
نسبتها وهما د ه ه ر فهما متباينان ومربع د ه
هو ا ومربع ه ر هو ج ومسطح د ه في ه ر هو ب فلانه
كل واحد من د ر د ه مباين ه ر فضرب د ر في
د ه اعني عددي ا ب معا مباين ه ر ومباين
مربعه اعني ج وبمثله بين ان عددي ب ج
معا مباين ا وايضا د ه ه ر متباينان لد ر فضرب د ه
في ه ر مباين د ر ومباين مربعه اعني ضعف ضرب د ه في ه ر ومربعي
د ه ه ر واذا فصلنا كان ضرب د ه في ه ر مباينا لضرب د ه في ه ر
ومربعي د ه ه ر واذا فصلنا بما صار ضرب د ه في ه ر اعني ب مباينا
لمربعي د ه ه ر اعني ا ج معا وذلك ما اردناه قد يستعمل في هذا الشكل
ان مسطح د ر في د ه لمجموع مربع د ه ومسطح د ه في ه ر وان مربع د ر لمجموع

مربع ره ه ز وضعف مسطح ره في ه ز وبذا ان الحكمان عنا في المقادير في المقالة
الثانية ولم يبن في الاعداد ولكن بيانهما سهل لان احاد رز ليس غير احاد
ره واحاد ه ز فتضعيف ره باحاد رز هو تضعيفه باحاد ره وهو
مربع ره وهو مربع ه ز وهو مسطح ره في ه ز فاذن مسطح ره في ره
ومسطح رز في ه ز معا هو مربع رز لانه تضعيف رز باحاد ره واحاد ه ز
اعني احاد رز فمربع رز كمربعي ره ه ز وضعف مسطح ره في ه ز ه

يز كل متباينين ليس احدهما بالواحد فلا ثالث لهما في النسبة وليكونا ا ب
والا فليكن ثالثهما د فنسبة ا ب
كنسبة ب د وا ب اقل عددين على
نسبتهما فيعدان ب د فا يعد ب بذا
خلف والحكم ثابت ه

يح كل اعداد متوالية على نسبة وقد تباين طرفاها وليس احدهما بالواحد
فلا تالي لآخرها في النسبة وليكن الاعداد
ا ب د وا د متباينان ليس احدهما بالواحد
نقول فلا تالي لـ د على نسبة ا ب والا فليكن
نسبة د ز كنسبة ا ب فبالمساواة نسبة ا د
كنسبة ب ز وا د اقل عددين على نسبتهما فا يعد ب فيعد د بذا خلف
والحكم ثابت وذلك ما اردناه ه

يط نريد ان نجد لعددين ثالثا متناسبا
ان امكن وليكونا ا ب وهما غير متباينين فنأخذ مربع ب وهو ج
فان عد ا ج فليعده بـ د فهو الثالث لان ضرب
ا في د هو مربع ب فنسبة ا الى ب كنسبة ب الى د
وان لم يعد ا ج فلا ثالث لهما والا فليكن د
وضرب ا في د هو ج فا يعد ج وكان لا يعده هذا
خلف وذلك ما اردناه ه

ك نريد ان نجد لثلاثة اعداد
رابعا متناسبا ان امكن وليكن الاعداد ا ب ج وا ج غير متباينين فنضرب ب
في ج فيحصل د فان عد ا د فليعده بـ ه فهو الرابع لان ضرب ا
في ه كضرب ب في ج فنسبة ا الى ب كنسبة ج
الى ه وان لم يعد ا د فلا رابع لها والا
فليكن ه فضرب ا في ه هو د فا يعد د وكان لا
يعده هذا خلف وذلك ما اردناه ه

كا مجموع اي ازواج
كانت زوج مثلا ا ب ب ج ج د ازواج فا د زوج وذلك لان لكل من

من الازواج نصفا ومجموع الانصاف نصف
المجموع فلا د نصف وذلك ما اردناه ه

كب مجموع افراد عدتها زوج
زوج مثلا كافراد ا ب ب ج ج د د ه
وذلك لانا اذا فصلنا من كل فرد واحدا بقيت ازواج والآحاد
افراد لانها بعدة الافراد ومجموع الازواج زوج فجميع ا ه زوج وذلك
ما اردناه ه

كج مجموع افراد عدتها
فرد فرد مثلا كافراد ا ب ب ج ج د وذلك لانا اذا فصلنا من د ج
واحدا او هو ره بقي د ه زوجا وا ه زوج لانه مجموع افراد عدتها زوج
فا ه زوج وه ج واحد فا ج فرد وذلك ما اردناه ه

كد اذا فصل من زوج
زوج بقي زوج مثلا فصل من ا ب ب د وهما زوجان فا د زوج
وذلك لانا اذا انقصنا نصف ب د من
نصف ا ب بقي نصف ا د فلا د نصف وذلك ما اردناه ه

كه اذا
فصل من زوج فرد بقي فرد مثلا فصل من
ا ب الزوج ب د الفرد فا د الباقي فرد وذلك لانا اذا فصلنا د ه
الواحد من ب د بقي ب ه زوجا وبقي من ا ب ا ه زوجا و د ه واحد
فيبقى ا د فردا وذلك ما اردناه ه

كو اذا فصل من فرد زوج بقي فرد
مثلا من ا ب الفرد ب ج
الزوج فا ج الباقي فرد وذلك لانا اذا اضفنا الى ا ب ب د الواحد
صار ا د زوجا و د ج فردا فيبقى ا ج فردا وذلك ما اردناه ه

كز اذا فصل
من فرد فرد بقي زوج مثلا فصل
من ا ب ب د وهما فردان وا د الباقي زوج وذلك لانا اذا فصلنا
الواحد من ا ب و ب د بقيا زوجين وكان الباقي اعني ا د زوجا وذلك
ما اردناه ه

كح اذا ضرب فرد في زوج حصل زوج مثلا ضرب ا الفرد
في ب الزوج حصل د فهو زوج لانه حصل من
تضعيف افراد عدتها زوج وذلك ما اردناه

كط ه اذا ضرب فرد في فرد حصل فرد مثلا ضرب ا في ب وهما فردان
فحصل د فهو فرد لانه حصل من تضعيف افراد عدتها فرد
وذلك ما اردناه واستبان من ذلك ان الفرد
اذا عد زوجا عده بعدة زوج مثلا ا الفرد عدت الزوج بعدة د فـ د زوج
والا فليكن فردا فا في د اعني ب فرد هذا خلف والحكم
ثابت وذلك ما اردناه ه

ل والبيت اذا

٢٠٥

لا عد الفرد فردا عده بعدد فرد مثلا آ عدت وهما فردان بعدده
ح فهو فرد والا فليكن زوجا فا في د اعني ب زوج هذا خلف
فالحكم ثابت وذلك ما اردناه ه وروى عن ثابت ان هذا الشكل والذي قبله
لم يكونا في نسخة اليونانية ه اذا عد فرد
لب زوجا عد نصفه مثلا عد آ الفرد ب د الزوج
ولكن ب ه نصف ب د ولنعد ا ب د
بعدد ه ز فهو زوج ولكن نصفه ح فا يعد ه ح بعدد نصف ب ح فهو يعد
نصف ب ه وذلك ما اردناه كل فرد تباين عددا فهو تباين ضعفه
مثلا آ الفرد تباين د ب ولكن د ه ضعف د ب فا تباين د ه والا فليعدهما
لج ب وهو فرد لانه يعد آ الفرد ويعد د ب لانه
يعد ضعفه وهو د ه الزوج فا د ب مشتركان
هذا خلف والحكم ثابت وذلك ما اردناه ه
الاعداد الحاصلة من تضعيف الاثنين هي زوج الزوج فقط وليكن آ الاثنين
و ب د ح تضاعيفه على الولاء فهي زوج الزوج
لد اما انها ازواج فظاهر ولكون آ الاثنين اولا فلا
يعد الاكثر منها غيرها ويعد كل واحد منها
واحد منها فكل واحد منها زوج الزوج ولا يمكن
ان يكون مع ذلك زوج الفرد والا لعدها فرد وكان احد هذه الاعداد فردا
هذا خلف فاذن كل واحد منها زوج الزوج فقط وذلك ما اردناه
ه كل عدد نصفه فرد فهو زوج الفرد فقط مثلا كا ب ونصفه آ د
له اما كونه زوجا فلان له نصفا واما انه
زوج الفرد فلانه نصفه يعده مرتين ولا يمكن ان يكون مع ذلك زوج
الزوج والا لكان نصفه زوجا فهو زوج الفرد فقط وذلك ما اردناه ه كل
عدد ليس من تضاعيف الاثنين ونصفه ليس بفرد فهو زوج الزوج والزوج
الفرد كا ب ونصفه د اما انه زوج فلان له نصفا واما انه زوج الزوج
فلان نصفه زوج واما انه زوج الفرد فلانه ينتهي بالتنصيف
لو الى فرد غير الواحد اذ لم يكن من تضاعيف
الاثنين وذلك ه الفرد يعده وذلك ما اردناه ه اذا توالت اعداد
على نسبة وفصل مثل الاول من الثاني ومن الاخر كانت نسبة ما فضل
الثاني الى الاول كنسبة الاخر الى جميع ما قبله مثلا آ اعداد ا ب د ح
زح ط ه متوالية وفصل مثل ا ب من د ح وهو ح ز ومن ط ه و هو

٢٨

ه م فنقول فنسبة ه د الى ا ب كنسبة ط م
لز الى جميع ز ح د ح ا ب وفصل من ط ه ك ه
مثل د ح وك ه مثل ز ح فنسبة ط ه الى ك ه
كنسبة ك ه الى ل ه وكنسبة ل ه الى م ه
واذا فصلنا كانت نسبة ط ك الى ك ه كنسبة ك ل الى ك ه وكنسبة
ل م الى م ه ونسبة مقدم الى تال كنسبة جميع المقدمات الى جميع
التوالي فنسبة ل م الى م ه اعني ح ه الى ا ب كنسبة جميع ط م الى
جميع ك ه ل ه م ه اعني ز ح د ح ا ب وذلك ما اردناه اقول
ومهنا استعمل نسبة التفصيل ولم يبين في الاصل وقد مر بيانه ه اذا
جمعت اعداد متوالية من الواحد على نسبة الضعف مع الواحد وكان
المجموع عددا اول ثم ضرب المجموع في اخر تلك الاعداد حصل عدد تام
ولتكن الاعداد ا ب د ح وهي مع الواحد ه وهو عدد اول و ه في ح
هو ز ح و ه في ح هو ز ح فز ح تام ولناخذ من ه على نسبة ا ب
د ح وتلك العدة ه ط ك ل م
لح فنسبة اخر نسبة ه م فه في ح
كا في م فا في م هو ز ح وا لثاني
ز ح ضعف م فهو ايضا على نسبة
ل م واذا فصل مثل ه من ط ك
وهو ك س ومن ز ح وهو ح ع
كانت نسبة ط س الى ه كنسبة ز ع
الى جميع ك ط ه و ط س مثل ه
فز ع مثل هذه الاعداد و ه اعني ع ح مثل جميع ا ب د ح مع الواحد
فز ح مثل الواحد مع جميع ا ب د ح ه ط ك ل م ه وكل واحد من هذه
يعد ز ح فز ح يساوي هذه الاجزاء جميعا ولا جزء له غيرها والا فليكن
ف جزءا غير هذه الاجزاء وليعده بعدد ق ف في ق ز ح وكذلك ه في ح ز
فنسبة ه الى ف كنسبة ق الى ح وق ليس بواحد من ا ب د ح
فلا يعد ح و ه لا يعد ف و ه اول فه ف متباينان واقل عددين على
نسبتهما فف يعد ح ولان آ اول فلا يعد ح غير ا ب د ف احدها
ولتكن ب ولتكن ب كنسبة ه ك فه في ح كف في ق و هو
ز ح و ب يعد ز ح بعدد ك وكان ف يعده بعدد ق فق هو ك
وكان غير هذه الاجزاء هذا خلف واذا الاجزاء لز ح غير

بهذه الاجزاء فهو لسا دى جميع اجزاءه فهو تام وذلك ما اردناه اقول

وتوجيهه لانه لو كان لزح جزء غير الاجزاء المذكورة وهو ه لكان اما فردا او زوجا فان كان فردا وعد زوج الزوج عد نصفه وهو م الزوج و نصف م وهكذا الى ان تعده الاول هذا خلف وان كان زوجا وعد زح الزوج عد نصفه نصف زح اعني م ونصف نصفه نصف م اعني له وهكذا الى ان ينتهى التنصيف الى عدد لا تعده فان انتهى الى فرد قبل الانتهاء الى ه عد ذلك الفرد ه اذ عدد زوجا موضوعه وان انتهى الى واحد قبل الانتهاء الى ه او عند الانتهاء اليه كان ه احد اعداد اب د ك وقد فرض غيرها هذا خلف تمت المقالة التاسعة بعون الله تعالى

المقالة العاشرة مائة وخمسة اشكال

وفي نسخة ثابت وتسعة اشكال اربعة منها كا كب كز كح هي من زيادته وجعل شكل مد للحجاج شكلين مما كد كه وفي الترتيب خلاف ايضا صدر المقادير المشتركة خطوطا كانت او سطوحا او اجساما هي التي يكون لها مقدار واحد يقدرها والمتباينة هي التي ليس لها ذلك والخطوط المشتركة في القوة هي التي يكون لمربعاتها سطح واحد يقدرها والمتباينة في القوة هي التي ليس لمربعاتها ذلك وسيتضح في هذه المقالة انه اذا وضع خط مستقيم لتقاس اليه الخطوط كانت غير متناهية متباينة بعضها في الطول فقط و بعضها في الطول والقوة معا فليسم ذلك الخطوط وكل خط يشاركه في الطول ومربعه وكل سطح يشاركه بالمنطق وكل خط يباينه وكل سطح يباينه مربعه وكل خط يقوى على سطح مباين له اي يساوي مربعه ذلك السطح بالاصم

اقول كل مقدارين فصل من اعظمهما اكثر من نصفه ومما بقي اكثر من نصفه وهكذا على التوالي فسيبقى منه مقدار اصغر من الاصغر فليكن اعظم المقدارين اب واصغرهما ج ولنضعف د حتى يصير اعظم من اب ولتكن تلك الاضعاف لبه وكل واحد من كه مه ده مثل ج ولنفصل من اب كا اعظم من نصفه ثم من اك طك اعظم من نصفه الى ان ينفصل اب الى اقسام عدتها كعدة امثال د في لبه وهي ب ك طك كا فكا الباقي اصغر من د ولنا خذ لكا امثالا بتلك العدة وهي

بره فده اصغر من اب لان بر كاك ورح اصغر من كط وح ه اصغر كثيرا من طب وان اب اصغر من سه ك فده اصغر كثيرا من سه ك ونسبة بر الى سه كنسبة رح الى ده م وكنسبة ح ه الى م ل فنسبة بره الى سه ل كنسبة بر الى سه د وبره اصغر من سه ك فدر اعني كا اصغر من سه د اعني د وذلك ما اردناه اقول ويستعمل اقليدس في المقالة الثانية عشر ان المفصول من الاعظم اذا كان نصفه ومن الباقي نصفه بقي ما هو اصغر من الاصغر ولذلك ذكر النصف ايضا بعض النسخ بجعل كل مقدارين فصل من اعظمهما نصفه او اكثر من نصفه والحق ان هذا الحكم ثابت على اي نسبة كان المفصول من المفصول منه بعد ان تراعى تلك النسبة دائما ولنشذه بالنصف وغيره لجعله جزئيا فلتكن النسبة نسبة ع ق الى ف صه ولنجعل سه ه مثل د ونسبته الى ده كنسبة ع ق الى ف صه فسه ه اصغر من د ويكون نسبة سه ه الى ه ده كنسبة ع صه الى صه ف ولناخذ لده امثالا تزيد على اب وهي بره ولنجعل نسبة سه ه الى ه م ونسبة سه م الى م ك كنسبة ع صه الى صه ف وهكذا الى ان نصير عدة ه ده م ك كعدة ما في بره من امثال ده ونسبة ده الى ه سه كنسبة م ه الى ده سه وبالابدال نسبة ه ده الى م ه كنسبة ه سه الى ه سه وه سه اصغر من ده سه فده اصغر من م ه وكذلك يتبين ان م ه اصغر من له م فجميع ده ك اعظم من اب وسه ل اعظم كثيرا منه وكل واحد من سه ل ك م وسه م م ده وسه ده ه كنسبة ع ف الى ف صه ولنفصل بالترتيب على تلك النسبة من اب ب سه ومن اسه سه ط ومن اط طك حتى تصير اقسام اب كاقسام سه ل ويكون على تلك النسبة فنسبة اك الى اب كنسبة سه ه الى سه ل وبالابدال نسبة اك الى سه ه كنسبة اب الى سه ل واب اصغر من سه ل فاك اصغر من سه ه وهو اصغر من د فاك اصغر كثيرا من د

ه كل مقدارين ينقص من اعظمهما ما فيه من امثال الاصغر الى ان يبقى اصغر منه ثم من اصغر ما فيه من امثال الباقي وهكذا دائما ولم يعد منهما الى باقي المقدار الذي قبله فهما متباينان وليكن المقداران اب د ر فان لم يكونا متباينين فليقدرهما ط ونقص د ر اصغر من اب فيبقى اه اصغر من د ر ونقصه منه فيبقى د ر ونقص من اه فيبقى اح فلان المفصول الاول وهو ب اعظم من نصف اب والثاني وهو ح ه اعظم من نصف اه يكون

العمل موديا الى ان يفنى منه ما هو اقل من ط ولكن ذلك اح وط لعدد رح ر
منقدر ه ك وكان لعدد ات فعدد اه وهو لعدد د ز فعدد رز وكان
لعدد د ز فعدد رح ك وهو لعدد رح ه فعدد ح ه وكان لعدد ا ه
فعدد اح وهو اصغر منه هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه
ید نريد ان نجد اعظم مقدار يعد مقدارين مشتركين لمقداري ا ب د ر
فان كان د ر اصغر يعد ا ب فهو المراد والا فليبق ا ه
اصغر من د ر وهو يعد د ر ونعمل كما عملنا ولابد من
الانتهاء الى مقدار يعد المقدار الذي قبله لكونهما مشتركين فليكن
د ر يعد ا ه فهو اعظم مقدار يعدهما والا فليكن ح اعظم
منه وهو يعدهما فهو يعد د ر فيعد ب ت فيعد ا ه فيعد ر
ر ز فيعد د ر وهو اصغر منه هذا خلف فاذن د ر
اعظم مقدار يعدهما وذلك ما اردناه وبان من ذلك ان كل مقدار يعد
مقدارين فهو ايضا يعد اعظم مقدار يعدهما ید نريد ان نجد اعظم مقدار
يعد مقادير مشتركة فوق اثنين لمقادير ا ب ح فنأخذ
اعظم مقدار يعد ا ب وهو د فان كان يعد ح
فهو اعظم مقدار يعدها والا فليعد ها ه وهو اعظم
فهو يعد ا ب ويعد اعظم مقدار يعدهما اعني د و ر
اصغر هذا خلف وان لم يعد د ح فليكن ه يعدهما
وليعده ر ولا يعد ا ب فهو اعظم مقدار يعد الثلثة
والا فليكن ر اعظم وليعده ا ب لعدد ر وليعده
ر يعد ه وهو اصغر هذا خلف فاذن وجدناه وذلك ما اردناه
یه نسبة كل مقدار الى مقدار يشاركه كنسبة عدد الى عدد وليكن المقدار
ا ب وهو يعدهما ه وليقدر ا مرات عددها د و ت
مرات عددها ر فنسبة ه الى ا كنسبة الواحد الى ح
وبالخلاف نسبة ا الى ه كنسبة د الى الواحد ونسبة
ه الى ب كنسبة الواحد الى ر فبالمساواة نسبة ا
الى ب كنسبة د الى ر وهما عددان وذلك ما اردناه
اقول وهذه المساواة ليست بين مقادير
واعداد فان ذلك مما لم يبين انما هي بين معدودات واعداد
بعبارة اخرى كل واحد مما في ا من امثال ه جزء لت فا اجزاء ا لت
فنسبة ا الى ب نسبة الاجزاء الى ذي الاجزاء ونسبة عدد د ه

اذا كانت نسبة مقدارين كنسبة عددين فهما مشتركان وليكن المقداران
ا ب والعددان د ر ونسبة ا ب كنسبة د ر فليقسم ا
باحاد د فيحصل ه ولنأخذ له امثالا
بعدد ر وهو ر فنسبة ا الى ه كنسبة د الى الواحد
ونسبة ه الى ر كنسبة الواحد الى ر فبالمساواة
نسبة ا الى ر كنسبة د الى ر بل كنسبة ا الى ب
فب و ر واحد و ا ر مشتركان فا ب مشتركان
یو وذلك ما اردناه اقول وبعبارة اخرى
نسبة كل عددين هي نسبة اجزاء الى ذي اجزاء فنسبة ا ب كذلك والجزء من ا
المسمى لعدد د يعد ب فهما مشتركان ه كل خطين فان كانا مشتركين
كانت نسبة مربعيهما كنسبة عددين مربعين وان كانت نسبة مربعيهما كنسبة
عددين مربعين فهما مشتركان وان لم يكن نسبة مربعيهما كنسبة
عددين مربعين فهما متباينان وليكن الخطان ا ب فان
یز كانا مشتركين كانا على نسبة عددين وليكونا د ر ونسبة
مربعي ا ب كنسبة ا ب مثناة ونسبة مربعي د ر كنسبة د ر
اعني ا ب مثناة فاذن نسبة مربعي الخطين كنسبة عددي
د ر المربعين وليكن عددا ه ر ضلعي د ر فنسبة مربعي
الخطين كنسبة الخطين مثناة ونسبة د ر كنسبة عددي
ه ر مثناة فنسبة الخطين كنسبة عددي ه ر فهما مشتركان
وايضا ان لم يكن نسبة مربعي الخطين كنسبة عددين مربعين فهما متباينان
والا فليكونا مشتركين ويكون نسبة مربعيهما كنسبة عددين مربعين لكن
ليست نسبة مربعيهما كذلك هذا خلف فاذن هما متباينان وذلك ما اردناه
اقول وقد بان من هذا ان كل خطين مشتركين في
الطول والاشتراك ه كل اربعة مقادير متناسبة فان كان
الاول والثاني مشتركين كان الثالث والرابع كذلك وان كانا
یح متباينين كانا كذلك وليكن المقادير ا ب د ر
وذلك لان ا ب ان كانا مشتركين كانا على
نسبة عددين وكان د ر ايضا على نسبتهما
فكانا مشتركين وان كان ا ب متباينين فـ د ر كذلك
والا فليكونا مشتركين ويكونا على نسبة عددين فيكون
ا ب كذلك لكنهما متباينان هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

اقول فان كانت المقادير خطوطا وكان الاشتراك والتباين
لات في القوة كان لـ ح ز كذلك لان المربعات تكون ايضا متناسبة
ه نريد ان نجد خطين مباينين لخط مفروض احدهما في الطول فقط و
الاخر في الطول والقوة وليكن الخط المفروض آ فنأخذ   ما ط
عددين ليست نسبتهما نسبة مربعين وهما ب ج د و
نجعل نسبة مربع آ الى مربع ز كنسبتهما فز مباين آ
في الطول لان نسبة مربعيهما ليست كنسبة عددين مربعين
ويشاركه في القوة لان نسبة مربعيهما كنسبة عددين
ويستخرج بين آ ز وسطا في النسبة وهو ح فهو مباين آ في الطول والقوة
وذلك لان نسبة مربع آ الى مربع ح كنسبة آ الى ز التي هي نسبة آ
الى ح مثناة و آ مباين ز فمربعا آ ح متباينان فهما متباينان في القوة
وكل مباين في القوة مباين في الطول وذلك ما اردناه اقول
اما وجود عددين ليست نسبتهما نسبة مربعين فسهل لان نسبة العدد
المربع الى العدد غير المربع كذلك والا لكانت كنسبة عددين مربعين
واحدهما مربع فهما مربعان هذا خلف وايضا نسبة العدد المربع الى كل
عدد تفاضله بالواحد كذلك لان ذلك العدد لو كان مربعا لكان بينه و
بين المربع الذي تفاضله عدد متوسط وايضا نسبة عدد اول الى عدد
اول ليس احدهما بالواحد ليست كنسبة مربع الى مربع والا لوقع
بينهما وسط في النسبة فيعدهما اقل عددين على تلك النسبة فان اردنا
ان نزيد الخطوط المشاركة في القوة فقط على اثنين جعلنا مربعاتها على
نسب الاعداد الاوائل واما كيف نجعل نسبة مربع آ الى مربع ح
كنسبة عدد الى عدد فهو ان نقسم ضلع مربع آ بآحاد العدد الذي هو
نظير آ ونأخذ من ذلك الاقسام بعدد العدد الذي هو نظير ح ونرسم
سطحا قائم الزوايا يحيط به المقدار المأخوذ وضلع مربع آ ونعمل مربعا
مثله فضلعه هو ح ه المقادير المشاركة
لمقدار واحد متشاركة فليكن آ ب مشاركين   مح
لـ ج ولنسبة آ ج كنسبة عددي ز ه ونسبة
ب ج كنسبة عددي ز ح ونستخرج اقل
ثلثة اعداد على نسبتهما وهي ط ك ل
فالمساواة تكون نسبة آ ب كنسبة عددي
ط ك فهما مشتركان وذلك ما اردناه

ما ط   كل مقدارين فان كانا مشتركين كان مجموعهما بعد التركيب مشاركا لهما
وان كان المجموع مشاركا لهما كانا
بعد التفصيل مشاركين مثلا ا ب
ب ج مقداران وليكونا متشاركين يعدهما د فهو يعد المجموع وايضا ان
كان يعد المجموع واحدهما فهو يعد الاخر وذلك ما اردناه ه كل اربعة
خطوط متناسبة فان كان الاول يقوى على الثاني بزيادة مربع خط
يشاركه في الطول كان الثالث يقوى على الرابع كذلك وان كان
بزيادة مربع خط مباين في الطول كان الثالث يقوى على الرابع
كذلك فلتكن الخطوط ا ب ج د ومربع آ يساوي
مب   مربعي ب ه ومربع ج يساوي مربعي د ز فآ يقوى
على ب بمربع ه و ج على د بمربع ز ولانها متناسبة
فنسبة مربع آ اعني مربعي ه ب الى مربع ب كنسبة
مربع ج اعني مربعي د ز الى مربع د وبالتفصيل
نسبة مربع ه الى مربع ب كنسبة مربع ز الى مربع د فنسبة
ه الى ب كنسبة ز الى د وبالخلاف فنسبة ب ه كنسبة د ز فبالمساواة نسبة آ ه
كنسبة ج ز فان شارك آ ه شارك ج ز وان باينه باينه اقول
ولو خالف ولكن الخطوط ا ب ج د ه ز فنسبة مربع ا ب
الى مربع ب د كنسبة مربع ج ه الى مربع ه ز
وبالقلب نسبة مربع آ ب على مربع ب د كنسبة مربع ج ه
الى فضل مربع ج ه على مربع ه ز ونسبة آ ب الى ضلع الفضل
على مربع ب د كنسبة ج ه الى ضلع فضل مربعه على مربع ه ز
فان تشاركا الاولان تشارك الاخران وان تباينا تباينا
ه كل خطين اضيف الى اطولهما سطح مربع ربع مربع الاقصر ينقص عن تمامه مربعا
فالسطح ان قسم الاطول بقسمين مشتركين قوي الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط
يشاركه وان قوي الاطول بذلك فالسطح قسمه بقسمين مشتركين فليكن الاطول
ب ج والاقصر آ واذا اضفنا ربع مربع آ اعني
مح   مربع نصفه الى ب ج على الوجه المذكور
القسم على ز ولم يتصنف عليه لان مربع نصف آ اصغر من مربع
نصف ب ج فليكن ب ز اطول ونفصل ز ه كد ج فسطح ب ز
اعني ربع مربع آ اربع مرات يساوي مربع آ ومع مربع ب ه
يساوي مربع ب ج فـ ب ج يقوى على آ بزيادة مربع ب ه فنقول

فان شارك ب ز ز د شارك ب د ب ز وذلك لانه بالتركيب
ب د يشارك د ز المشارك لـ د ه فـ ب د يشارك د ه فيشارك ب ه
وايضا ان شارك ب د ب ه شارك ب ز ز د لان ب د شارك
ه د المشارك لـ د ز فيشارك ز د فـ ب ز يشارك ز د وذلك ما اردناه
يد ه كل خطين اضيف الى اطولهما سطح كربع مربع الاقصر ينقص
عن تمامه مربعا فالسطح ان قسم الاطول بمتباينين قوي الاطول على
الاقصر بزيادة مربع خط مباين له وان قوي الاطول بذلك فالسطح
قسمه بمتباينين وليعد الشكل ويبين كما مر ان ب د يقوى على آ بزيادة
مربع ب ه ونقول فان باين ب ز ز د باين ب د ب ه لانه ان
شاركه شارك ب ز ز د هذا خلف وايضا ان باين ب د ب ه
باين ب ز ز د لانه ان شاركه شارك ب د ب ه هذا خلف والحكم ثابت
وذلك ما اردناه والشكل كالمتقدم ه كل قائم الزوايا يحيط
يه به خطان منطقان فهو منطق فليكن السطح ب د والخطان ا ب ا د
ونرسم على ا ب المنطق مربع ب ز فهو
منطق والسطح يشاركه لان ا د يشارك ا ب
اعني ا ب فهو ايضا منطق وذلك ما اردناه
اذا اضيف الى خط منطق سطح منطق فالعرض اي د ب ايضا منطق
فليكن الخط ا ب والسطح المضاف ب د والعرض اي د ب ا د ونرسم
على ا ب مربع ب ز فهو يشارك سطح ب د لكونهما منطقين فذا اعني ا ب
يو يشارك ا د فهو منطق وذلك ما اردناه والشكل كالمتقدم ه كل
سطح قائم الزوايا يحيط به خطان منطقان في القوة فقط فهو اصم ويسمى
الموسط والخط القوي عليه ايضا اصم ويسمى الخط الموسط فليكن السطح
ب د والخطان ا ب ا د وهما متباينان في الطول ونرسم على ا ب مربع
ب ز فهو منطق ويباين السطح لتباين الخطين فالسطح اصم وكذلك
الخط القوي عليه وذلك ما اردناه اقول والخطوط الموسطة
قد يكون مشتركة في الطول وليكن ا ب منطقا في الطول فالخط القوي
على سطح يحيط به ا د وربع ا ب مثلا يكون موسطا مشاركا للقوي على سطح
ب د لكون مربعيهما على نسبة الواحد والاربعة وهما مربعان وقد يكون
مشتركة في القوة فقط فان الخط القوي على سطح يحيط به ا د ونصف ا ب
يكون موسطا مشاركا للقوي على سطح ب د بالقوة فقط لكون مربعيهما على
عددين غير مربعين وقد يكون متباينة في الطول والقوة فان الخط القوي

على السطح الذي يحيط به ا ب وخط منطق في القوة ومباين لـ ا د في الطول
موسط مباين للقوي على ب د في الطول والقوة لتباين مربعيهما ه
اذا اضيف الى خط منطق سطح يساوي مربع خط موسط فالعرض الحادث
منطق بالقوة فقط فليكن الخط الموسط ا والمنطق ب د والسطح المضاف
يح المساوي لمربع ا د ز وليكن هو حال
احاطة المنطقين المتباينين في الطول بـ
ه ح فلتساوي زاويتي ب ز في سطحي
د ز ه ح المتساويين يكون نسبة د ب
الى ه ز كنسبة ز ح الى ب ز على التكافؤ
ود ب يشارك ه ز في القوة فـ ز ح يشارك ب ز في القوة و ز ح منطق في
القوة فـ ب ز منطق في القوة ولتباين سطح د ز ومربع ب ز يكون د ب
ب ز متباينان في الطول فاذن ب ز منطق في القوة فقط وذلك ما ارد
يط ناه ه الخط المشارك للموسط
موسط مثلا ا موسط و ب يشاركه
فيضاف الى د ز المنطق مربعاهما
وهما سطحا د ه ز فهما مشتركان
فـ د ه يشارك د ز وه منطق
بالقوة مباين لـ د ز في الطول كذلك فـ ب موسط فالقوي عليه
موسط وذلك ما اردناه اقول وان كان ب يشارك ا في القوة
فقط كان ايضا موسطا بهذا البيان بعينه ه ضرب الموسط في الموسط
اصم وليكن احد الموسطين ا ب والثاني ب ج او العضو ب وليكن د ز منطقا
ولنضيف الاول اليه فيحدث عرض د ه والثاني فيحدث عرض د ز
فهما منطقان بالقوة ومباينان
ك لـ د ز في الطول ويكون العضو سطح
ح ه فنقول انه اصم والا فليكن
منطقا فيكون عرض ز ه منطقا
ومربعه ومربع د ز منطقان
وسطح د ز في ز ه يباينهما لتباين د ز ز ه في الطول فمربعا د ز ز ه يباينان
ضعف سطح د ز في ز ه فالكل اعني مربع د ه يباين مربعي د ز ز ه المنطقين
فهو اصم وكان منطقا هذا خلف فاذن سطح ح ه اصم وذلك ما اردناه
اقول ولو جب ... الموسطان اما مشتركان او متباينان فان كانا

مشتركين كان الفضل مشاركا لهما ايضا فهو موسط ويكون اصم وايضا اذا
كانا مشتركين كان ه د د ز مشتركين وسطح ه د في د ز بل ضعفه يشارك
مربعيهما المنطقين اعني ضعف سطح ه د في د ز مع مربع ز ه فمربعا ه د
د ز المنطقين يشاركان مربع ز ه فمربع ز ه منطق بالقوة ومباين لح ز لكونه
مشاركا لح ز المباين له فسطح ح ه موسط وهو اصم وان كانا متباينين
كان ه د د ز متباينين وضعف سطح ه د في د ز يباين مربعيهما المنطقين
فمربعاهما المنطقان يباينان مربع ز ه فهو اصم و ز ه ليس بمنطق في الطول كا
ولا في القوة فسطح ح ه اصم غير موسط ولا منطق ه نريد ان نجد خطين
موسطين مشتركين في القوة فقط يحيطان بمنطق فنضع
خطي ا ب منطقين بالقوة فقط ونجعل ح وسطا بينهما
في النسبة و ز د ايضا فح في ب اعني ح في نفسه موسط
فح موسط ونسبة ا ب كنسبة ح ز و ا يشارك ب
في القوة فقط فح يشارك ز في القوة فقط فز ايضا موسط و ح في ز اعني
مربع ب منطق فاذن ح ز موسطان كما اردناه ه نريد ان نجد خطين
موسطين مشتركين في القوة فقط يحيطان بموسط فنضع ا ب د ثلثة خطوط
منطقة في القوة فقط ونجعل ز بين ا ب وسطا في النسبة ونسبة ا د كنسبة
ز ه فبالابدال نسبة ا ز اعني نسبة كب
ز ب كنسبة د ه و ا في ب كمربع ز فز موسط
و ا يشارك د في القوة فقط فز يشارك ه في
القوة فقط فهو ايضا موسط يشارك ز في
القوة فقط و ز في ه كب في د الموسط
فاذن ز ه موسطان كما اردنا
كل سطح يحيط به موسطان مشتركان
في القوة فقط فهو اما منطق واما موسط فليكن الموسطان ا ب ا د والسطح
ب د ونرسم على الضلعين مربعي ب ز
د ه ولكن ز ح منطقا ونضيف اليه
سطوح ب ز ب د د ه على الترتيب كج
وهي ح ط ط ك م ر فيحدث
عرض ز ط ط ك ك م وكل واحد
من ز ط ك م منطق بالقوة فقط ومتشاركان في الطول لتشارك ا ب ا د
في القوة ولان نسبة مربع ب ز الى سطح ب د اعني نسبة ب ا الى ا د
اعني ب ا الى ا د كنسبة سطح ب د الى مربع د ه فسطوح ح ط ط ك ك

م كه بل خطوط ز ط ط ك ل كه متناسبة و ز ط في ل كه تساوي
مربع ط ك و ز ط في ل كه يشارك مربع ز ط المنطق فط ك منطق بالقوة
فان كان ط ك مشاركا لز ح في الطول كان سطح ك ل يعني سطح ب د
منطقا وان كان مباينا له كان موسطا وذلك ما اردناه ه
نريد ان نجد خطين منطقين في القوة مشتركين فيها فقط يقوى الاطول
على الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه في الطول فنضع عددين مربعين ليس
الفضل بينهما مربعا وهما ا ب ب د ونرسم خطا منطقا وهو ز ه ونعمل عليه كد
نصف دائرة ز ح ه ونجعل نسبة مربع ز ه الى
مربع ز ح كنسبة عدد ا ب الى عدد ا د فز ه
ز ح هما الخطان المطلوبان ونصل ح ه و ز ا
ونصل ه ح فلان نسبة مربعي ز ه ز ح كنسبة
عددين وليست كنسبة مربعين يكونان مشتركين في القوة فقط و ز ه منطق
في القوة فز ح كذلك فلان ز ه يقوى على ز ح بزيادة مربع ح ه وبالقلب
نسبة مربع ز ه اليه كنسبة عددي ا ب ب د المربعين فهو يشارك ز ه
اذ مربعاهما على نسبة عددين مربعين فالخطان كما اردنا
ومن طرق تحصيل عددين مربعين ليس الفضل بينهما مربعا ان نوجد فردا
اول وليكن ا ب ونفصل منه واحدا وهو
ا د ونصف الباقي على ز فمربعا ا ز د ز هما المطلوبان وذلك لان
الفضل بينهما يكون بمربع ا د وضرب ا د في د ز مرتين ولكن مربع
ا د هو ا د وضرب ا د في د ز مرتين هو د ب والفضل بين المربعين
يكون ذلك الفرد الاول وهو ليس بمربع فان اردنا ان يكون مع الخطين
ا ه منطق بالقوة فقط جعلنا نسبة مربع ز ه الى مربع خط ا ه كنسبة عدد كه
ا ب الى عدد اول غير ا د كما مر ه نريد ان نجد خطين منطقين
في القوة مشتركين فيها فقط يقوى الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط
مباين في الطول فنضع عددين مربعين لا يكون مجموعهما مربعا وهما ا ب
ب د ونرسم خط ز ه المنطق ونعمل كما عملنا في الشكل المتقدم الى ان
يحصل خط ز ح فيكون خطا ز ه ز ح هما المطلوبان وذلك لان نسبة
مربعيهما كنسبة عددي ا ب ا د وليست كذلك كنسبة مربعين فهما مشتركان
في القوة فقط و ز ه منطق فز ح منطق في القوة ولان نسبة عددي
ا ب ب د ليست كنسبة مربعين ومربعا ز ه ه ح على تلك النسبة فز ه
يقوى على ز ح بزيادة مربع خط مباين في الطول وذلك ما اردناه

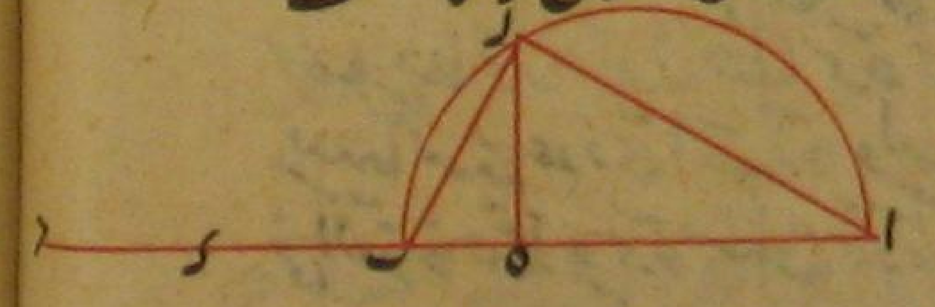
والشكل كالمتقدم اقول ومن طرق تحصيل عددين مربعين ليس مجموعهما
مربعا ان نزيد الواحد على كل مربع فرد فهما مربعان ليس مجموعهما
مربعا واذا اضربنا المجموع في اى مربع اتفق كان الحاصل ايضا كذلك لان
الحاصل من ضرب مربعين في مربع فيكون متألفا من مربعين ويكون من ضرب
غير مربع في مربع فلا يكون مربعا ه نريد ان نجد موسطين مشتركين
في القوة فقط يحيطان بسطح منطق ويقوى الاطول على الاقصر بزيادة
كو كح مربع خط يشاركه في الطول فنضع خطين منطقين في القوة فقط وهما ا ب
ونجعل ا قويا على ب بزيادة مربع
خط يشاركه ونستخرج بينهما وسطا هو د



و ... هو ر فيكونان موسطين مشتركين
في القوة فقط ويحيطان بمنطق كما مر ويقوى د على ر كما ذكرنا لانهما
على نسبة ا ب وذلك ما اردناه ه نريد ان نجد موسطين كما ذكرنا
الا ان الاطول يقوى على الاقصر بزيادة مربع خط يباينه في الطول
فنضع خطين منطقين في القوة وهما ا ب ونجعل ا قويا على ب بزيادة
كز مربع خط يباينه وباقي البيان كما مر فيكون الموسطان كما اردناه والشكل كا
المتقدم ه نريد ان نجد موسطين مشتركين في القوة فقط ويحيطان
بموسط ويقوى الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه في الطول
فنضع ثلثة خطوط منطقة بالقوة فقط هي ا ب ج ونجعل ا قويا على ج بزيادة
مربع خط يشاركه ونستخرج د وسطا بين ا ب ونسبة ا الى ه
كط كد كنسبة ا الى د فيكون د ه موسطين كما اردنا والبيان كما



م ه نريد ان نجد موسطين كما اردنا الا ان الاطول
يقوى على الاقصر بزيادة مربع خط يباينه والعمل كما مر الا انا نجعل ا قويا
على ج بزيادة مربع خط يباينه والشكل والبيان كما تقدم ه
نريد ان نجد خطين متباينين في القوة يكون مجموع مربعيهما منطقا وضعف
سطح احدهما في الاخر موسطا فنضع خطين منطقين في القوة يقوى
ل كه احدهما على الاخر بزيادة مربع خط يباينه في الطول وهما ا ب
ب د والاطول ا ب ونرسم
على ا ب نصف دائرة ا ر ب
ونضيف ربع مربع ب د الى
ا ب ناقصا بمربع تمامه مربعا



فينقسم على ه و ا ه الاطول ونخرج من ه عمود ه ر ونصل ا ر ب ر

فهما الخطان المطلوبان ولان نسبة ا ر الى ر ب كنسبة ا ه الى ه د ونسبة
ه د الى ب ه فنسبة مربعي ا ر ر ب كنسبة خطي ا ه ه ب المتباينين فا ر
ر ب متباينان في القوة ولان مربعيهما يساويان مربع ا ب المنطق مجموع
مربعيهما منطق ولان سطح ا ه في ه ب يساوي مربع ه ر وكان يساوي
مربع ب د اعني ربع مربع ب د فه ر يساوي ب د ونسبة ا ب الى
ا ر كنسبة ب ر الى ر ه اعني ب د فسطح ا ر في ر ب يساوي سطح ا ب في
لا كو ب د فضعف سطح ا ر في ر ب يساوي سطح ا ب في ب د الموسط وذلك
ما اردناه ه نريد ان نجد خطين متباينين في القوة
يكون مجموع مربعيهما موسطا وضعف سطح احدهما في الاخر منطقا فنضع موسطين
مشتركين في القوة فقط يحيطان بمنطق ويقوى احدهما على الاخر بزيادة
مربع خط يباينه في الطول وهما ا ب ب د ونعمل بهما ما عملنا في الشكل المتقدم
الى ان نحصل ا ر ر ب وهما الخطان المطلوبان اما تباينهما في القوة فلكون
مربعيهما على نسبة ا ه ه ب المتباينين واما كون مجموع مربعيهما موسطا فلان
لب كز مربعيهما كمربع ا ب الموسط واما كون ضعف سطح احدهما في الاخر منطقا فلانه
يساوي سطح ا ب في ب د المنطق وذلك ما اردناه والشكل كالمتقدم ه
نريد ان نجد خطين متباينين في القوة يكون مجموع مربعيهما موسطا وضعف سطح
احدهما في الاخر موسطا مباينا للاول فنضع موسطين مشتركين في القوة فقط
يحيطان بموسط ويقوى احدهما على الاخر بزيادة مربع خط يباينه في الطول و
هما ا ب ب د ونعمل بهما ما عملنا الى ان نحصل ا ر ر ب وهما الخطان المطلوبان
اما تباينهما في القوة وكون مجموع مربعيهما موسطا فكما مر واما كون ضعف
سطح احدهما في الاخر موسطا فلانه يساوي سطح ا ب في ب د الموسط
واما مباينته للموسط الاول فلتباين ا ب ب د في الطول فان ذلك
يقتضي التباين بين مربع ا ب وسطح ا ب في ب د وذلك ما اردناه والشكل
كما مر ه الخط المركب من خطين متباينين في الطول منطقين في
لج كح القوة فقط اصم ويسمى ذا الاسمين مثلا كا ا د
المركب من ا ب ب د فلتباينهما في الطول يكون سطح احدهما
في الاخر بل ضعفه متباينا لمربعيهما المنطقين فيكون مربع الخط مباينا
لمربعيهما فهو اذن اصم ه الخط المركب من خطين موسطين
مشتركين بالقوة فقط يحيطان بمنطق اصم ويسمى ذا الموسطين الاول
لد كط مثلا كا ا د المركب من ا ب ب د
فلتباينهما في الطول يكون سطح احدهما في الاخر بل ضعفه المنطق :

مباينا لمربعيها الموسطين ويكون مربع الخط مباينا للضعف فهو اذن اصم
اصـ ٩٦ د ٨ هـ الخط المركب من خطين موسطين مشتركين بالقوة
فقط يحيطان بموسط اصم ويسمى ذى الموسط الثاني مثلا كا
له لكـ المركب من اب بد و
لكن زه منطقا ونصيف
اليه مربعي اب بد
وهو زر وضعف سطح احدهما
في الاخر وهو رط وهما متباينان لتباين الخطين فخطا زح
حط منطقان بالقوة متباينان في الطول فزط ذو الاسمين
لو لا ورزه منطق فسطح هط اصم فاد القوي عليه اصم ٨٩٦ هـ الخط
المركب من خطين متباينين في القوة يكون مجموع مربعيهما منطقا
وضعف سطح احدهما في الاخر موسطا ن اصم ويسمى الاعظم مثلا
لز لا كاد المركب من اب بد والبيان والشكل كما لذي الاسمين هـ
الخط المركب من خطين متباينين في القوة يكون مجموع مربعيهما
موسطا وضعف سطح احدهما في الاخر منطقا اصم ويسمى القوي على
المنطق وموسط مثلا كاد المركب من اب بد والبيان والشكل كما
لح لح لذي الموسطين الاول هـ الخط المركب من خطين متباينين
في القوة يكون مجموع مربعيهما موسطا وضعف سطح احدهما في الاخر
موسطا مباينا للاول اصم ويسمى القوي على موسطين مثلا كاد المركب
من اب بد والبيان والشكل كما لذي الموسطين الثاني وذلك
لط لد ما اردناه هـ لا ينقسم ذو الاسمين باسميه الا على نقطة واحد
ان انقسم على نقطة اخرى ولا يكون القسمان مساويين لقسميه
الاولين فلا يكون بذلك الاعتبار ذا
اسمين فان امكن فلينقسم على ز كذلك ويكون الفصل بين مربعي اب
بد ومربعي از زد اعني الفصل بين منطقين هو الفصل بين ضعف سطح اب
في بد وبين ضعف از في زد اعني الفصل بين موسطين فيكون منطقا و
اصم معا هذا خلف فاذن لا ينقسم اول لكن لبيان
ان مجموع مربعي اب بد لا يساوي مجموع مربعي از زد ولا ضعف
سطح الاولين ضعف سطح الاخرين
ده مربع الخط ونصل ار القطر ونخرج
بح كـ زك الموازين لاده ونتم الشكل

فبح م كه مجموع مربعي اب بد وبرطسه ع مجموع مربعي از زد
ويلقي مربعات بح سه ع ف كه المشترك بين مربعي اب بد
متممات م ل كه ومن مربعي از زد متمما كـ ك ط فان كان متمم ل كه
مساويا لمتمم ك ط لساوى المجموعان وحينئذ يكون خطا اب مساويا لخطا
زد فيكون قسمة اد على ب وعلى ز قسمة واحدة متساوى او
طولاهما واصغراهما وان اختلف المتممان يكون فضل احد المجموعين على
الاخر وفضل احد الضلعين على الاخر بذلك القدر وهذا هو الذي
بنا احالته هـ لا ينقسم ذو الموسطين الاول بموسطيه الا على
م له نقطة واحدة والا فلينقسم على ز ويكون الفصل
بين مجموع مربعي اب بد ومجموع مربعي از زد اعني فضل موسط على
موسط هو الفضل بين ضعف سطح اب في بد وضعف سطح از في زد اعني
فضل منطق على منطق هذا خلف فاذن لا ينقسم هـ لا ينقسم ذو
الموسطين الثاني بموسطيه الا على نقطة واحدة والا فلينقسم على ز
ولكن ه ز منطقا ونضيف اليه مجموع مربعي
ما لو اب بد وهو زح وضعف سطح احدهما
في الاخر وهو كـ ط فيكون د ك المنقسم على
ح ذا اسمين ونضيف اليه ايضا مجموع مربعي
از زد وهو رك ويبقى م ك ضعف سطح احدهما في الاخر فيكون ه ك
المنقسم على ك ذا اسمين فاذن ه ك انقسم على نقطتي ح ك باسميه
مت لد هذا خلف فاد لا ينقسم على غير ت بموسطيه هـ لا ينقسم الاعظم بقسميه
الا على نقطة واحدة والا فلينقسم على ز ونبين الخلف كما في ذي الاسمين
مح كـ والشكل كشكله هـ لا ينقسم القوي على منطق وموسط بقسميه الا على
نقطة واحدة والا فلينقسم على ز ونبين الخلف كما في ذي الموسطين الاول
مد لط والشكل كشكله هـ لا ينقسم القوي على موسطين بقسميه الا على نقطة واحده
والا فلينقسم على ز ونبين الخلف كما في الموسطين الثاني والشكل كشكله
وذلك ما اردناه صدها اذا قوي اطول قسمي ذي اسمين على
الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه في الطول وكان الاطول مشاركا
للمنطق المفروض اولا اعني يكون منطقا في الطول وهو ذو الاسمين الاول
وان كان الاقصر كذلك فهو الثاني وان لم يكونا منطقين الا في القوة فهو
الثالث وان قوي الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط يباينه في الطول و
كان الاطول منطقا في الطول فهو ذو الاسمين الرابع وان كان الاقصر

كذلك فهو الخامس وان لم يكونا منطقين الا في القوة فهو السادس ه
نريد ان نجد ذا الاسمين الاول وليكن المنطق المفروض اولا آ و ب د
خطا ما نشاركه في الطول و ىزه ىز عددين مربعين وليس فضل زه
مه م مربعا ونجعل نسبة مربع ب د الى
مربع د ح كنسبة ىز ه الى زه
فب ح ذا الاسمين الاول لان
ب د الطول فسمية منطق في الطول
و د ح المشاركة له في القوة فقط منطق في القوة ومباين له في الطول و
لكن فضل مربع ب د على مربع د ح هو مربع ط فنقلب النسبة نسبة مربع
مو ما ب د الى مربع ط كنسبة ىز ه الى ىز المربعين فط نشاركه ب د في الطول
و ب د نقوى على د ح بزيادة مربعه ه نريد ان نجد ذا
الاسمين الثاني وليكن المنطق المفروض آ و د ح خطا نشاركه و
العددان كما ذكرنا ونجعل نسبة مربع د ح الى ح ب كنسبة زه الى ىز ه فب ح
ذو الاسمين الثاني لان د ح اقصر قسميه منطق في الطول و ب د
منطق في القوة فقط وهو نقوى على د ح بزيادة مربع ط المشارك
له كما مر والشكل كالمتقدم ه نريد ان نجد ذي الاسمين الثالث
ولكن المنطق المفروض آ والعددان المربعان د ح ر ط وليس
مر مب فضل ح ط مربعا و ه عددا لغير مربع وليست نسبته الى ح ط
كنسبة مربعين ونجعل نسبة
مربع آ الى مربع ب ز كنسبة
ه الى ر ط و نسبة مربع ىز الى مربع ىز د كنسبة ر ط الى ح ط فب ح
ذو الاسمين الثالث لان قسميه منطقان بالقوة متباينان لا في الطول
و ب ز نقوى على ىز د بزيادة مربع ك المشارك له لان مربعيهما على
مح مح نسبة مربعي ر ط د ح ه نريد ان نجد ذا الاسمين الرابع فنعمل كما في
ذي الاسمين الاول الا ان نجعل عددي ىز د ه مربعين وليس مجموعهما
وهو ىز ه مربعا فيكون ب د نقوى على د ح بمربع ط المباين له لان
مط مد مربعيهما على نسبة ىز ه ىز د والشكل شكله ه نريد ان
نجد ذا الاسمين الخامس فنعمل كما في الاسمين الثاني الا
انا نجعل عددي ىز د ه كما في ذي الاسمين الرابع والشكل كما
ه مط كان ه نريد ان نجد ذي الاسمين السادس فنعمل

كما في ذي الاسمين الثالث الا انا نجعل العددين كما في الرابع والشكل
كشكل الثالث وذلك ما اردناه ه اذا احاط منطق وذو اسمين
اول بسطح فالخط القوي عليه ذو اسمين فليكن السطح ب د والخط المنطق
ا ب وذو الاسمين الاول ا د ولنقسم باسميه على ز و ىز د اقصر قسميه
ونصفه على ه ونصف مربع ىز ه اعني ربع مربع ىز د الى ا ز ناقصا عن
نا مو تمامه مربعا فنقسم على ر فنكون ا ر ر ز مشتركين ونخرج ز ح ر ط
ه ك موازنة لا ب ونعمل مربع
سه كا ح ومربع ه م على
قطره لي ر ونتمم مربع ع ف
فلان نسبة مربع سه ه الى سطح ه ع
اعني نسبة سه ف الى ف ع كنسبة سطح ه ع الى سطح ه م اعني نسبة
ف ه الى ه صه بل سه ف الى ف ع يكون سطح ه ع وسطا في النسبة بين
مربعي سه ه ه م اعني بين سطحي ا ح ح ر وكان سطح ط ه وسطا بينهما لان
نسبة ا ر الى ر ه كنسبة ىز ه ر ىز فسطحي ه ع ط ه متساويان فسطح ب د يساوي
مربع ع ف فنقول وضلعه ذو اسمين لان ا ر د ىز المشاركين لا ب المنطق
منطقان فسطحا ا ح ح ر اعني مربع سه ه ه م منطقان فسه ف ف ع
منطقان بالقوة ولان كل واحد من ا ح ح ر المنطقين يباين
كل واحد من ط ه ه ك الموسطين فسه ه ه ع متباينان فسه ف ف ع
متباينان في الطول فاذن الخط القوي على ب د اعني سه ع
نب مر ذو اسمين ه اذا احاط منطق وذو اسمين ثان بسطح فالخط القوي
عليه ذو موسطين اول وليكن السطح ب د والخط المنطق ا ب
وذو الاسمين الثاني ا د ونعمل كما عملنا فيما تقدم بعينه الا انه
ههنا يكون سطحا ا ح ح ر موسطين مشتركين ومشاركين لموسط ا ط
وسطحا ر ك ك د المنطقين فيكون سه ه ه م موسطين مشتركين
ومتمما ه ع ه ف منطقين فيكون سه ف ف ع موسطين مشتركين
بالقوة فقط يحيطان بمنطق هو ه ع فسه ع ذو الموسطين الاول
نح مح والشكل كما تقدم ه اذا احاط منطق وذو اسمين ثالث
بسطح فالقوي عليه ذو موسطين ثان وليكن السطح والخطان
والشكل ما اوردناه ونعمل كما م الا ان ههنا سطحي ا ح
ح ر يكونان موسطين مشتركين وسطحي ر ك ك د موسطين
وجميع ا ط مباينا لجميع ط د فيكون مربعا سه ه ه م

موسطين مشتركين بالقوة فقط يحيطان بموسط هو ه ع فسه ع ذو
ند مط الموسطين الثاني ه اذا احاط منطق وذو اسمين رابع
بسطح فالقوي عليه اعظم والمثال والشكل كما مر ويكون ههنا
ا ز ر متباينين وسطح اط اعني مجموع مربعي سه ه م منطقا و
سطح ط د اعني مجموع متممي ه ع ه ف موسطا فيكون سه ف ف ع
متباينين بالقوة مجموع مربعيهما منطق وضعف سطح احدهما في الآخر
نه د موسط فسه ع هو الاعظم ه اذا احاط منطق وذو اسمين خامس
بسطح فالقوي عليه قوي على منطق وموسط والمثال والعمل والشكل
كما مر ويكون ا ز ر متباينين وسطح اط اعني مجموع مربعي سه ه
ه م موسط وسطح ط د اعني متممي ه ع ه ف منطقا فيكون سه ف
ف ع متباينين بالقوة مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما في
نو نا الآخر منطق فسه ع هو القوي على منطق وموسط ه اذا
احاط منطق وذو اسمين سادس بسطح فالقوي عليه قوي على
موسطين والمثال والعمل والشكل كما مر ويكون ا ز ر متباينين وسطح
اط اعني مجموع مربعي سه ه م موسطا وسطح ط د اعني متممي ه ع
ه ف موسطا مباينا للاول فيكون سه ف ف ع متباينين بالقوة
مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما في الآخر موسط مباين للاول
نز نب فسه ع على موسطين وذلك ما اردناه ه اذا اضيف
مربع ذي الاسمين آ الى خط منطق فالعرض الحادث ذو اسمين اول
وليكن ذو الاسمين ا ب منقسما على ج د والخط المنطق ر ه
ولنضف مربع ا ب اليه
وهو سطح ه ز فحدث عرض ر ز
فنقول انه ذو الاسمين
الاول ولكن مربع ا ج
كسطح ه ح ومربع ج ب كسطح ط ك ويبقى ل ز كضعف سطح ا ج في ج ب
فنصف ك ز على م ونخرج م ه موازيا لـ ر ه فلان مربعي ا ج
ج ب منطقان يكون ه ك منطقا و ر ك منطقا في الطول ذ ر ح
مشاركا لـ ح ك ولان سطح ا ج في ج ب موسط فل ز موسط و ك ز
منطق في القوة مباين لـ ر ه في الطول ولان مربعي ا ج ج ب اعظم
من ضعف سطح ا ج في ج ب فر ك اطول من ك ز ولان سطح ا ج
في ج ب وسط في النسبة بين مربعي ا ج ج ب يكون سطح ك ه

من سطحي ر ك ط ك كذلك فيكون ك م وسطا في النسبة بين ر ح ح ك
ونسبة ر ح الى ك م كنسبته الى ح ك فاذا اضيف مربع ك م الى اعني
ربع مربع ك ز الى ر ك ناقصا عن تمامه مربعا قسم ر ك على ح
بمشتركين فاذن ر ك يقوى على ك ز بزيادة مربع من خط مشارك له في
الطول وثبت الحكم وذلك ما اردناه اقول انما يكون مربعا ا ج ج ب
اعظم من ضعف سطح ا ج في ج ب لان نسبة مربع ا ج اطول القسمين الى
سطح ا ج في ج ب كنسبة سطح ا ج في ج ب الى مربع ج ب واذا كانت اربعة
مقادير متناسبة اولها اعظمها واخرها اصغرها كان الاول والاخير
معا اعظم من الباقيين ولنوضحه لغرض خاص بهذا الموضع ليكن ا ج
مربع ا ج و ج ه مربع ج ب ونفصل
د ز كمثل ج ب ونخرج ز ح
موازيا لـ ج ز ونتمم سطح ز ه فضعف
سطح ا ج في ج ب هو كسطح ج ح المشترك بينه وبين المربعين سطحا ج ح ج ه
فيبقى من المربعين ا ح ا كمن الضعف ز ه و ا ح ضعف من ز ه لان ز ط
مح نح يساوي ا ز و ز ح اعني ا ج اعظم من ط ه اعني ج ب ه اذا
اضيف مربع ذي الموسطين الاول الى خط منطق فالعرض الحادث
ذو اسمين ثان والمثال والشكل والعمل كما مر ويكون ه ك ههنا
موسطا لان مربعي ا ج ج ب اعني ه ح ط ك موسطان مشتركان
و ل ز منطقا لان ا ج في ج ب منطق فيكون ر ك ك ز منطقين
في القوة فقط و ك ز منطق في الطول و ر ك يقوى على ك ز بزيادة
مربع مشارك له لان ر ح ح ك مشتركان فاذن ر ز ذو اسمين ثان
نط نك ه اذا اضيف مربع ذي الموسطين الثاني الى خط منطق
فالعرض الحادث ذو اسمين ثالث والمثال والعمل والشكل كما مر ويكون
ه ك ههنا موسطا لان مربعي ا ج ج ب موسطان مشتركان و ل ز
موسطا مباينا له لتباين ا ج ج ب في الطول فيكون ر ك ك ز منطقين
في القوة متباينين ومتباينين لـ ر ه في الطول و ر ك يقوى على ك ز
س نه بمربع خط مشارك له لاشتراك ر ح ح ك فاذن ر ز ذو اسمين ثالث
ه اذا اضيف مربع الاعظم الى خط منطق فالعرض الحادث
ذو اسمين رابع والمثال والعمل والشكل كما مر ويكون ر ح ح ك
متباينين لتباين ا ج ج ب في القوة و ه ك منطقا لكون مجموع مربعي
ا ج ج ب منطقا و ل ز موسط فر ك ك ز منطقان في القوة د

رك منها منطق في الطول وهو يقوى على كح بمربع خط تباينه
سا لو لتباين بح ح كح فاذن بز ذو اسمين رابع ه اذا اضيف
مربع القوي على منطق وموسط الى خط منطق فالعرض الحادث
ذو اسمين خامس والمثال والعمل والشكل كما مر ويكون بح حك متباينين
وه كه موسطا لكون مجموع مربعي اد دب موسطا وكه منطقا وبح
كد منطقان بالقوة وكد منهما منطق في الطول وبح يقوى
عليه بمربع خط تباينه لتباين بح حك فاذن بز ذو اسمين خامس
سب لز ه اذا اضيف مربع القوي على موسطين الى خط منطق فالعرض
الحادث ذو اسمين سادس والمثال والشكل والعمل كما مر ويكون بح
حك متباينين وه كه موسط وكه موسط متباينان فبح كد
منطقان في القوة متباينان ومباينان لده وبح يقوى على كد
سج لح بمربع خط تباينه فبز ذو اسمين سادس لانه في مرتبة بعينها فليكن اب
ذا الاسمين منقسما على ج بالاسمين
ود ه مشاركا له في الطول وليقسم
بنسبة اب الى ده كنسبة اج الى جب وبين دب ده على نسبتهما كل واحد
من اج جب مشاركا لنظيره من دز زه واج جب متباينان في
الطول ودز زه كذلك واج ان قوى على جب بمربع خط مشاركه او
مباينه فدز على زه كذلك فاذن ده اي ذو اسمين كان من الستة في الثلثة
الاول كان ده في الاخرى ذلك بعينه ه الخط المشارك في الطول لذي الموسطين و
موسطين في مرتبته بعينها فليكن اب ذو الموسطين اما الاول او الثاني
منقسما على ج بعينه ود ه مشاركا له ولنجعل نسبة اب الى ده كنسبة اج الى
دز وجب الى زه وكل واحد من اج جب مشاركا لنظيره من دز زه
موسط مثله واج جب متباينان في الطول فدز زه كذلك ونسبة مربع
اج الى سطح اج في جب اعني نسبة اج الى جب كنسبة مربع دز الى سطح
دز في زه اعني نسبة دز الى زه وبالابدال نسبة مربع اج الى مربع
دز كنسبة سطح اج جب الى سطح دز في زه والمربعان متشاركان فالسطحان
متشاركان فان كان الاول منطقا او موسطا كان الثاني كذلك
فاذن اب اي ذي موسطين كان من الاثنين كان ده كذلك
سد لط بعينه والشكل كالمتقدم و
دخ لفر لكن اذا الموسطين
الاول او الثاني وب مشاركا له وبعضه

١٦

٧٨

دز منطقا ولنضف اليه مربع اد وهو زه ومربع ب وهو بز فخ زه
ذو الاسمين الثاني او الثالث ودز مشاركه فهو مثله فالقوي على بز
اعني ب ذو الموسطين الاول والثاني مثل اب ه الخط المشارك في
الطول للاعظم اعظم اما بالوجه الاول وليكن الاعظم اب منقسما
سه سح على د ودز مشاركه زه وقسم على تلك النسبة
على ز فيكون نسبة اد دب كنسبة زد ده
زه واد دب متباينان في القوة فدز زه كذلك ولنسبة مربعي اد
دب كنسبة مربعي دز زه ومجموع مربعي اد دب الى احدهما كنسبة مجموع
مربعي دز زه الى نظيره وبالابدال نسبة المجموع الى المجموع كنسبة احدهما
الى نظيره واحدهما مشارك لنظيره فالمجموع مشارك للمجموع ومجموع مربعي اد
دب منطق فمجموع مربعي دز زه منطق وايضا ضعف سطح اد في دب موسط
فضعف سطح دز في زه المشارك له ايضا موسط واما الوجه الثاني
فليكن اا الاعظم دب مشاركه
ولنضف مربعها الى دز المنطق
فيحدث من مربع ا عرض ده
وهو ذو الاسمين الرابع ولشاركه
سو ما دز فهو مثله فالخط القوي على بز اعني مربع ب اعظم ه الخط المشارك
في الطول للقوي على منطق وموسط قوي على منطق وموسط وتبين بمثل
سز سب بيان الاعظم والشكل كما مر ه الخط المشارك في الطول للقوي على
موسطين قوي على موسطين والبيان والشكلان كما مرت وذلك ما اردناه
او ك وان كانت الخطوط المشاركه لهذه الخطوط الستة مشاركه
في القوة فقط كان الحكم كما ذكر بعض الشارحين المذكوره ه الخط القوي
على مجموع سطحين موسطين وموسط يكون احد خطوط اربعة اما ذا اسمين
او ذا موسطين اول او اعظم او قويا على منطق وموسط وليكن السطحان
اب المنطق ود الموسط والضع ه ر منطقا ولنضعها اليه ق
سح سج ح حك فيحدث
عرض ه ط منطقا في الطول
وط ك منطقا في القوة فقط
فان كان ه ط اطول من طك وقوي عليه بمربع خط مشاركه كان ه ك
ذا اسمين اول والخط القوي على سطح دك ذا اسمين وان قوي عليه
بمربع خط مباينه كان ه ك ذا اسمين رابعا والخط القوي على السطح اعظم

وان كان ط ك اطول من ه ط وقوى عليه بمربع خط يشاركه كان ه ك
ذا اسمين ثانيا والقوى على السطح ذا موسطين اول وان قوي بمربع خط
يباينه كان ه ك ذا اسمين خامسا والقوي على السطح قويا على منطق و
موسط هـ الخط القوى على مجموع سطحين موسطين متباينين يكون احد خطين سط سد
اما ذا موسطين ثانيا او قويا على موسطين وليكن السطحان ا ب ج د ر و
يضع ه ر المنطق ويضيف اليه ما يساويه ه ح ح ك فيحدث عرضا ه ط
ط ك منطقين في القوه متباينين في الطول ومتباينين له د واطولهما قوي
على اصغرهما بمربع خط مشارك او مباين فيكون ه ك ذا اسمين ثالثا او
سادسا والقوي على سطح احد المذكورين والشكل كما تقدم وذلك
ما اردناه حكمه مز عر شكل لا واحد من الخطوط الستة اعني ذا
الاسمين وما يتلوه بموسط ولا باخر منها لان مربع الموسط اذا اضيف
الى خط منطق احدث عرضا منطقا بالقوه ومربعاتها اذا اضيف
اليه احدثت عروضا مختلفه من انواع ذو الاسمين ولا واحد من هذه العروض
هو من نوع صاحبه فاذن الخطوط التي يحدث هذه العروض المختلفه
الانواع مختلفه الانواع وذلك ما اردناه هـ اذا فصل احد خطين متباينين
في الطول منطقين في القوه من الاخر كان الباقي اصم ويسمى المنفصل مثلا
فصل ا ب من ا د ولتبق ب د فلتباينهما في الطول يكون لمجموع مربعيهما
المنطقين مباينا لضعف سطح ا ب ع سه
ح ب ا
في ا د الموسط فيكون مباينا للجزء الباقي وهو مربع ب د فمربع ب د اصم و
كذلك ب د هـ اذا فصل احد خطين موسطين مشتركين في القوه فقط يحيطان
بمنطق من الاخر كان الباقي اصم ويسمى منفصل الموسط الاول مثلا فصل
ا ب من ا د ولتبق ب د عا سو
ح ب ا
فلتباينهما في الطول يكون ضعف سطح احدهما في الاخر الذي هو منطق مباين
لمجموع مربعيهما الموسطين فيكون مباينا للجزء الباقي وهو مربع ب د فب د
اصم هـ اذا فصل احد خطين موسطين مشتركين في القوه فقط يحيطان
بموسط من الاخر كان الباقي اصم ويسمى منفصل الموسط الثاني مثلا ا ب
ح ب ا
من ا د وبقي ب د ولنكن ه ر
منطقا ونضيف اليه مربعي ا ب
ا د وهو ه ط وضعف سطح ا ب في ا د عب سز
وهو ه ح فيبقى ر ط لمربع ب د فلتباينهما
يكون موسطا ه ط ه ح متباينين وعرضا

ر ط ر ح منطقين في القوه متباينين في الطول فح ط منفصل ور ط اصم فح ح
القوي عليه اصم هـ اذا فصل احد خطين متباينين في القوه يكون مجموع عج سح
مربعيهما منطقا وضعف سطح احدهما موسطا من الاخر كان الباقي اصم و
يسمى الاصغر مثلا فصل ا ب من ا د ولتبق ب د والبيان والشكل كما للمنفصل
هـ اذا فصل احد خطين متباينين في القوه يكون مجموع مربعيهما موسطا عد سط
وضعف سطح احدهما في الاخر منطقا من الاخر كان الباقي اصم و
يسمى المتصل بمنطق يصير الكل موسطا والمثال والبيان والشكل كما للمنفصل
الموسط الاول هـ اذا فصل احد خطين متباينين في القوه يكون مجموع عه ع
مربعيهما موسطا وضعف سطح احدهما في الاخر موسطا مباينا للاول من الاخر
كان الباقي اصم ويسمى المتصل بموسط يصير الكل موسطا والمثال والبيان
والشكل كما للمنفصل الموسط الثاني وذلك ما اردناه هـ لا يتصل
بالمنفصل فوق خط واحد مما يعيده الى حالة قبل الانفصال والا
فليتصل بمنفصل ا ب خطان يعيدانه الى ذلك وهما ب د ب ر فلان مربعي
ا د ب د يساوي ضعف سطح ا د في د ب مع مربع ا ب ومربعي عو عا
ا ر ر ب
ر د ب ا
يساوي ضعف سطح ا ر في ر ب مع مربع ا ب يكون الفضل بين مربعي
ا د د ب وبين مربعي ا ر ر ب اعني فضل منطق على منطق مساويا للفضل بين
ضعف سطح ا د في د ب وضعف سطح ا ر في ر ب اعني فضل موسط على موسط
هذا خلف فاذن الحكم ثابت هـ لا يتصل بمنفصل الموسط الاول عز عب
فوق خط واحد مما يعيده الى حالة قبل الانفصال والا فليتصل ا ب
ب د ب ر فيكون فضل ما بين مربعي ا د د ب ومربعي ا ر ر ب اعني فضل موسط
على موسط هو فضل ما بين ضعف سطح ا د في د ب وضعف سطح ا ر في ر ب
اعني فضل منطق على منطق هذا خلف فاذن الحكم والشكل كما مر هـ
لا يتصل بمنفصل الموسط الثاني فوق خط واحد مما يعيده الى حالة
قبل الانفصال والا فليتصل بـ ا ب ب د ب ر ولنضع ه ر منطقا و
نضيف اليه مربعي ا د د ب وهو سطح ر ك ومربع ا ب د
ر ب ح ا
موسطا ر ح فيبقى سطح ط ك عح عج
مساويا لضعف سطح ا د
في د ب ولان مجموع المربعين
موسط والضعف موسطا
متباين له يكون

خطاه كـ كح منطقين بالقوة متباينين في الطول و ه ح منفصل وايضا
نضف الى ه ز مربعي أ ز ز ب وموسطح ر ك فيكون سطح ط ك مساو يا
لضعف سطح ا ز في ز ب ويكون خطاه كـ لـ ح ايضا منطقين بالقوة فقط
و ه ح منفصل فاذن اتصل به ح خطا ح كـ ح كـ واعادا ه الى
حالة قبل الانفصال هذا خلف فاذن الحكم ثابت ه لا يتصل با عط عد
الاصغر فوق خط مما يعده الى حالة قبل الانفصال والا فيتصل با ب
ت د ح ر وبين الخلف كما في المنفصل بعينه والشكل كشكله ه ف عد
لا يتصل بالمنفصل يصير الكل موسطا فوق خط واحد مما يعده الى
حالة قبل الانفصال والا فليتصل بات ت ح والبيان والشكل كما في منفصل
الموسط الاول ه لا يتصل بالمنفصل موسط يصير الكل موسطا فوق خط فا عو
واحد مما يعده الى حالة قبل الانفصال والا فليتصل بات ب د ب ر
والبيان والشكل كما في منفصل الموسط الثاني ذلك ما اردناه صدر
اذا اتصل بالمنفصل خط يعده الى حالة فان قوي الكل على ذلك الخط
بمربع خط يشاركه وكان الكل يشارك المنطق المفروض اولا اعني يكون
منطقا في الطول فالمنفصل هو الاول وان كان ذلك الخط منطقا فهو
الثاني وان لم يكن احدهما منطقا في الطول فهو الثالث وان قوي الكل
ذلك الخط بمربع خط يباينه وكان الكل منطقا في الطول فهو الرابع وان
كان ذلك الخط منطقا فهو الخامس وان لم يكن احدهما منطقا في الطول فهو
السادس ه نريد ان نجد المنفصل الاول وليكن المنطق المفروض اولا ا و
ت د خطا ما يشاركه و ر ه ر د عددين مربعين وليس فضل ر ه مربعا ونجعل
نسبة مربع ت د الى مربع د ح كنسبة ف عز
ر ه الى د ه فت ح المنفصل الاول
لان جميع ت د منطق في الطول و
د ح المشارك في القوة فقط منطق
في القوة مباين له في الطول وليكن فضل مربع ت د على مربع د ح فهو
مربع ط فيعلب النسبة نسبة مربع ت د الى مربع ط كنسبة ر ه الى ر د المربعين
فط يشارك ت د في الطول و ت د يقوى على د ح بزيادة مربعه ه
نريد ان نجد المنفصل الثاني وليكن المنطق المفروض ا و د ح يشاركه و
العددان كما ذكرنا ونجعل نسبة مربع د ح الى مربع د ت كنسبة ر ه الى
ر ه فت ح المنفصل الثاني لان د ح منطق في الطول و د ت منطق فد ع
في القوة وهو يقوى على د ح بزيادة مربع ط المشارك له كما مر والشكل كما

لعدم ه نريد ان نجد المنفصل الثالث وليكن المنطق الاول ا والعددان
المربعان ر ح ر ط وليس فضل ط ح ط ح مربعا و ه عددا اخر غير مربع
ليست نسبته الى ط ح نسبة مربعين
ونجعل نسبة مربع ا الى مربع ت د فد عط
كنسبة ه الى ر ح ونسبة مربع ت د
الى مربع د ر كنسبة ر ح الى ط ح
فت ر المنفصل الثالث لان ت د
منطقان بالقوة متباينان لا في الطول و ت د يقوى على د ر بزيادة
فه ف مربع ك المشارك له لان مربعها على نسبة ر ح ر ط ه نريد ان
نجد المنفصل الرابع فنعمل كما في المنفصل الا انا نجعل عددي ر ر د ه مربعين و
ليس مجموع ر ه مربعا فيكون ت د يقوى على د ح بمربع ط المباين له لان
فو فا مربعيهما على نسبة ر ه ر ر والشكل كشكله ه نريد ان نجد المنفصل الخامس
فنعمل كما في المنفصل الثاني الا انا نجعل عددي ر ر د ه كما في المنفصل الرابع
فر ف والشكل كما كان ه نريد ان نجد المنفصل السادس فنعمل كما في المنفصل
الثالث الا انا نجعل العددين كما في الرابع والشكل كشكل الثالث وذلك
ما اردناه ه اذا احاط منطق ومنفصل اول بسطح فالخط القوي عليه منفصل
وليكن السطح ب ر والمنطق الخط ا ب والمنفصل الاول ا ر وليتصل به ر ح
فعاد الى حالة قبل الانفصال ونتمم سطح ت د ونصف ر ح على ر
ونضف الى ا ح ربع مربع ر د اعني مربع د ر ناقصا عن تمامه مربعا
فنقسم ا د على ه ويكون نسبة ا ه الى ر د كنسبة ر د الى د ه ولكن د ه اقصر
القسمين فهو اقصر من د ر و د ر اقصر من ا ه ونخرج ه ك ر ط موازيين
لا ب ونرسم مربع
س م مثل سطح ت ه
وعلى قطره مربع س د
مثل سطح ه ك ونتمم
فح ح خطوط شكل ف ع
فلان نسبة مربع س م الى سطح ف ه كنسبة الى مربع س د لكونهما على نسبة
ع س ف يكون ف ف وسطا في النسبة بين المربعين اعني بين سطحين
ت ه ه ك وكان سطح ر ك متوسطا بينهما فسطح ر ك كسطح ف ف و سطح ر ح
كسطح د ع فسطح د ح كعلم ث ش مع مربع س د وبقي سطح ب ر
لمربع د م وضلعه ف ع تقول فهو منفصل وذلك لان ا ح يقوى

على د ز بمربع خط يشاركه فاذا اضفنا مربع ح ز اعني ربع مربع ح ز الى
آ ح نا قصا عن تمامه مربعا فقسمه على ه بمشتركين فا ه د مشتركان
و آ ح منطق فسطحا ت ه ه ك اعني مربعي سه م سه ك منطقان فخطا ع سه
سه ف منطقان بالقوة و ز ح مباين لا ح فد ح المشارك لز ح ايضا
مباين لا المشارك لا ح فد ك اعني ف ف مباين لـ ب ه ا ب اعني مربع
سه م فع سه سه ف متباينان في الطول فف ع منفصل فاذن
الخط القوي على سطح ب ز منفصل ه اذا احاط منطق ومنفصل ثان فط فد
بسطح فالخط القوي عليه منفصل موسط اول وليكن المثال والعمل والشكل
كما مر الا ان سطحي د ت ه ك اعني مربعي سه م سه ك يكونان منها موسطين
مشتركين لكون ا ه ه د مشتركين و ز ك اعني ف ف منطقا فيكون خطا ع سه
سه ف موسطين مشتركين بالقوة فقط يحيطان بمنطق فف ع القوي
على ب ز منفصل الموسط الاول ه اذا احاط منطق ومنفصل ثالث صه فد
بسطح فالخط القوي عليه منفصل موسط ثان وليكن المثال والعمل والشكل
كما مر الا ان سطحي د ت ه ك اعني مربعي سه م سه ك يكونان منها موسطين
مشتركين لكون ا ه ه د مشتركين و ز ك بل ز ك اعني ف ف موسطا مباينا له
فيكون خطا ع سه سه ف موسطين مشتركين بالقوة فقط يحيطان بموسط
فف ع القوي على ب ز منفصل الموسط الثاني ه اذا احاط منطق ومنفصل صا فو
رابع بسطح فالقوي عليه اصغر وليكن المثال والعمل والشكل كما مر الا ان ا ه
ه د بل سطحي د ت ه ك ا اعني مربعي سه م سه ك يكونان منها متباينين و
مجموعهما منطقا وسطح ز ك ا اعني ضعف سطح ف ف موسط فيكون خطا
ع سه سه ف متباينين في القوة ومجموع مربعيهما منطق وضعف سطح احدهما
في الآخر موسط فف ع القوي على ب ز اصغر ه اذا احاط صب فز
منطق ومنفصل خامس بسطح فالخط القوي عليه منفصل بمنطق يصير الكل موسطا
وليكن المثال والعمل والشكل كما مر الا ان ا ه ه د بل سطحي د ت ه ك ا اعني
مربعي سه م سه ك يكونان متباينين ومجموعهما موسطا وسطح ز ك ا اعني ضعف
سطح ف ف منطقا فيكون خطا ع سه سه ف متباينين في القوة و
مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما في الآخر منطق فف ع
القوي على ب ز منفصل بمنطق يصير الكل موسطا ه اذا احاط منطق منفصل صح فح
ومنفصل سادس بسطح فالخط القوي عليه منفصل بموسط يصير الكل موسطا
وليكن المثال والعمل والشكل كما مر الا ان ا ه ه د بل سطحي د ت ه ك ل
اعني مربعي سه م سه ك يكونان متباينين ومجموعهما موسطا و سطح

ز ك ا اعني ضعف سطح ف ف موسط مباينا للاول فيكون خطا ع سه سه ف
متباينين في القوة ومجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما في الآخر
موسط مباين له فف ع القوي على ب ز منفصل بموسط يصير الكل موسطا
وذلك ما اردناه ه اذا اضيف مربع المنفصل الى خط منطق
صد فط فالعرض الحادث منفصل اول وليكن
المنفصل ا ب والذي يتصل به وتعدده
الى حاله ب ج والخط المنطق ز ح
ولنضف اليه مربع ا ب وهو سطح
ز ط فحدث عرض ز ح ولنبين انه المنفصل الاول فلنضف الى ز ح
ايضا مربع ا ج وهو سطح ز ه ثم مربع ب ج وهو سطح ه ز فيكون سطح ط د مساويا
لضعف ا ج في ج ب ولنضف ح ز على ك ونخرج ك ل موازيا لـ د ه فلان
مربعي ا ج ج ب منطقان يكون سطحا ز ه ه ز بل خطا ز م م ز منطقين مشتركين
فـ د ز منطق في الاول ولان سطح ا ج في ج ب موسط يكون سطح د ك بل
ز ط موسطا و ز ح منطقا في القوة مباينا لـ د ز بل لـ د ز في الطول ولان
سطح ا ج في ج ب وسط بين مربعي ا ج ب ج فـ ز ك وسط بين ز م م ز
ونسبة ز م الى ز ك كنسبة ز ك الى ز م فاذا اضيف مربع ز ك
اعني ربع مربع ز ح الى ز ز نا قصا عن تمامه مربعا قسمه ز ز على م بمشتركين
ويكون د ز يقوى على ز ح بمربع خط يشاركه في الطول فاذن ثبت
صه صه الحكم ه اذا اضيف مربع منفصل الموسط الاول الى خط منطق
فالعرض الحادث منفصل ثان وليكن المثال والعمل والشكل كما مر الا ان
ز ه ه ز يكونان منها موسطين مشتركين فـ د ز موسط و ز ز منطق با
لقوة فقط و ز ط اعني ضعف مربع ا ج في ج ب منطق فـ ز ح منطق في الطول
و ز ز يقوى عليه بمربع خط يشاركه لاشتراك ز م م ز فاذن ز ح
صو صا منفصل ثان ه اذا اضيف مربع منفصل الموسط الثاني الى
خط منطق فالعرض الحادث منفصل ثالث وليكن المثال والعمل و
الشكل كما مر ويكون د ز موسطا لكون ز ه ه ز موسطين مشتركين و ز ز
منطق بالقوة فقط و ز ط ايضا موسط مباين للاول لتباين ا ج في ج ب
فـ ز ح ايضا منطق بالقوة فقط مباين لـ د ز ويكون ز ز يقوى على ز ح
بمربع خط يشاركه لاشتراك ز م م ز فاذن ز ح منفصل ثالث
صز صب ه اذا اضيف مربع الاصغر الى خط منطق فالعرض الحادث
منفصل رابع وليكن المثال والعمل والشكل كما مر ولتباين مربعي ا ج

دت يكون سطحا زكه هـ زل خطا زم م ز مهما متباينين وليكون
مجموع المربعين منطقا يكون هز منطقا و زز منطقا في الطول وليكون ضعف
سطح اد في دت موسطا يكون طز موسطا وح ز منطقا في القوة
فقط وقوة زز عليه بمربع خط مباين لتباين زم م ز فدح اذن منفصل
صح هو رابع ❁ اذا اضيف مربع المنفصل بمنطق يصير الكل موسطا الى خط
منطق فالعرض الى دت منفصل خامس وليكن المثال والعمل والشكل كما م
والتباين مربعي اد دت يكون سطحا زكه هـ ل خطا زم م ز متباينين
وليكون مجموع المربعين موسطا يكون زز منطقا في القوة فقط وليكون
ضعف سطح اد في دت منطقا يكون زح منطقا في الطول وقوة
زز عليه بمربع خط مباينه لتباين زم م ز فاذن زح منفصل
صط صد خامس ❁ اذا اضيف مربع المنفصل بموسط يصير الكل موسطا الى
خط منطق فالعرض الى دت منفصل سادس وليكن المثال والعمل والشكل
كما م ولتباين مربعي اد دت يكون سطحي زكه هـ زل خطا زم م ز
متباينين وليكون مجموع المربعين موسطا وضعف سطح اد في دت
موسطا مباينه يكون خطا زز زح منطقين في القوة فقط متباينين وقوة
احدهما على الاخر بمربع خط مباينه لتباين زم م ز فاذن زح منفصل
قه صه سادس وذلك ما اردناه ❁ الخط المشارك في الطول للمنفصل منفصل في مرتبة
بعينها فليكن المنفصل اد ومشاركه زز
والمنفصل اد دت بعدا اياه الى حالة
قبل الانفصال ونجعل نسبة زز الى ده
كذلك فان كان ات تقوى على دت بمربع خط مشارك او مباين كان
زه على هز كذلك وايضا لاشتراك كل واحد من ات دت نظيره من
قا صو زه هز ان كان احدهما منطقا في الطول او القوة كان الاخر كذلك
فاذن اد اي منفصل كان من الستة كان زز ذلك المنفصل بعينه
❁ الخط المشارك للمنفصل الموسط منفصل موسط في مرتبة بعينها فليكن اد
منفصل الموسط اما الاول او الثاني وزز مشاركا له وليتصل بـ اد دت
بعدا اياه الى حالة الاول ونسبة زز ده كنسبتهما فكل واحد من ات
دت مشارك لنظيره من زه هز موسط مثله وات دت متباينان
في الطول فزه هز كذلك ونسبة مربع ات الى سطح ات في دت كنسبة
مربع زه الى سطح زه في هز وبالابدال نسبة المربعين كنسبة السطحين
والمربعان متشاركان فالسطحان كذلك فان كان الاول منطقا او

فالثاني كذلك فاذن اد اي منفصل موسط كان من الاثنين كان زز ذلك
بعينه والشكل كما تقدم ❁ الخط المشارك للاصغر اصغر وليكن اا اصغر و
زز مشاركه ونضيف الى دز المنفصل فيحدث
قب صر من مربع اا عرض ده وهو المنفصل الرابع و
مشاركه دز فهو مثله فالخط القوي على زز
وهو ايضا اصغر ❁ الخط المشارك للمنفصل بمنطق يصير الكل موسطا منفصل بمنطق
يصير الكل موسطا ومبين مثل بيان الاصغر والشكل كما م ❁ الخط
قج صح المشارك للمنفصل بموسط يصير الكل موسطا منفصل بموسط يصير الكل موسطا
قد صط ومبين مثل بيان الاصغر والشكل كما م وذلك ما اردناه اقول
ولنا ان نبين احكام الخمسة الاخيرة بالوجه الاخر المذكور في نظائرها من
بيانات ذي الاسمين وايضا ان كانت الخطوط المشاركة لهذه الستة مشاركة
في القوة فقط كان الحكم كما ذكر بعينه بعين تلك البيانات ❁ الخط القوي
قه ك على فضل السطح المنطق على السطح الموسط اما منفصل او اصغر وليكن السطح
المنطق اب والموسط از والفضل دب
ولنضع هز منطقا ولنضيف اب اليه
ومن هز واز اليه ومن هز فيكون هز
منطقا في الطول وهز منطقا في القوة
فقط فان قوي هز على هز بمربع
خط مشارك كان هز منفصلا اول والقوي على طب اعني دب منفصلا
وان قوي عليه بمربع خط مباينه كان هز منفصلا رابعا والقوي على
قا قو طب اعني دب اصغر ❁ الخط القوي على فضل السطح الموسط على
السطح المنطق اما منفصل موسط اول او منفصل بمنطق يصير الكل موسطا و
المثال والشكل كما م الا ان اب يكون ههنا موسطا وهز منطقا في القوة فقط
وهز منطقا في الطول وهز منفصل ثان او خامس فيكون القوي
قز قد على دب احد المذكورين ❁ الخط القوي على فضل الموسط على
الموسط المباين له اما منفصل موسط ثان او منفصل بموسط يصير الكل موسطا و
المثال والشكل كما م ويكون ههنا هز هز منطقين في القوة فقط متباينين
في الطول وهز منفصل ثالث او سادس فيكون القوي على دب احد المذكورين وذلك
ما اردناه وليس شيء من الخطوط الستة اعني المنفصل وما يتلوه بموسط ولا بما
مثلا لان مربع الموسط اذا اضيف الى خط منطق احدث عرضا منطقا بالقوة



فح كد

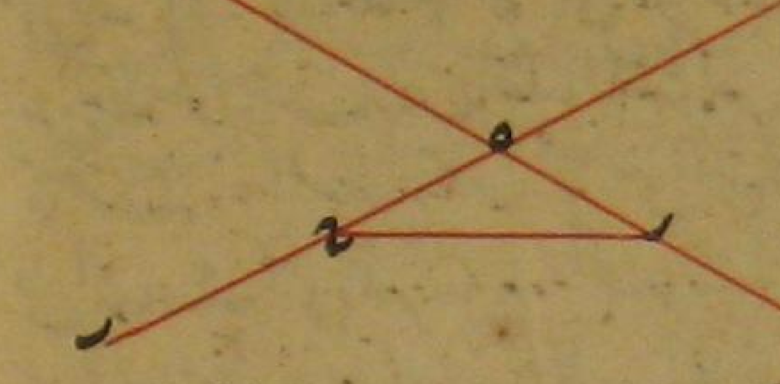
ومربعات هذه الخطوط يحدث عروضا مختلفة هي انواع المنفصل ولا واحد
من هذه العروض هو من نوع صاحبه فاذن الخطوط المحدثة لهذه
العروض المختلفة بالنوع مختلفة بالنوع وذلك ما اردناه ه المنفصل ليس
بذي الاسمين والا فليكن اكلاهما
و ب د منطقا ولنصف مربع ا
الى د وهو د ز فحدث عرض ب ز
ذا اسمين اول لكون اد ذا الاسمين
ومنفصلا اول لكونه منفصلا ولننقسم على ز باسمه ولكن ب ز اطول قسميه
فهو منطق في الطول و ز ر منطق في القوة فقط والمنفصل ب ز ه معد اياه
الى حاله الاول فيكون ب ه منطقا في الطول و ه ز منطقا في القوة
فقط ومتى ز ه منطقا في الطول فز ه مع ز ا ومع ز ه منطقان في
القوة فذ ه اذن ز منفصل وكان منطقا بالقوة هذا خلف فاذن الحكم
ثابت وذلك ما اردناه اقول والبيان لا واحد
من توالي المنفصل بواحد من توالي ذي الاسمين لانها تحدث عروضا
منفصلة وهذه تحدث عروضا ذي اسمين ه الخط الموسط تحدث
عنه خطوط ضم غير متناهية ليس احد منها من جنس الذي قبله ولكن
ا ب منطقا و ا ر عمود عليه غير محدود و ا د بينه موسطا ونتم سطح
ا د فهو ليس موسط
لان الموسط اذا اضيف
الى ا ب احدث عرضا
منطقا بالقوة و ا د احدث
موسطا ولكن د ر قويا عليه فهو ليس من جنس ا د الموسط ونتم ر د
فهو ليس من جنس سطح ا د لان سطح ا د تحدث عرضا موسطا وهو د ر الذي
ليس من جنس الموسط فالخط القوي على ر د ليس من جنس د ر ولا
من جنس ا د وكذلك اذا فصلنا من ذكر مثل ذلك الخط وعملنا كما مر حدثت
خطوط غير متناهية مختلفة بالنوع وذلك ما اردناه تمت
المقالة العاشرة بعون الله تعالى وبعد

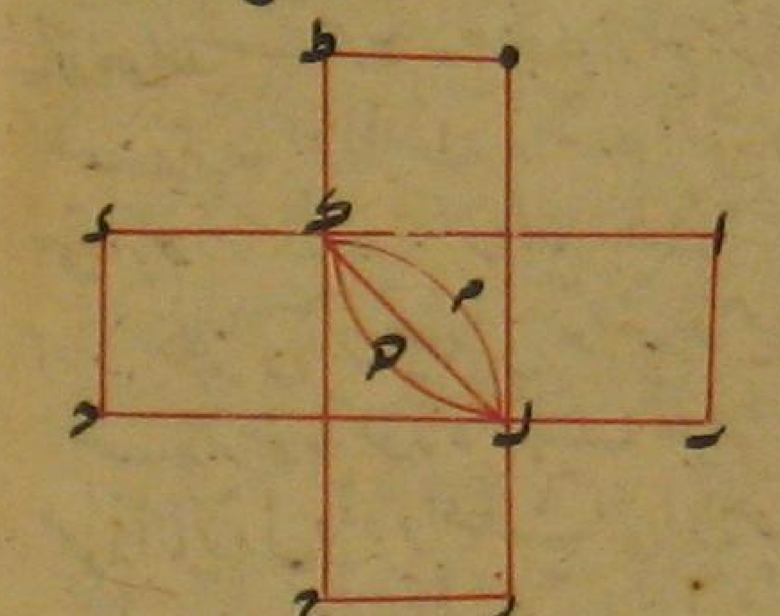
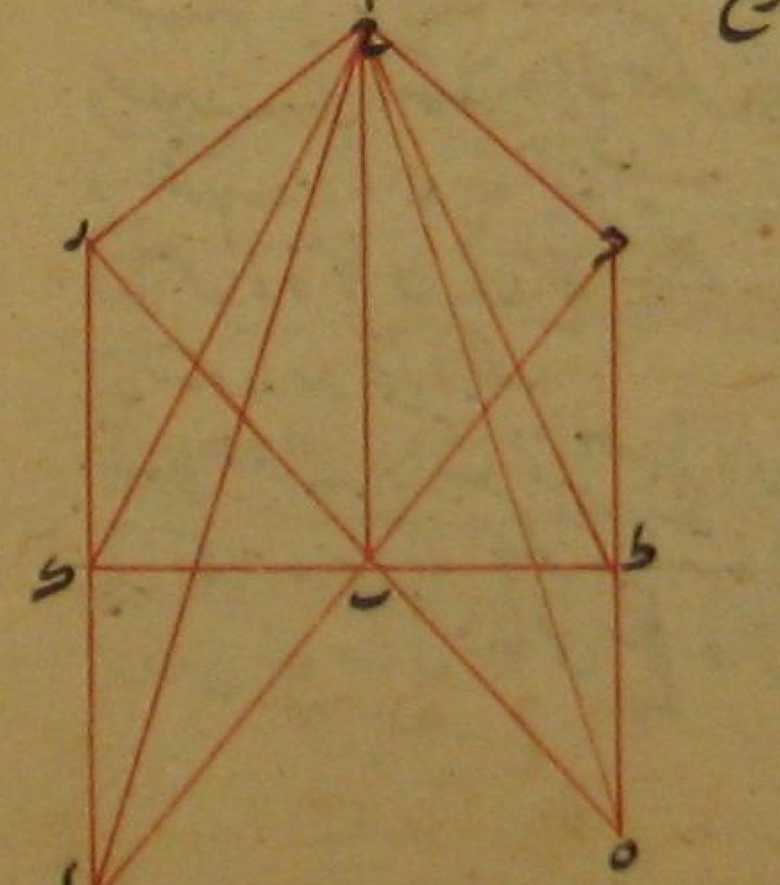
المقالة الحادية عشر احد واربعون شكلا

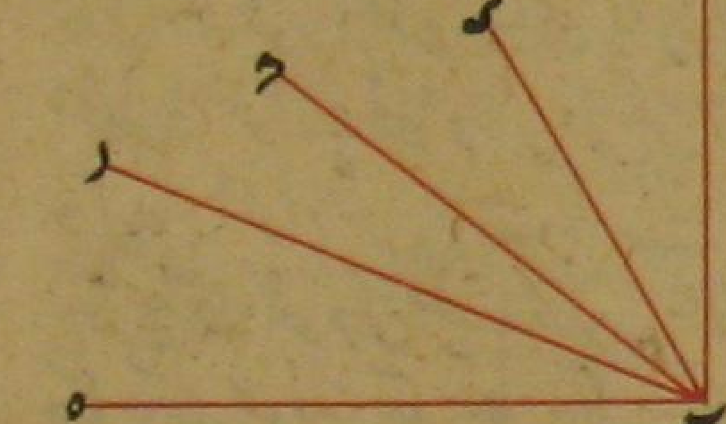
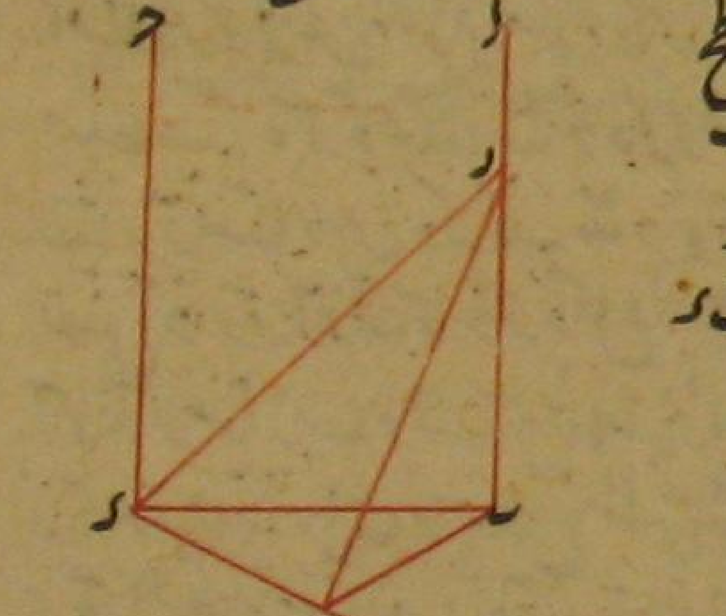
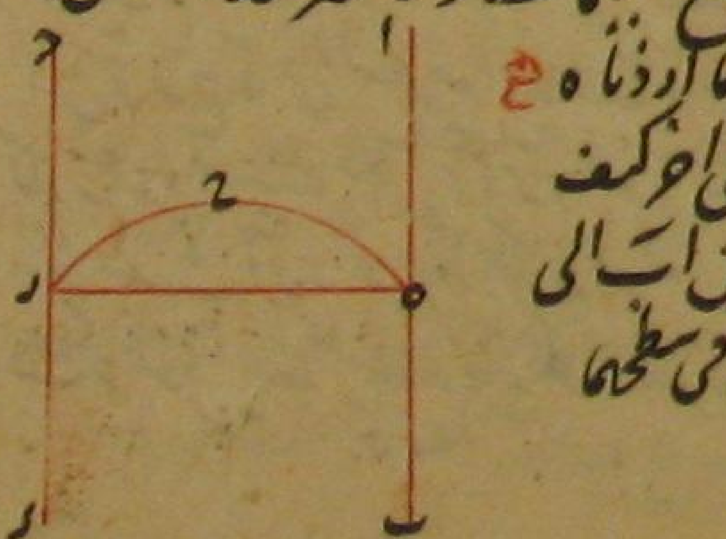
وليس في الجسمات خلاف بين نسختي الحجاج وثابت حد الشكل المجسم
ماله طول وعرض وسمك وينتهي بالذات بسطح ه اذا قام خط على سطح بحيث

يحيط مع كل خط يخرج في ذلك السطح مما سا له بزاوية قائمة فهو عمود على
تلك السطح . واذا قام سطح على سطح بحيث يحيط كل عمود يخرج في السطحين
من نقطة واحدة من فصلهما المشترك بزاوية قائمة فالسطحان يحيطان بزاوية
قائمة . السطوح المتوازية هي التي لا تتماس ولا تلتقي وان اخرجت
في الجهات الى غير نهاية . المجسمات المتشابهة المتساوية هي التي
يحيط بها سطوح متشابهة فقط . المنشور هو الذي يحيط به ثلاثة سطوح
متوازية الاضلاع ومثلثان . الكرة ما يحوزه نصف دائرة اثبت قطره
محور الازول وادير محيطه الى ان يعود الى موضعه ومركزها مركز المخروط
هو الذي يحيط به سطوح ترتفع من سطح الى نقطة تقابله . الاسطوانة
المستديرة اعني المتساوية الغلظ التي قاعدتاه دائرتان متساويتان
هي ما يحوزه سطح قائم الزوايا اثبت احد اضلاعه محور الازول و
ادير السطح الى ان تعود الى موضعه وسهمه هو الضلع الثالث . المخروط
المستدير هو ما يحوزه مثلث قائم الزاوية اثبت احد ضلعي القائمة
محور الازول وادير المثلث الى ان تعود الى موضعه فان كان الضلع الثالث
مساويا للاخر كان المخروط قائم الزاوية وان كان اطول كان حاد تها
وان كان اقصر كان منفرجها وسهمه الضلع الثابت وقاعدته دائرة و
قد يسمى ايضا مخروط الاسطوانة المستديرة اقول وذلك
عند كونه على قاعدتها وسهمها وبارتفاعها . الزاوية المجسمة هي
التي يحيط بها زوايا مسطحة فوق اثنين تجتمع على نقطة ولا يكون في سطح الاسطوانة
او المخروطات المستديرة المتشابهة هي التي يكون نسبة سهامها الى
اقطار قواعدها متساوية اقول فهذه تعريفات
وليوضع ههنا بعد ما تقدم ان لنا ان نخرج اي سطح شئنا وان نتوهم
سطحا تمر باي نقطة وخط مستقيم كانا وان سطحين مستويين لا يحيطان
بجسم الاشكال الخط الواحد لا يكون بعضه في السطح
وبعضه في السمك والا فليكن ا ب د ا ب في السطح و ب ج
في السمك وكان لنا ان نخرج ا ب
خط محدود وكان في سطح على
الاستقامة في ذلك
السطح فلنخرج ا ب في السطح الى د فخطا ا ب د ا ب د خط واحد
هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه ه كل
خطين متقاطعان فهما في سطح وكل مثلث فهو في سطح وليكن

متساويه العدد متساويه ...
تساوي السطوح فهي متشابهة

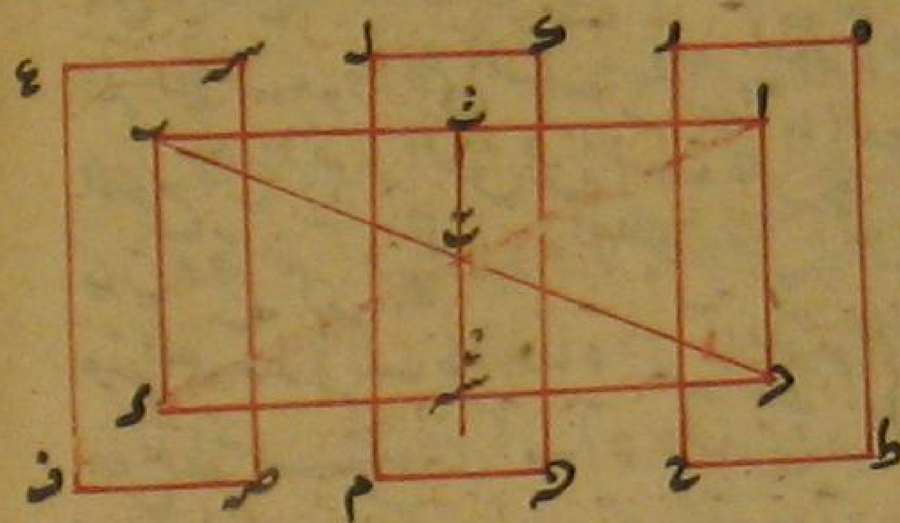
الخطان اب دز المتقاطعين على ه ونعلم عليهما زح كيف
كان ونصل
ب زح فمثلث ه زح
في سطح واحد و
الا لكان بعض احد
اضلاعه في السطح

وبعضه في السمك والخطان في سطح المثلث فاذن هما في سطح

العصل المشترك بين كل سطحين متقاطعان خط واحد ولكن الخطان
اب دز ه زح ط ولتقاطع ضلعا
د ازطح على كـ وضلعا ح ه ز
على كـ فان لم يكن الخط الواصل بين
كـ كـ خطا واحدا في كل السطحين
فليكن في احدهما كـ لم وفي الاخر

كـ د ل وهما مستقيمان وقد يلتقيان
في موضعين واحاطا بسطح هذا خلف
فاذن خط كـ كـ واحد في كليهما وهو الفصل المشترك وذلك ما اردناه
اقول وبعبارة اخرى نقطتا كـ كـ في سطح اب دز
ولنا ان نصل بين اي نقطتين كانتا على سطح بخط في ذلك السطح فنصل كـ كـ
وفي سطح ه زح ط ولنا ان نصل بينهما بخط في ذلك السطح فيصل كـ كـ و
الخط الواصل بين نقطتين بعينهما على الاستقامة واحد فاذن كـ كـ
خط واحد في السطحين ه كل عمود على خطين خرج من فصلهما المشترك
فهو العمود على سطحهما ولنكن الخطان دزه ز متقاطعين على ب والعمود
عليهما اب ونفصل ب د ب ه ب ز ب ز متساوية ونعلم على العمود
ح كيف وقعت ونصل د ح ه ح زح زح
ز فيحدث اربع مثلثات متساوية
الاضلاع والزوايا النظائر ونصل
ده زز فيكون مثلثا د ب ه
ز ب ز ومثلثا ح ده ح زز
ايضا كذلك ثم نخرج في سطح خطي
ده زز خط ط ب كـ مما
اتفق كيف كان ونصل ط ح


د ح فيكون في مثلثي ب د ط ب ز كـ المتقاطعين وزاويتي ب د ط
ب ز كـ وضلعي د ب ب ز ضلعا د ط ز كـ متساويين لنظيريهما اعني
ب ط ب كـ وفي مثلثي ح د ط ح ز كـ لتساوي ضلعي ح د ح ز
وضلعي د ط ز كـ وزاويتي ح د ط ح ز كـ ضلعا ح ط ح كـ متساويين
ويكون في مثلثي ح ط ب ح كـ ب لتساوي الاضلاع النظائر زاويتا
ح ب ط ح ب كـ متساويتين فاذن هما قائمتان وكذلك الحكم في كل
خط يخرج في ذلك السطح مما سا ب ا فهو عمود على السطح و
ذلك ما اردناه ه كل ثلثة خطوط خرج من فصلها المشترك عمود
ه
عليها فهي في سطح واحد ولكن
الخطوط ب د ب ز ب ه والفصل
المشترك ب والعمود اب فان لم يكن
الخطوط في سطوح فلنخرج ب ز من سطح

خطي ب د ب ه وسطح اب ب ز
ليس بموازٍ لسطح ب د ب ه لتلاقيهما عند ب فليكن ب ل فصلهما المشترك
فيكون زاويتا اب ز اب ل الجزء والكل قائمتين هذا خلف والحكم ثابت
وذلك ما اردناه ه كل عمودين قائمين على سطح فهما متوازيان
و
مثلا كعمودي اب دز ونصل في ذلك السطح
ب ز ونخرج ز ه عمودا عليه ونعلم على اب
ز كيف وقعت ونصل زح مثل ب ز
ونصل د ز زح ب ح فلان في مثلثي ز ب ز
ح ز ب ضلعا ز ب ح ز متساويان و
ب ز مشترك وزاويتا ز ب ز ح ز ب
قائمتان يكون د ز ح ب متساويين

ويكون في مثلثي د ح ز د ح ب لتساوي
الاضلاع النظائر زاويتا ز ب ح د ز ح متساويتان و د ب ح قائمة
فـ د ز ح قائمة فخط ه ز عمود على خطوط ز ب ز ز ز د فهي في سطح و ب ا
في ذلك السطح فـ اب دز في سطح وقد وقع عليهما ب ز وصير الداخلتين
ز
قائمتين فاذن هما متوازيان وذلك ما اردناه ه
كل خط خرج من احد متوازيين الى الاخر كيف
كان فهو في سطحهما مثلا كـ ه ز الخارج من اب الى
دز وهما متوازيان والا فليخرج ه ح ز في سطحهما


فه ز د ح مستقيمان هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه
ه اذا كان احد متوازيين عمودا على سطح فالاخر ايضا عمود عليه ح
ولكن المتوازيان اب دز واب منهما عمود
على سطح ونصل في ذلك السطح بز ونخرج
زه عمودا عليه ونعلم على اب زكيف وقع
ونفصل زح مثل اب ونصل دز زح بح
وتبين بمثل ما مر ان زاوية ح ز ز قائمة فيكون
د ز عمودا على زه زب اعني على السطح الذي
كان اب عمودا عليه وذلك ما اردناه ه
الخطوط الموازية لخط وان لم تكن جميعا في سطح فهي متوازية مثلا كخطي
د ز ه ز الموازيين لا ب وليست الثلثة في سطح ونخرج من ح
ح ط ح ك عمودين عليهما فيكون خطا ط
د ط ه ك عمودين على سطح ح ط ح ك
المتقاطعين لكون اح عمودا عليهما فهما
متوازيان لكونهما عمودين على سطح وذلك
ما اردناه ه كل زاويتين توازت اضلاعهما
النظائر ولم تكن اجمع في سطح فهما متساويتان فلتكن الزاويتان ب ه ز وقد توازى
ضلعا ا ب ب ز وضلعا د ه ه ز ي
ب ا ه ز متساويين وكذلك ب د ه ز و
نصل اد ز ز ا ز به د ز وكل واحد
از دز موازيا ولب ه فهما متوازيان
فا د ز ز متساويان فاضلاع مثلثي ا ب د
ز ه ز النظائر متساوية فزاويتا ب ه متساويتان
وذلك ما اردناه ه ١٢ زيد ان نخرج عمودا على سطح من نقطة في
السمك مثلا من نقطة ا عليه عمودا از
ومن ز في ذلك السطح عمود ز ز ومن
ا عليه عمود ا ز فهو عمود على السطح ونخرج
١٧ من ز ز ح ط في السطح موازيا لب د فب ح يا
لكونه عمودا على خطي ز ا ز ه عمود على
سطح مثلث ا ز ز وح ط لكونه موازيا
لب د عمود ايضا عليه فا ز لكونه عمودا

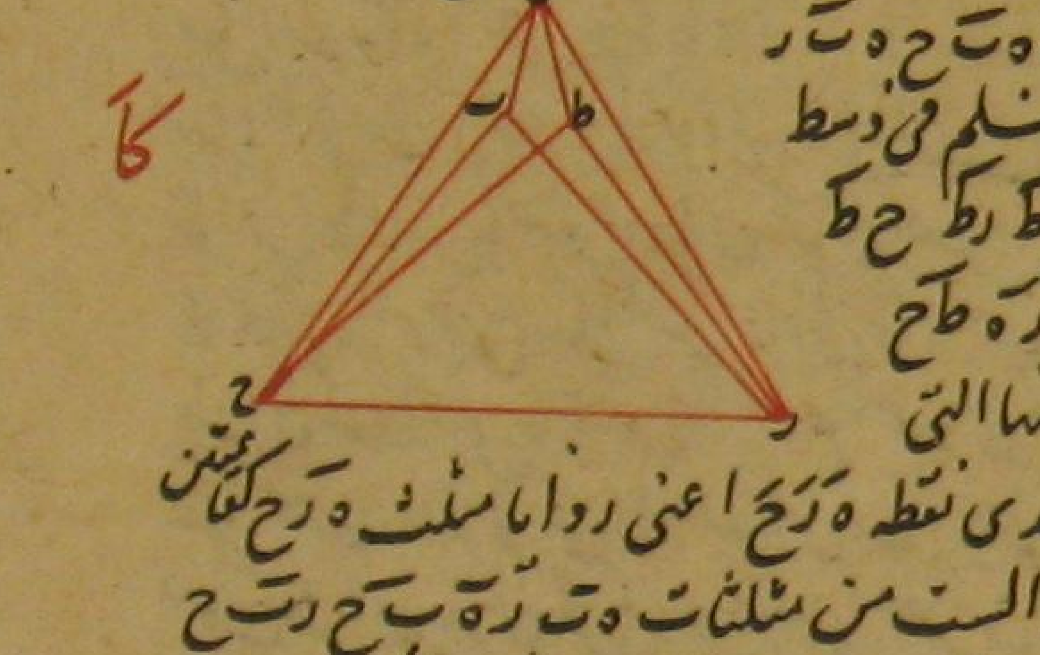
على ه ز ح ط عمود على السطح وذلك ما اردناه ه زيد ان نخرج من نقطة
على سطح عمودا الى السمك مثلا من نقطة ا على سطح ا ب يج
فلنخرج من اي نقطة اتفق في السمك كد الى السطح عمود د ب
فان وقع على ا فهو العمود والا فلنخرج من ا اد موازيا لب د
فهو العمود وذلك ما اردناه ه لا يقوم على سطح عمودان
على نقطة منه كعمودي اب اد ولكن زه الفصل المشترك بين ذلك السطح
وسطح العمودين فيكون زاويتا ب ا ز د ا ز يد
القائمتين متساويتين هذا خلف فاذن
الحكم ثابت وذلك ما اردناه ه
كل سطحين كان خط واحد عمودا عليهما
فهما متوازيان ولكن السطحان د ز ط ز والعمود عليهما اب والا فليخرج
السطحين الى ان تتلاقيا على ك ل
ونعلم عليه م ونصل م ا م ب
فيكون زاويتا ا ب من مثلث ا ب م يه
قائمتين هذا خلف فاذن الحكم ثابت
وذلك ما اردناه ه كل سطحين يخرج في احدهما خطان من نقطة
موازيين لخطين يخرجان في الاخر من نقطة فهما متوازيان ولكن النقطتان
ب ه وقد خرج منهما ا ه ز متوازيين و
ب ج ه ز متوازيين ولنخرج من ب على سطح ه
عمود ب ح ونخرج في ذلك السطح ح ط موازيا يه
له ز وح ك موازيا له ز فيكون ح ط ح ك
موازيين لب ا ب د وكان ب ح عمود ا
عليهما فهو عمود على ب ا ب د بل على السطحين فاذن هما متوازيان
وذلك ما اردناه ه اذا فصل سطح
لسطحين متوازيين ففصلاهما متوازيان يو
ولنفصل سطح ك ل م ه لسطحي ا ب د ز
ه ز ح ط المتوازيين ففصلا ك م ل ه
متوازيان والا فليلتقيا على س
واذا خرج السطحان تلاقيا ايضا عنده هذا خلف ه السطوح
الموازية اذا فصلت خطين فصلتهما على نسبة واحدة مثلا
سطوح ه ز ح ط ك ل م ه س ع وصه المتوازية



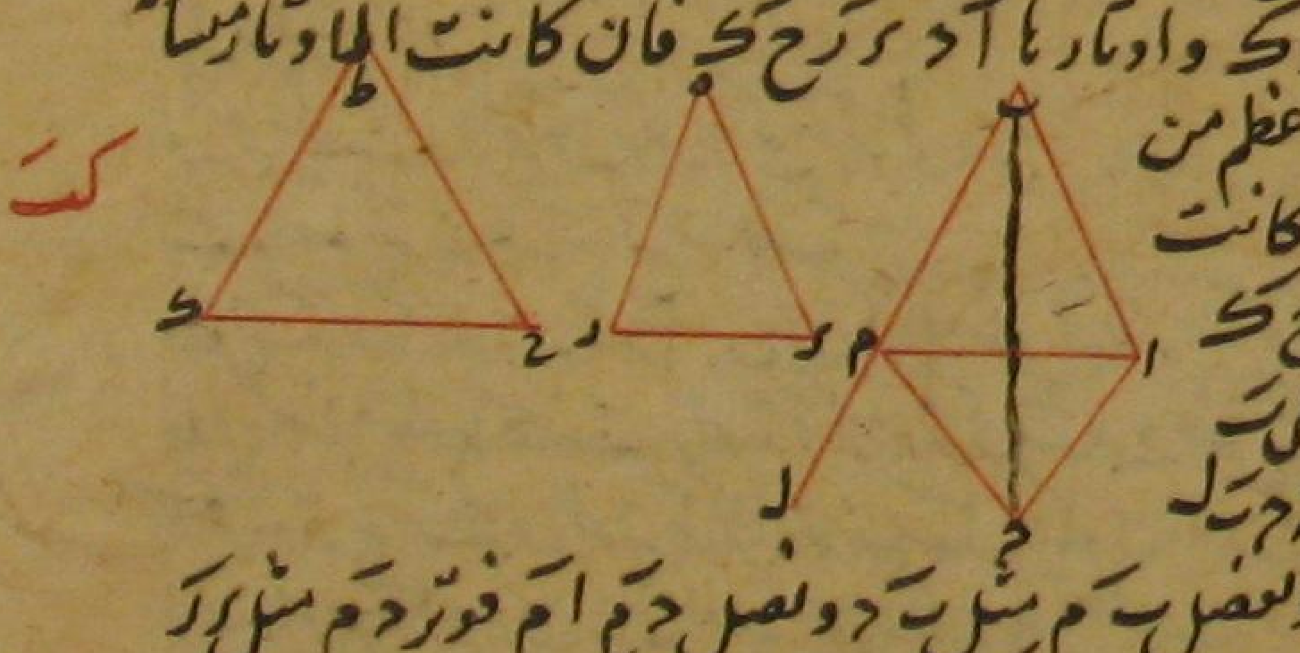
فصلت ا ب على
ا ب د د ر
على د ب ه ر ونفصل لز
ب د ا د ب ر ونتمم
ب د على سطح
ك ل م ك ه ب
ونفصل ب ث
ب ه فلان سطحي د ح ك م فصلا مثلث ا ب د على ا د ب ث فا ب د
ب ث متوازيان وكذلك ث ر ب ه فنسبة ا ب الى ث ب كنسبة د ب
الى ب ب اعني نسبة د ب الى ب ه ر وذلك ما اردناه ه اذا
قام عمود على سطح فكل سطح يمر به يحيط مع الاول بزاوية قائمة مثلا ا ب
عمود على سطح د وقدّم به سطح فحدث فصل بين السطحين وهو د ر ولنكن ه
نقطة عليه ونخرج منها ه ر في السطح المار لح
عمودا فهو عمود على السطح الاول وعلى كل خط
يخرج فيه من ه وكذلك في كل نقطة تفرض
على د ر فالسطحان اذن يحيطان بقائمة وذلك ما اردناه
وقد بان انه اذا قام سطح على سطح فكل عمود على فصلهما يخرج في احد السطحين
فهو عمود على الآخر ه كل سطحين متقاطعين يقومان على سطح على قوائم
ففصلهما عمود عليه فليكن السطحان ا ب د ر ه ر ح
وفصلهما ك ل فان لم يكن عمودا على فصل ذلك السطح لط
فلنخرج من ك عمود ك م في سطح ا د على
فصل ا د وذلك السطح عمود
ك ه في سطح ط ر على ط ر وذلك السطح فهما عمودان
على ذلك السطح هذا خلف فاذن ك ل عمود على فصل
ذلك السطح فهو عمود على ذلك السطح وذلك ما اردناه ه اذا احاطت
ثلث زوايا مسطحة بزاوية مجسمة فكل اثنين منها اعظم من الباقية مثلا احاطت
زوايا ا ب د ا ب ر د ب ر بزاوية ب المجسمة فان كانت الزوايا متساوية
فالحكم ثابت وان اختلفت فلتكن زاوية
ا ب ر اعظم من الباقيتين ونفصل منها زاوية م
ا ب ه مثل زاوية ا ب د ونعلم على ا ب
ب ر نقطتي ط ك ونفصل ط ك



ونفصل ب ر مثل ب ح ونصل ط ر ر ك فلان في مثلثي ط ب ر ط ب ح
ضلع ط ب مشترك وضلعا ر ب ح ب متساويان والزاويتان بينهما متساويتان
يكون ط ر مساويا لـ ط ح وكان ط ر ر ك معا اطول من ط ك فيبقى
ر ك اطول من ح ك فزاوية ر ب ك اعظم من زاوية ح ب ك فاذن
مجموع زاويتي ا ب د د ب ر اعظم من زاوية ا ب ر وذلك ما اردناه ه
كل زاوية مجسمة فان جميع الزوايا المسطحة المحيطة بها اصغر من اربع قوائم
مثلا احاطت بزاوية ب ر وا ب ح ه ب ر
كا ر ب ح ونصل ه ر ر ح ه ح ونعلم في وسط
مثلث ه ر ح نقطة ط ونصل ه ط ر ط ح ط
فالزوايا التسع المثلثات ه ط ر ه ط ح
ر ط ح الثلث تعدل ست قوائم منها التي

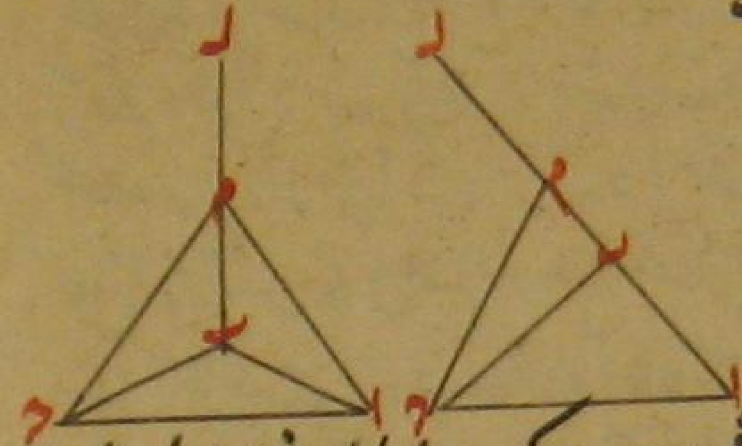


يجمع كل ثنتين منها عند احدى نقطة ه ر ح اعني زوايا مثلث ه ر ح كقائمتين
والثلث المحيطة بـ ط كاربع قوائم والست من مثلثات ه ب ر ه ب ح ر ب ح
التي تجتمع عند نقطة ه ر ح اعظم من الست الاول فيبقى الثلث المجتمعة عند
ب اصغر من الثلث المجتمعة عند ط اعني من اربع قوائم وذلك ما اردناه
اقول وان لم نفرض ط وخطوطها امكن البيان لان الست
من زوايا مثلثات ه ب ر ه ب ح ر ب ح لما كانت اعظم من
من زوايا ه ر ح التي هي كقائمتين بقيت الثلث اصغر من اربع قوائم
وقس عليه لو كانت الزوايا فوق الثلث ه اذا كانت ثلث
زوايا مسطحة متساوي الاضلاع كل اثنين منها معا اعظم من الثالث
امكن ان نعمل من اوتارها مثلث اعني يكون مجموع كل اثنين منها اطول
من الثالث فلتكن الزوايا ا ب ه ط واضلاعها المتساوية ب ا ب ح
ه ر ه ر ط ح ط ك واوتارها ا ح ر ح ح ك فان كانت الاوتار متساوية
كب كان كل اثنين اعظم من
الثالث وان كانت
مختلفة فليكن ح ك
اطول ونرسم على ب ح
من ب ح زاوية ح ب ل

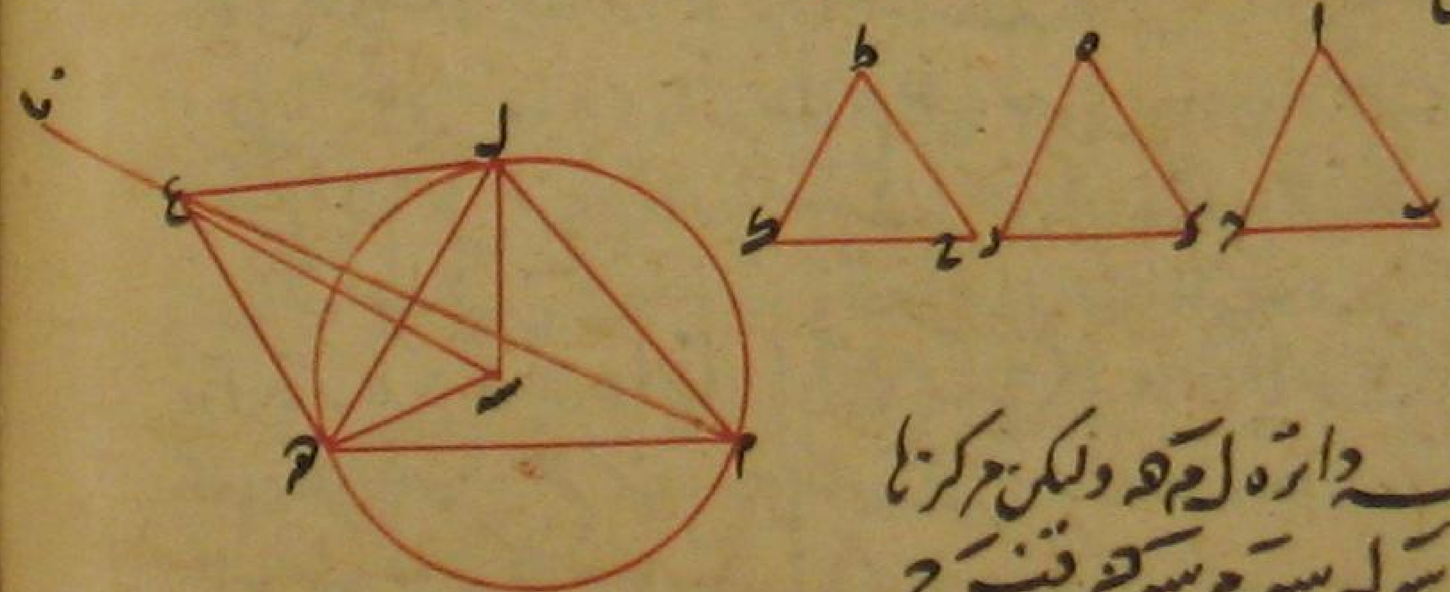


مثل زاوية ه ونفصل ب م مثل ب ر ونصل ح م ا م فوتر ح م مثل ر ر
ومجموع ا ح ح م اطول من ا م و ا م اطول من ح ك لان زاوية ا ب م
اعني زاوية ه ب معا اعظم من زاوية ط والاضلاع متساوية فاذن

مجموع اد دم اطول من ح ك وذلك ما اردناه اقول وقد يختلف
وقوع ام فانه يقع اما بين اد ات وذلك اذا كانت زاويتا ه
اصغر من قائمتين على تمام او منطبقا على ات
وذلك اذا كانتا قائمتين او خارجا
عن اد ات وذلك اذا كانتا اعظم
منها وعلى التقديرات فاد دم اعظم
من ات تم اعني ح ط ط ك د

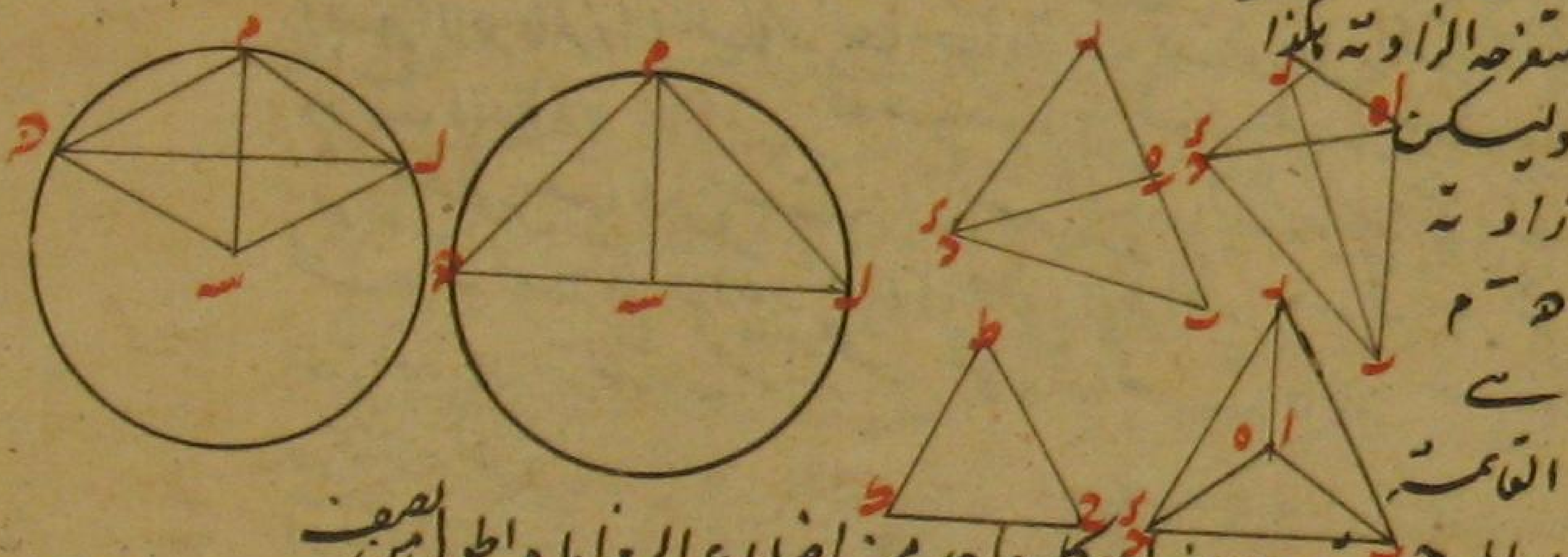


معا اعظم من ح ك وهذه الزوايا الثلث جميعا يكون اما اصغر من اربع
قوائم او ليس باصغر لعدان يكون اصغر من ست قوائم كل واحد من قائمتين
لا محالة والغرض ههنا القسم الاول فانا نحتاج اليه في الشكل المتاخر وكيف
فيه ان يكون فضل قائمتين على مجموع اصغري الزوايا الثلث اقل من فضلها
على اعظمها والا لم يكن الاصغران معا اعظم من اعظمها واما القسم الثاني
فيجب فيه ان يكون كل مجموع اثنين اعظم من قائمتين وان يكون فضل
مجموع الثلث على اربع قوائم اقل من فضل اصغرهما على قائمتين والا لكانت
الباقية قائمتين او اعظم وذلك محال يه نريد ان نعمل زاوية
مجسمة من ثلث زوايا مسطحة مجموعها اصغر من اربع قوائم وكل ثنتين منها
معا اعظم من الباقية ولتكن الزوايا اد ط ونجعلها متساوية الاضلاع
وهي اب اد ه ز ه ر ط ح ط ك ونعمل من اوتارها وهي ب ج د ز
ح ك مثلثا
هو ل م ه
ل م كنع
و م ه كد ز كد
ول ه ح ك



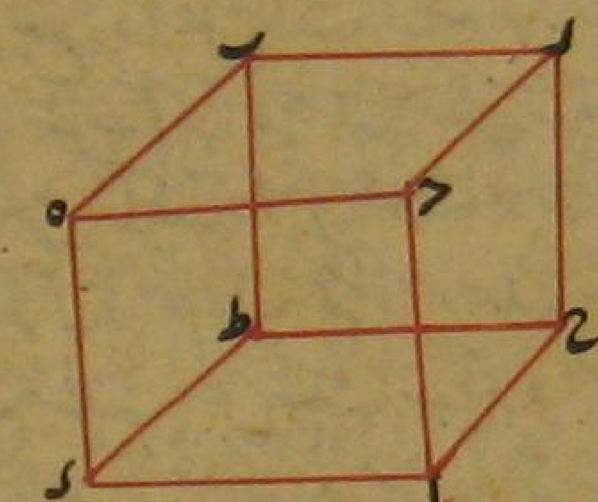
ونرسم عليه دائرة ل م ه ولتكن مركزها
س ونصل س ل س م س ه فنقول ح
مثل ل م ولا تخلو اد من ان يكونا مثلي ل س س م او اقصر او اطول
فان كانا مثليها كانت زاوية أ كزاوية ل س م وبمثل ذلك يكون زاوية
ه كزاوية م س ه وزاوية ط كزاوية ه س ل فيكون الثلث كزوايا س
اعني اربع قوائم وكانت اصغر من ذلك هذا خلف وان كانا اقصر
ولتكن د على ل م وقعت زاوية أ داخل مثلث ل س م فكانت
اعظم من زاوية ل س م وكذلك الباقيتان فيكون الثلث اعظم من اربع

قوائم هذا خلف فاذن كل واحد من اضلاع الزوايا اطول من نصف
قطر الدائرة ونخرج من س عمود س ف على سطح الدائرة ونفصل منه س ع
يقدر ضلع مربع يقوى ات على ل س ونصل ع ك ع م ع ه فزاوية
ع هي المطلوب لان اضلاع الزوايا المثلث المحيط بها كاضلاع الزوايا
الثلث واوتارها كاوتارها فهي مساوية لها وذلك ما اردناه اقول
وانما يقع أ داخل مثلث ل س م لانا اذا فصلنا من كل واحد من ل س
م س مثل اب اد وجعلنا نقطتي ل م مركزين ورسمنا ببعد المفصولين
دائرتين تقاطعتا داخل المثلث والا لم يكن ل م اعني ب ج اقصر من مجموع
ب ا د ا هذا خلف ثم اذا وصلنا بين نقطة التقاطع و نقطتي ل م
حدث مثلث مثل مثلث ب ا د داخل مثلث ل م س فيكون
زاوية الراس اعظم من زاوية س وزاويتا القاعدة اصغر من زاويتي
ل م واعلم ان لهذا الشكل اختلاف وقوع فان مثلث ل م ه
يكون اما حاد الزوايا كما ورد في الاصل واما قائم الزاوية وا ما
منفرجة الزاوية هكذا
وليكن
زاوية
ه م
ي
القائمة

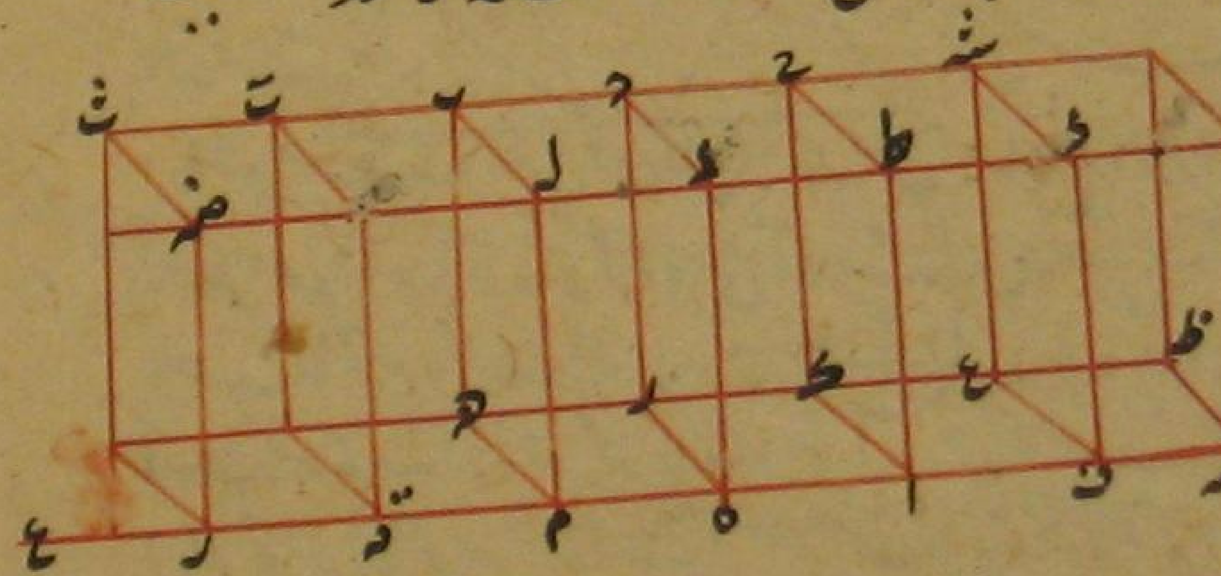


او المنفرجة ونبين ان كل واحد من اضلاع الزوايا اطول من نصف
القطر بجعل ضلعي اد ه ز لزاويتي أ ه مشتركين ونصل ب ز فيقع على
احد الوجوه الثلثة المورد في الشكل المتقدم ويكون اطول من ح ك
لكون زاوية ب ا اعني مجموع زاويتي ا ه في الوجه الاول وتمامها من
اربع قوائم في الوجه الثالث اعظم من زاوية ط وتساوي اضلاعهما و
اما في الوجه الثاني فلكون ب ز مساويا لمجموع ح ط ط ك ولكن ح ك
تساوي ل ه وب د اطول من ل ه وب د د ز تساويان ل م م ه
وزاوية ب د ز اعظم من زاوية ل م ه وزاوية ب د ز هو
مجموع زاويتين مما فوق قاعدتي مثلثي ا ب د ه د ز ثم ان كان
كل من الاضلاع مساويا لنصف القطر كان ا ب د كمثلث س ل م
ومثلث ه د ز كمثلث س م ه فكان مجموع زاويتي د ز اعني
زاوية ب د ز مساويا لزاوية ل م ه وان كان اصغر من نصف القطر

كانت زاوية ح ا صغر من زاوية ل م ثه وزاوية ز ا صغر من
زاوية سه م د لما مر ومجموعهما اصغر من زاوية ل م هـ وكان
اعظم منها هذا خلف فاذن الاضلاع اطول من انصاف
الاقطار وتم البيان كما مر ه السطوح المتقابلة من
المجسمات المتوازية السطوح متساوية متوازية الاضلاع و
ليكن المجسم اب وسطحا ا د ه ز

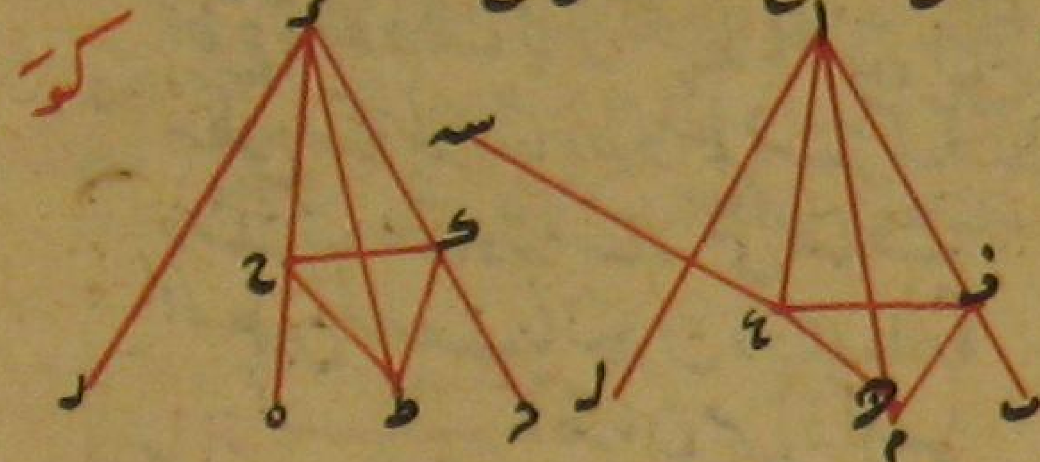


كد ح ب ط منه متقابلين فلان
سطح ا د ه ز وقع على متوازيي
ز د ا ح ب ه ز ط وعلى متوازيي
ز ب ه د ح ط ز ا يكون فصلا د ا
ه ز متوازيين وكذلك فصلا د ه
ا ز وبمثله يبين ان ز ح ب ط متوازيان فاذن السطحان متوازيا الاضلاع
متساويها ولان كل ضلعين يحيطان بزاوية من سطح يوازيان نظيريهما من
السطح الاخر فالزوايا النظائر ايضا متساوية وكذلك في ساير المتقابلات
وذلك ما اردناه ه كل مجسم متوازي السطوح يفصله سطح
مواز لسطحين متقابلين منه الى قسمين فنسبتهما كنسبة قاعدتيهما مثلا
مجسم اب فصله سطح د ز ه ر الموازي لسطحي ح ط ا ك ب ل م ن
المتقابلين منه فنقول نسبة مجسمي ا د ه ب كنسبة قاعدتي
ا ز ه د ولنخرج

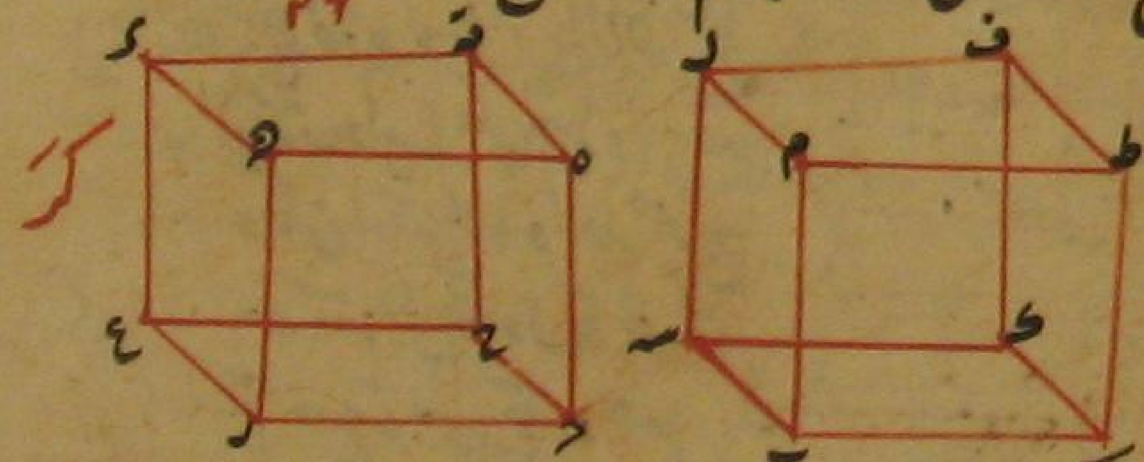


كه ا م في جهتيه الى
غير محدود
ونفصل في جهة ا
ا ف ... مساوية
كه اما امكن
... م ...
فهي مساوية له ما امكن ونتم السطوح والمجسمات فما بين ضلعي القاعدة
في متقابلتها فان كان جميع ... مساويا لجميع ... اعني اضعاف قاعدة
از لاضعاف قاعدة ه د كان مجسم ... مساويا للمجسم ... اعني
اضعاف مجسم ا د لاضعاف مجسم ه ب وان كان ناقصا او زايدا كان
كذلك فاذن نسبة القاعدتين كنسبة المجسمين وذلك ما اردناه نريد ان
نعمل على نقطة من خط زاوية مجسمة مفروضة مثلا على نقطة ا من خط

اب مثل زاوية ز التي تحيط بها زوايا د ز ه د ز ح ه ز ح المسطحات
فلنخرج من نقطة ما على ز ح وهي نقطة ح عمودا على سطح د ز ح وهو ح ط



كو ونصل ط ز ونعمل على ا
من ب ا زاويتي ب ا ل
ب ا م كزاويتي د ز ح
د ز ط ونفصل من ا م
ا د مثل ز ط ونخرج
من د عمود د سه على
على سطح ب ا ل ونفصل منه د ع مثل ط ح ونصل ع ا فيكون زاوية
ا هي المطلوبة ولنعلم على ز ح ك كيف اتفق ونصل ح ك ط ك ونفصل
ا ف مثل ز ك ونصل ع ف د ف فلان ا د د ع مساويان ل ز ط
ط ح وزاويتا ا د ع ز ط ح قائمتان فا ع تساوي ز ح وايضا لان زاويتي
ب ا م د ز ط متساويتان وضلعي ف ا ا د مساويان لضلعي ك ز ز
ز ط يكون ف د ك ط متساويين وكان د ع ط ح متساويين
لك ز ح فزاويتا ... متساويتان وبمثله يبين
ان زاويتي ع ا ل ح ز ر متساويتان وكان زاويتا ب ا ل
د ز ر متساويتين فاذن الثلث المحيطة با مساوية لنظايرها
المحيطة بز وذلك ما اردناه اقول ولهذا الشكل اختلاف
وقوع فان عمود ح ط كما يمكن ان يقع فيما بين د ز كما مر فقد يمكن
ان يقع على احد الضلعين او على نقطة ز او خارجا في احدى الجهات
لكن العمل لا يختلف ه نريد ان نعمل على خط مفروض مجسما شبيها
بمجسم متوازي السطوح مثلا على خط اب بمجسم د ز فنعمل على ا



كز زاوية مجسمة كزاوية
ز ونجعل نسبة اب
الى ا ح والى ا ك
كنسبة د ز الى ز ح
والى ز ه ونتم سطح
ط ب ونخرج من ط
م ت خطوط متوازية وموازية ومساوية لـ ا ك وهي ط ف م ل
ب سه ونصل ف ك ... فيتم المجسم ويبين انه شبيه به و
ذلك ما اردناه ه كل مجسم متوازي السطوح ينصفه سطح ...

بقطري سطحين مجسمين منسوبين الى منشورين مثلا المجسم ا ت ب سطح
د ر ز ه المار بقطري د ر ز ه من سطحي
ا ط ح ت وذلك لان المحيط بالمنشورين
سطوح متقابلة متساوية وسطح مشترك ح كح
ومثلثات متساوية متشابهة هي انصاف
السطوح المنصفة بالقطرين وذلك ما اردناه
وقد بان من ذلك اول
عكسه وهو ان كل منشور تمم مجسما متوازي السطوح فهو نصف المجسم ويحتاج
اليه فيما بعد المجسمات المتوازية السطوح التي على قاعدة واحدة وبارتفاع
واحد وعلى خط واحد فهي متساوية مثلا المجسمين ب د ت ر الكائنين على
قاعدة ا ت وهما بين خطي ح ر ك ه ولا محالة يكون ارتفاعهما
واحدا وذلك لان منشوري ا ل
ر ك ه متساويان لتساوي مثلثي كط
ا ح ط ر ه ر ومثلثي ب ك ل
د م ه وسطحي ح ك ك ط
ه م ه وسطحي ا ب ك ح
ر د م ه وسطحي ا ب ل ط
ر د ه ونجعل ا ب الجسم مشتركا فيصير المجسمان متساويين وذلك
ما اردناه المجسمات المتوازية السطوح التي على قاعدة واحدة و
بارتفاع واحد لا على خط واحد فهي متساوية مثلا المجسمين ب ه
ت ر الكائنين على قاعدة
ا ب ح ر فان راس احدهما
سطح ك ه وراس الاخر سطح ل
ر وليسا على خط واحد
ولكن ارتفاعهما واحد فنخرج
ك ه الى ح ل ك الى
م د ع ه الى ح ونصل
ا م ب ه ر ح د ف فيحدث مجسم ب ح الذي راسه ح ع مع كل واحد
من المجسمين على قاعدتهما وعلى خط واحد فلكونه مساويا لهما يكونان
متساويين وذلك ما اردناه المجسمات المتوازية السطوح
التي على قواعد متساوية وبارتفاع واحد وكانت خطوط سموكها اعمدة

على قواعد

على قواعدها فهي متساوية مثلا ب ك ر ك وقاعدتهما ب د ر ه ر ح ط
مجح ر ح الى ب ه ولنفصل ح ب مثل ا ر ولنعمل على ح زاوية ك ح ع
مثل زاوية ر ا ب ولنفصل ح ف مثل ا ب وكان ارتفاعا ح ت ا ح المجسمين
المتساويان عمودين على سطحي ر ا ب ح ع فراويتا ا ح
متساويتان ونتمم مجسم ف ث فهو مساو لمجسم ت ك ونخرج من ب خط
مستقيم موازيا
لـ ا ح ونخرج ه ك
الى ان يلقاه
على م وط ب ح
الى ان يلقى ف ر
على ق ونتمم مجسمي
ح ش ق ث
ومجسما ق ث ف ث لكونهما على قاعدة
ح ث ب ش وبارتفاع واحد على خط
ق ف ر متساويان ونجسم ق ت ايضا
مساو لمجسم ت ك ولنسبة مجسمي ر ك
ق ث الى المجسم ح ش كنسبة
قاعدتي ر ط ق ش الى قاعدة ح م وقاعدة ق ش تساوي قاعدة
ف ش لكونهما على ح ش وبين متوازي ح ش ق ر فنسبة مجسمي ر ك
ف ث اعني مجسمي ر ك ت ك الى المجسم ح ش كنسبة قاعدتي ر ك ف ث اعني
قاعدتي ر ك ت ك المتساويتين الى قاعدة ح ش فلكون نسبة
المجسمين الى مجسم ثالث نسبة واحدة يكونان متساويين وذلك ما اردناه لا
المجسمات المتساوية السطوح التي على قاعدة متساوية وبارتفاع
واحد ولم يكن سموكها اعمدة على قواعدها فهي متساوية مثلا المجسمين ب ك
ر ق الكائنين على قاعدتي ب ر ر ط وذلك ما اردناه اذا اخرجنا اعمدة
اسه ب ع د ت ر ص لب
من قاعدة ت ر على سطح
م ك واعمدة ه ث
ر خ ح ر ط ص من
قاعدة ر ط على سطح
ش ق واتممنا المجسمين

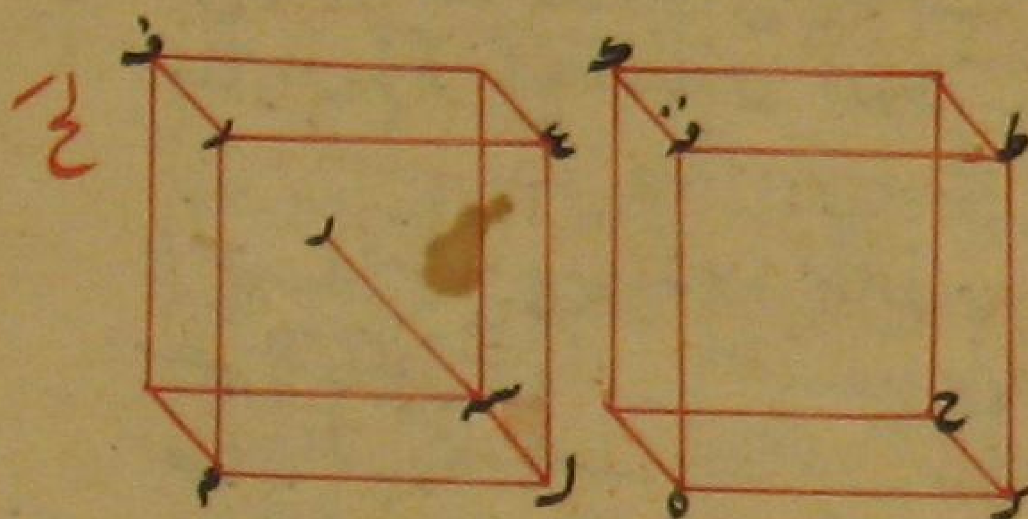
كان مجسمات ك ب حه متساويين لكونهما على قاعدة واحدة وبارتفاع
واحد وكذلك مجسما رق رحه وكان مجسمات حه رحه متساويين لكونهما
على قاعدتين متساويتين وبارتفاع واحد وخطوط السمك اعمدة على قاعدتين
فاذن مجسمات ك رفه متساويان وذلك ما اردناه ه نسبة المجسمات
المتوازية السطوح المتساوية الارتفاعات بعضها الى بعض كنسبة القواعد
مثلا المجسمين ك رك وقاعدتاهما ر دط ولنعمل على د ر قاعدة
د ك مثلا قاعدة ر ط
على ان ا ر د مستقيم على لج
الاستقامة ونتمم مجسم
د ته مع مجسم ب ك
بارتفاع واحد وعلى خط
واحد فهو مساو لمجسم ر ك
لتساوي القاعدتين والارتفاعين ونسبته الى مجسم ب ك كنسبة
قاعدته الى قاعدته وذلك ما اردناه ه كل مجسمين متوازيي السطوح
تكون خطوط سمكيهما اعمدة على قواعدهما فان كانا متساويين كانت
قاعدتاهما متكافئتين لارتفاعيهما وان كانت قاعدتاهما متكافئتين
لارتفاعيهما كانا متساويين مثلا المجسمات د ر وقاعدتاهما اح دك
وذلك لان ارتفاعي ح ت ل ر ان كانا متساويين كانت نسبة
المجسم الى المجسم كنسبة القاعدة الى القاعدة فان كان المجسمان متساويين
كانت القاعدتان
كذلك ونسبتهما
كنسبة الارتفاعين لد
بالتكافي وان كانت
النسبة كذلك
بالتكافي كانت
كانت القاعدتان متساويين فكان المجسمان كذلك وان كان ارتفاعا
ح ت ل ر مختلفين ولكن ل ر اطول ونفصل منه ل ع مثل ح ت
وكذلك ط ف د سه ك شه مساوية له ونصل خطوط ف سه شه ع فيكون
مجسمات د ع متساويي الارتفاع ونسبتها كنسبة قاعدتيها واذا
جعلنا سطح ك ر ك ع قاعدتي مجسمي د ر د ع صارا بارتفاع واحد
وصارت نسبة د ر الى د ع كنسبة قاعدة ك ر الى قاعدة ك ع

اعني خط ل ر الى خط ل ع فان كان مجسمات د ر متساويين كانت
نسبتهما الى مجسم د ع اعني نسبة قاعدة اح الى قاعدة دك ونسبة
خط ل ر الى خط ل ع اعني الى خط ح ت نسبة واحدة وذلك هو
التكافي وان كانت نسبة اح الى دك اعني نسبة مجسم ا ت الى مجسم د ع كنسبة
ل ر الى ح ت اعني الى ل ع التي هي نسبة مجسم د ر الى مجسم د ع كان
المجسمان متساويين وذلك ما اردناه ه كل مجسمين متوازيي
السطوح فان كانا متساويين كانت قاعدتاهما متكافئتين لارتفاعيهما
وبالعكس مثلا المجسمات د ر وقاعدتاهما اح دك ولنخرج من نقطة
القاعدتين الثابتة الاعمدة ه
له عليهما الى سطحي د ت ب ر
ونتمم مجسمي ا ر د ط المساويين
لمجسمات د ر ويكون الحكم
فيهما بيانا للشكل المتقدم
فهو في مجسمات د ر ايضا
ثابت لاتحاد القاعدتين والارتفاعين وذلك ما اردناه
نسبة المجسمين المتوازيي السطوح المتشابهين كنسبة ضلع الى نظيره مثلثة
مثلا المجسمات د ر وليكن نسبة ا ر الى خط دط الطولين كنسبة ك د
الى سه ط العرضين و
كنسبة ه ر الى ح ط
السمكين فلنخرج ه ر ونجعل
لو ر ه مثل ح ط
ونخرج ك ر ونجعل
ر م مثل سه ط
ونخرج ا ر ونجعل
ر ك مثل
د ط ونتمم مجسمات ع ك ف ر ف ك فيكون كل اثنين منها ومن
مجسم ا ت على الترتيب بعضها سطح موازي لسطحيهما وتصير مجسم ف ك
مساويا لمجسم د ر لتساوي ابعادهما وزواياهما القائمة فنسبة مجسم
ا ت الى مجسم ع ك كنسبة ر ه الى ر ك السمكين ونسبة مجسم ع ك الى
مجسم ف ر كنسبة ك ر الى ر م العرضين ونسبة مجسم ف ر الى المجسم
ف ك اعني مجسم د ر كنسبة ا ر الى ر ك الطولين فنسبة مجسم ا ت الى

مجسم د ز ك نسبة احدهما الى نظيره مثلثة وذلك ما اردناه هج اذا
كانت زاويتان مسطحتان متساويتان وقام عليهما خطان في السمك
يحيطان مع خطي الزاويتين المتناظرتين بزوايا متساوية على النظائر
واخرج من اي نقطتين اتفقتا من القائمين عمودان على سطح الزاويتين
ووصل بين موقعيهما والزاويتين يحيطين فانهما مع القائمين يحيطان بزاويتين
متساويتين فلتكن الزاويتان ا ب ج د ه ز والخطان القائمان ب ح
ه ط على ان زاويتي ا ب ح د ه ط متساويتان وكذلك زاويتا
ح ب ج ط ه ز واخرج من نقطتي ح ط من خطي ب ح ه ط عمودي
ح م ط ل على سطحي ا ب ج د ه ز فوقعا على م ل ووصل
م ب ل ه نقول ان زاويتي م ب ح ل ه ط متساويتان
فلنفصل ب ك مساويا لـ ه ط ونخرج من ك عمود ك س على سطح
ب ج فهو يقع على ب م لان نقطة ك ح يكون لا محالة في سطح عمود ي
ك ح ب م وسطح ا ب ج فهي على فصلهما وهو ب م ونخرج من
م ع ا ب ه ز
عمودي م ف
ع ز وعلى د ف
ز ه عمودي
م ق ع ش
ولنصل
ف ه

ز ش ك ف س د ك ق س ش فمربع ب ك يساوي مربعي ك م
م ب ومربع م ب يساوي مربعي م ف ف ب فمربع ب ك يساوي
مربعات ك م م ف ف ب وكان مربع ك ف مساويا لمربعي
ك م م ف فمربع ب ك يساوي مربعي ك ف ف ب فك ف عمود
على ا ب وكذلك نبين ان ك ق عمود على د ت وان س ر على
ز ه وس ش على ز ه عمودان فلان مثلثي ب ف ك ه ر س
زاويتي ب ه متساويتان وزاويتي ف ر قائمتان وضلعي ب ك
ه س متساويان يكون ب ف مثل ه ر وف ك مثل ر س وكذلك
نبين ان ب ق مثل ه ش فيكون في مثلثي ب ف ق ه ر ش تساوي
زاويتي ب ه واضلاعهما ضلعي ف ق ر ش والزوايا اللتان فوقهما
النظاير متساوية ويبقى في مثلثي م ف ق ع ر ش تعدان لتلك

الزوايا بين قوايم زاويتان متساويتان لنظيرهما مع تساوي ضلعي
ف ق ر ش فيكون ف م ر ع متساويتين وكان ف ك مثل ر س
فاذا القينا من مربعيهما مربعي ف م ر ع لبقي مربعا م ك ع س متساويين
واذا القينا من مربعي ب ك ه س المتساويين لبقي مربعا ب م ه ع
متساويين وتبين ان اضلاع مثلثي ب ك م ه س ع النظاير متساوية
فيكون زاوية م ب ح مثل زاوية د ه ط وذلك ما اردناه
اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان عمود ك م
يمكن ان يقع على ب او على احد ضلعيها او خارجا ويكون البيان على
قياس ما هم كل مجسمين متوازي السطوح الزوايا النظاير يحيط باحدهما
ثلثة خطوط متناسبة وبالاخر فهما متساويان وليكن الخطوط
ا ب ج ود ه ز مثل ا



ونعمل على ب زاوية
مجسمة كيف اتفق
ونجعل ب ح مثل ا
ب و ب ط مثل
ج ونتمم مجسم ب ك
المتوازي
الاضلاع وليكن ل م مثل ب ونعمل على ل زاوية مجسمة مثل زاوية
ب على ان زاوية م ل ن كزاوية ه ب ط وزاوية م ل س كزاوية ه ب ح
وزاوية س ل ن كزاوية ح ب ط ونجعل ل س ل ع ايضا مثل ب ونتمم
مجسم ل ف نقول فهما متساويان لانا اذا جعلنا ب ح ل س
المتساوي سمكيهما كانا على نسبة قاعدتي ه ط م ع المتساويين لتساوي
زاويتي ه ب ط م ل ع وتكافي الاضلاع المحيطة فاذن المجسمان متساويان
وذلك ما اردناه هج كل اربعة خطوط كان على اثنين منها مجسمان
متشابهان متوازيا السطوح وعلى الاخرين اخران كذلك فان
كانت متناسبة كانت المجسمات كذلك وان كانت المجسمات متناسبة
كانت الخطوط كذلك فلتكن الخطوط ا ب ج د ه ز ح ط وعلى ا ب ج د مجسما
ا ك د ل المتشابهين الخلقة وعلى ه ز ح ط مجسما ه م ح ن كذلك
وليكن الخطوط اولا متناسبة ونجعل نسبة ا ب الى ج د كنسبة
ج د الى س ونسبة ج د الى ع ونسبة ه ز الى ح ط كنسبة ح ط
الى ف ونسبة ف الى ق فيكون نسبة مجسم ا ك الى مجسم د ك

لط

كنسبة اب الى ع ولنسبة مجسم ه م الى مجسم ح ه كنسبة ه ز الى ق ه وبالمساواة
نسبة اب الى ع كنسبة ه ز الى ق ه فاذن المجسمات متناسبة وليكن المجسمات
متناسبة ونجعل نسبة اب الى د ز كنسبة ه ز الى ر ش ونعمل على ر ش
مجسم ر ت لمجسم ح ه فهو ايضا لمجسم ه م ونسبة اك الى د ك كنسبة ه م
الى ر ت وكانت كنسبة ه م الى ح ه فمجسما ح ه ر ت متساويان وكانا
متشابهين فح ك مثل ر ش فاذن الخطوط متناسبة وذلك ما اردناه

اقول وهذا مبني على ان المجسمات المتشابهة لمجسم
واحد متشابهة وهذا يسهل مما تقدم ه اذا انصف اضلاع
سطحين متقابلين من مكعب واخرج من نقط التنصيف سطحان متقاطعان
تقاطعان المكعب كان فصلهما وقطر المكعب متناصفين فليكن المكعب ا ب و
سطحاه المتقابلان ب ه ر ط د وقد نصف اضلاعهما على ك ل م ن س ع ف ق
واخرج منها سطحي ك ف ل ق متقاطعان على ر ش وليكن قطر المكعب
خط ا ت فنقول ان ا ت ر ش تتناصفان على ت ولنصل ح ز ر ا فلان
في مثلثي ا ر ح ز ه زاويتي ل ه قائمتان والاضلاع المحيطة
بهما متساوية يكون ضلعا
ا ز د ز متساويين و
كذلك زاويتا ل ز ا
ه ز د ونجعل زاوية
ا ز ه مشتركة فتصير
زاويتا ل ز ا ا ز ه
القائمتين كزاويتي ه ز د
ه ز ا فخط د ز ا
م
متصل على الاستقامة ونصل ب ش ش ح ونبين اتصالهما
و ب ت ا ح لكونهما موازيين ل ه ك متوازيان وكانا متساويين فا د
د ت متوازيان متساويان وقطر ا ت ح ب يقطعهما فهو يقطع ر ش

ولان

ولان في مثلثي ا ر ت ب ش ت ضلعي ا ر ت ش متساويان
والزوايا النظائر متساوية فا ت يساوي ت ب و ر ت يساوي
ت ش وذلك ما اردناه ه كل منشورين متساويي الارتفاع
يكون قاعدة احدهما مثلثا وقاعدة الاخر متوازي اضلاع
يساوي ضعف المثلث فهما متساويان مثلا كمنشوري ا ب ح د ه ر
ح ط ك ل م وقاعدتاهما متوازي اضلاع ب ر ومثلث ه ك
ل ولنتمم متوازي
اضلاع ه ك
فيتساوى متوازي
اضلاع ب ر
ما
ونتمم مجسمي د ش
ك ع متساويان
لتساوي القاعدتين والارتفاعين فاذن نصفاهما وهما المنشوران
متساويان وذلك ما اردناه تمت المقالة الحادية عشر بعون الله تعالى

المقالة الثانية عشر خمسة عشر شكلا

كل سطحين كثيري الزوايا متشابهين في دائرتين فان نسبتهما كنسبة مربعي
قطري الدائرتين مثلا كسطحي ا ب ج د ه ز ح ط ك ل م وليكن القطران
ب ز ط د ونصل ا ز ح د ب ه ط م فمثلثا ا ب ه ح ط م
يتساوي زاويتي
ا ح وتناسب
الاضلاع المحيطة
ا
بهما تكون زاوية
ا ه ب اعني زاوية
ا ز ب مساوية
لزاوية ح م ط
اعني زاوية ح د ط فمثلثا ا ز ب ح د ط لتساوي المذكورتين زاويتا
ه ح ط قائمتين متشابهان ونسبة ا ب الى ح ط كنسبة ب ز الى ط د وكانت
نسبة سطح ا ب ج د ه الى سطح ح ط ك ل م كنسبة ا ب الى ح ط مثناة
فهي اذن كنسبة ب ز الى ط د مثناة اعني كنسبة مربعيهما وذلك ما
اردناه ه نسبة كل دائرتين كنسبة مربعي قطريهما وليكن الدائرتان اد

ه‍ح وقطرا اسمات ر ر‍ک ط فان لم يكن نسبة مربع ر‍ت الى مربع ر‍ط كنسبة
دائرة اد الى دائرة ه‍ح فلتكن كنسبتهما الى سطح اما اصغر من سطح دائرة
ه‍ح اوا عظم وليكن اولا الى اصغر وهو ث ولتكن فضل دائرة ه‍ح
على ث هو ح ونصف قوسى ره ه‍ک رح ط ونصل ره ه‍ک ط‍ح ح ر
فسطح ه‍ح اعظم من نصف دائرة ه‍ح ونصف القسى الاربعة على
ک ل م ه‍ ونصل اوتارها فيحدث مثلثات الاربعة هي اعظم من انصاف
القطع الاربعة وهكذا الى ان يبقى قطع هي اصغر من ح فيكون الكثير
الاضلاع الحادث وهو سطح ک م مثلا اعظم من سطح ث ونعمل في دائرة
اد كثير اضلاع شبيه وهو سه‍ ف فنسبة مربع ت را الى مربع ر ط
كنسبة كثير اضلاع سه‍ ف الى كثير اضلاع ک م وكانت كنسبة دائرة
اد الى سطح ث فنسبة كثير الاضلاع سه‍ ف الى دائرة اد كنسبة كثير
اضلاع ک م الى سطح ث وكثير اضلاع ک م اعظم من سطح ث
فكثير اضلاع سه‍ ف
اعظم من دائرة اد
الجزء من كله هذا خلف
ولكن ايضا نسبة مربع
ت ر الى مربع ر‍ط كنسبة
دائرة اد الى سطح
اعظم من سطح دائرة ه‍ح واذا خالفنا كانت نسبة مربع ر ط
الى مربع ت ر كنسبة سطح اعظم من سطح دائرة ه‍ح الى سطح دائرة اد
بل كنسبة سطح دائرة ه‍ح الى سطح اصغر من دائرة اد وبين الخلف
بالذي من المذكور فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه اول
انما يكون المثلثات الواقعة في القطع المذكوره اعظم من انصافها لانا اذا
اخرجنا من رؤس المثلثات خطوطا موازية لاوتار القطع ومن اطراف
القطع اعمدة على تلك الخطوط يحدث سطوح متوازية الاضلاع اعظم
من القطع فالمثلثات لكونها انصاف تلك السطوح يكون اعظم من
انصاف القطع وانما يصح الابدال بين الدوائر والسطوح المستقيمة
الاضلاع لامكان وقوع النسبة بينهما لكونهما من جنس واحد اد
يزيد بعضها بالتضعيف على بعض بخلاف ما يكون من اجناس مختلفة
كالخطوط والسطوح مثلا ه‍ لنا ان نعضل كل مخروط مثلث
القاعدة الى مخروطين متساويين شبيهين ومنشورين متساويين

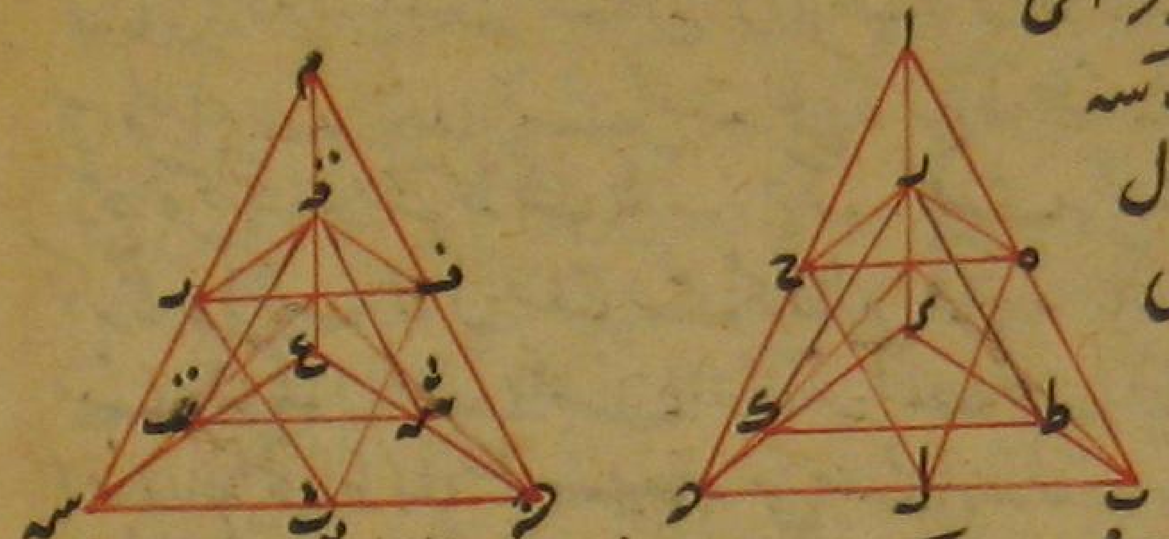
حتى كنسبة دائرة اد الى سطح ث وبالابدال نسبة كثير الاضلاع

ح ت

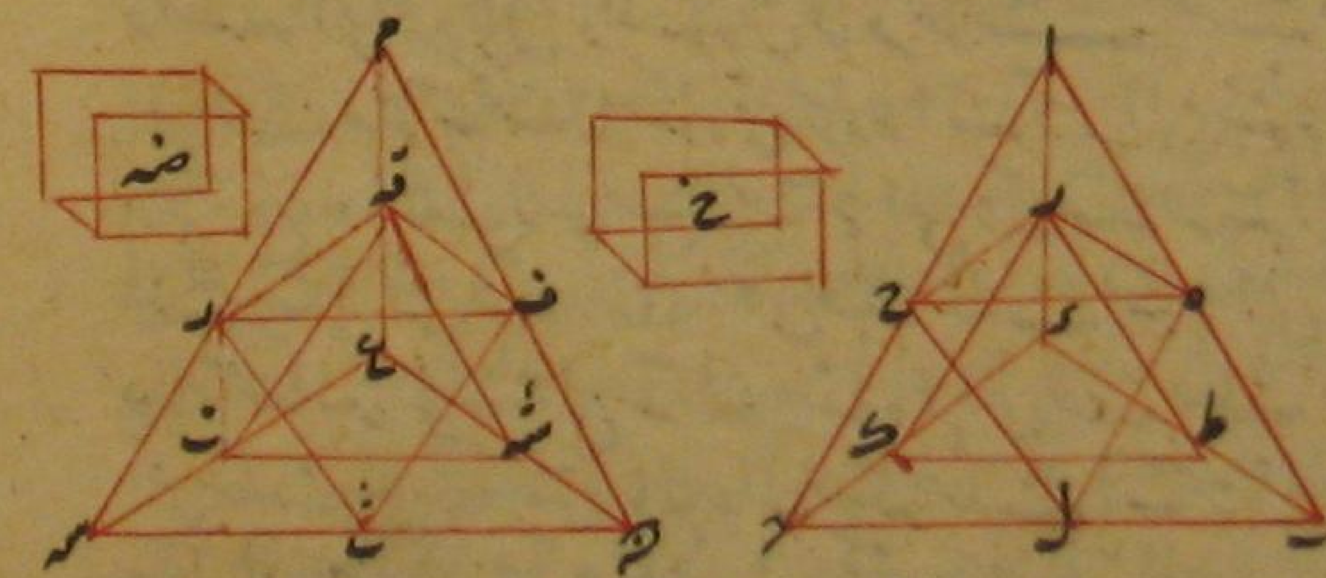
يكونان اعظم من نصفه فلنكن المخروطات د ر وقاعدته ا ت ح وراسه
ر ولننصف اضلاعه الستة على ه‍ ر‍ح ط‍ک ک ونصل ه‍ ر
ر‍ح ه‍ح ر‍ط ر‍ک ط‍ک ط‍ک ح‍ک فيتعدد فصلناه الى ما
ذكرنا وذلك لان مثلثات مخروطي اه‍ح ر ر‍ط ک النظاير
متساوية لكون اضلاعها النظاير انصاف نظايرها من
اضلاع المخروط الاعظم وهي متشابهة لنظايرها من المخروط
الاعظم لكون بعض الزوايا
مشترك وبعضها متساوية
لكون اضلاعها موازية لنظايرها
من اضلاع المخروط الاعظم فهما
متساويان متشابهان متشابهان
للاعظم وقد بقي من المخروط الاعظم
منشوران متساويا الارتفاع مشتركان في سطح ر‍ط ل‍ح قاعدة احدهما
متوازي اضلاع ه‍ت ل‍ح وقاعدة الاخر مثلث ح ک د وهو نصف ه‍ت ل‍ح
لتساوي ت ل ل د وكون ه‍ح موازيا ل ت د فالمنشوران ايضا متساويان
والمنشور الذي قاعدته ح ک د اعظم من مخروط اه‍ح ر لانهما متساويا
القاعدة وراس احدهما مثلث وراس الاخر نقطة فاذن المنشوران
اعظم من نصف المخروط الاعظم وذلك ما اردناه ه‍ كل مخروطين
مثلثي القاعدتين متساوي الارتفاعين نفصلا الى مخروطين متساويين
شبيهين ومنشورين متساويين فنسبة قاعدة احدهما الى قاعدة الاخر
كنسبة منشوريه الى منشوري الاخر فليكن المخروطان ا ت ح ر م ه‍ سه‍ ع
ولنفصلهما الى المخروطين والمنشورين كما مر فنقول نسبة مثلث ا ت ح
الى مثلث م ه‍ سه‍ كنسبة منشوري مخروط ا سه‍ ح ر الى منشوري مخروط
م ه‍ سه‍ ع وذلك لان نسبة ت د الى د ک كنسبة ه‍ سه‍ الى سه‍ ث
فنسبة ت ح د الى د ک مثناه اعني نسبة مثلث ا ت ح الى مثلث
ح ث كنسبة ه‍ سه‍ الى سه‍ ث مثناه اعني نسبة مثلث م ه‍ سه‍
الى مثلث ر ث سه‍ وبالابدال نسبة مثلث ا ت د الى مثلث
م ه‍ سه‍ كنسبة مثلث ح ک د الى مثلث ر ث سه‍ اعني نسبة المنشور الذي قاعدته
ح ک د الى المنشور الذي قاعدته ر ث سه‍ لتساوي ارتفاعهما وكون كل
واحد منهما نصف مجسم متوازي الاضلاع ونسبة المنشور

١٦

الذي قاعدته ح ک د الى
الذي قاعدته ر ث سه
كنسبة ضعف الاول
الى ضعف الثاني
اعني كمنشوري
مخروط

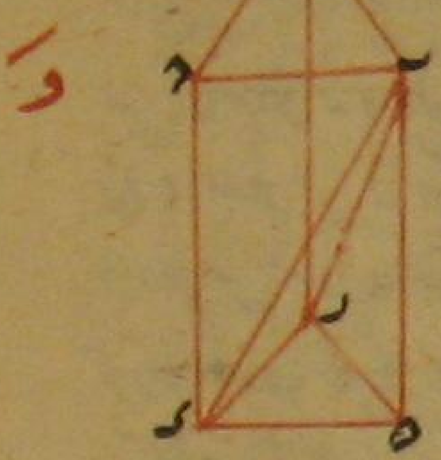


اب د الى منشوري مخروط م ه سه ع فنسبة القاعدة الى القاعدة
كنسبة المنشورين الى المنشورين وذلك ما اردناه وقد بان انا اذا
فصلنا كل مخروط من المخروطات الاربع ايضا الى مخروطين ومنشورين
وهكذا الى غير النهاية كانت نسبة كل قاعدة الى نظيرها كنسبة منشوريها
الى منشوري نظيرها ونسبة متقدم الى تال كنسبة جميع المقدمات الى جميع التوالي
فنسبة قاعدة اب د الى قاعدة م ه سه كنسبة جميع المنشورات غير المتناهية
التي في المخروط الاول الى نظائرها في المخروط الثاني كل مخروطين مثلثي
القاعدتين متساويي الارتفاعين فنسبتهما كنسبة قاعدتيهما وليكن المخروطان
اب د ر م ه سه ع فان لم يكن نسبة اح الى م ه سه كنسبة مخروط
اب د ر الى مخروط م ه سه ع فلتكن كنسبته الى مجسم اصغر او اعظم من مخروط
م ه سه ع وليكن اولا اصغر وهو مجسم خ وليكن فضل مخروط م ه سه ع
على مجسم خ ضه ونفصل مخروط م ه سه ع الى مخروطين ومنشورين وكل واحد
من مخروطيه الى امثالهما حتى يبقى مخروطات اصغر من ضه فيكون المنشورات
اعظم من خ ونفصل مخروطات اب د ر الى نظائرها فنسبة اب د الى م ه سه
كنسبة جميع منشورات اب د ر الى جميع منشورات م ه سه ع و
كانت كنسبة
مخروط اب د ر
الى المجسم خ فنسبة
جميع منشورات
م ه سه ع
كنسبة
مخروط

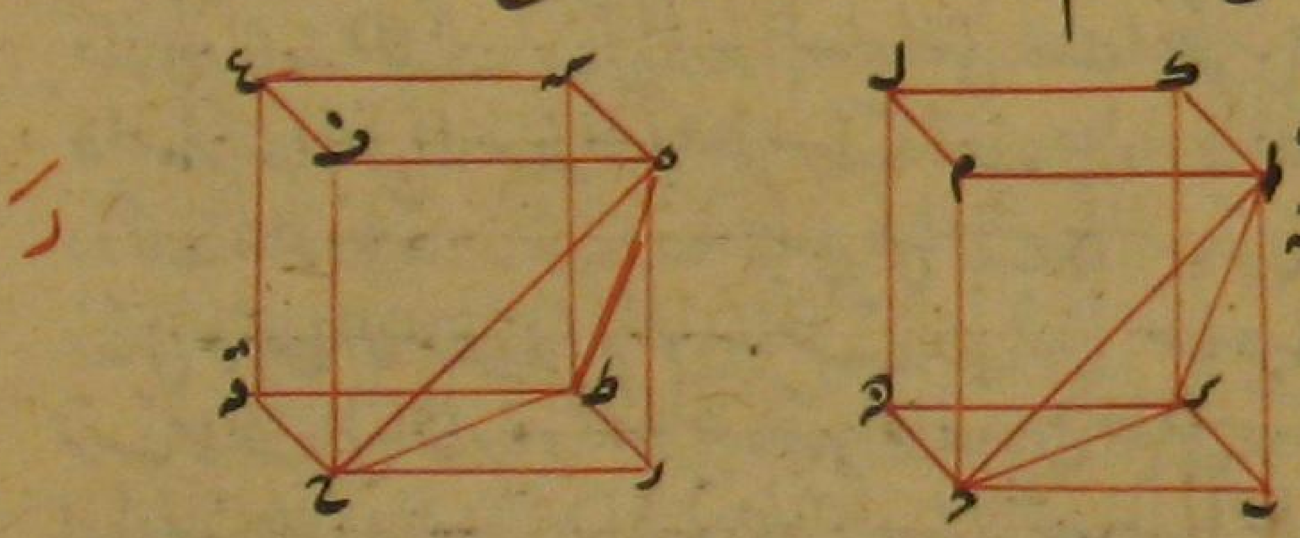


اب د ر الى المجسم خ وبالابدال نسبة منشورات اب د ر الى مخروط
اب د ر كنسبة منشورات م ه سه ع الى المجسم خ وهي اعظم من مجسم خ فمنشورات

اب د ر اعظم من مخروطها الجزء من كله هذا خلف ثم ليكن اعظم فيكون نسبة
قاعدة م ه سه الى قاعدة اب د كنسبة مخروط م ه سه ع الى ما هو اصغر من مخروط
اب د ر ويعود الخلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه لنا ان نفصل كل منشور
مثلث القاعدة الى ثلث مخروطات متساويات مثلثات القواعد مثلا كمنشور



اب د ه ر الذي قاعدته د ر ونصل ب ر ت ر
ر ه فقد فصلنا وذلك لان المخروط الذي قاعدته
د ت ر وراسه ر يساوي الذي قاعدته ب ر ه و
راسه ايضا ر ويبقى من المنشور مخروطات ه ر مساويا
للثاني اذا جعلنا راسيهما ب وقاعدتيهما مثلثي
ا ر ه ه ر فاذن الثلثة متساوية وذلك ما
اردناه اول ب وقد ظهر من ذلك عكسه وهو ان كل مخروط مثلث القاعدة
ثم منشورا فهو ثلث المنشور ونحتاج الى هذا العكس في ما يلي هذا
الشكل كل مخروطين مثلثي القاعدة فان كانا متساويين كانت
قاعدتاهما متكافئتين لارتفاعيهما وبالعكس وليكن المخروطات
اب د ر ه ر ح ط ونتمم مجسميهما المتوازيي السطوح و هما
ب ک ل ع



فالحكم فيهما ثابت
لكن نسبتيهما نسبة
سدسيهما اعني
المخروطين و
نسبة قاعدتيهما
نسبة نصفيهما
اعني قاعدتي المخروط ونسبة ارتفاعيهما نسبة ارتفاعي المخروطين
لانهما واحد فالحكم في المخروطين كما كان فيهما وذلك ما اردناه
كل مخروطين مثلثي القاعدة متشابهين فنسبتهما نسبة ضلع الى نظيره مثلثة
مثلا كمخروطي اب د ر ه ر ح ط وذلك لانا اذا تممنا مجسميهما وهما ب ل ر ع
كان الحكم فيهما ثابتا لتشابههما لكن المخروطان على نسبة المجسمين لكونهما
سدسيهما واضلاعهما النظائر على نسبة اضلاعهما لاتحاد البعض بالبعض
فاذن الحكم في المخروطين كما كان فيهما وذلك ما اردناه و
الشكل كما هو مخروط الاسطوانة المستديرة ثلثها والا فليكن
اولا اصغر من الثلث فيكون الاسطوانة اعظم من ثلثة امثال

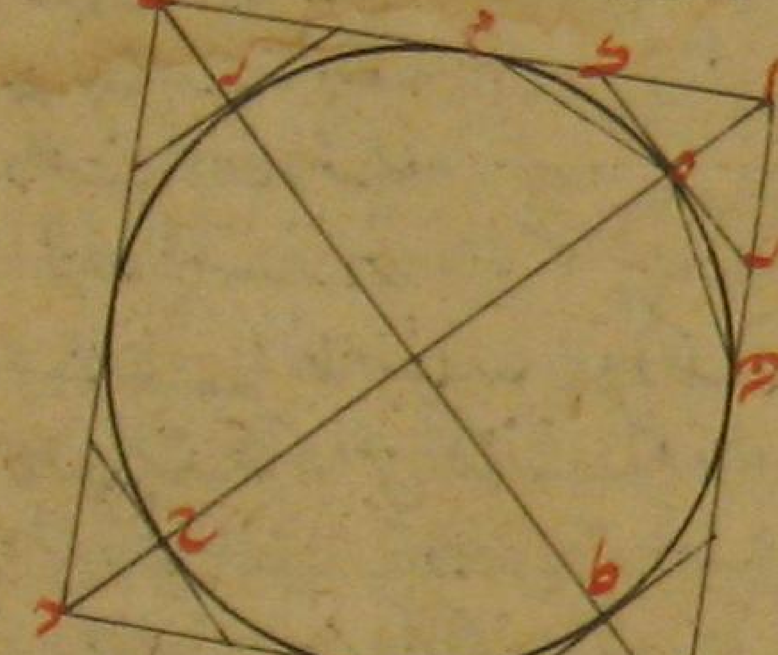
المخروط مثلا بقدر مجسم قه وليكن قاعدتاهما دائرة ا ب ج د و
نعمل في الدائرة مربع ا ب ج د عليه مجسما مضلعا بارتفاع الاسطوانة
فهو اعظم من نصف الاسطوانة ثم ننصف القسي الاربعة على ه ز ح ط



ونعمل عليها منشورات بارتفاعها
فهي اعظم من نصف بقايا الاربعة
من الاسطوانة وهكذا الى ان يبقى منها
بقايا اصغر من قه فيكون المنشورات
اعظم من ثلثة امثال المخروط ثم نعمل
مخروطا مضلعا على قاعدة تلك المنشورات بارتفاع المخروط المستدير والاسطوانة
وتتألف لا محالة من مخروطات بعدة المنشورات فيكون ثلثة امثال مساوية
للمنشورات التي هي اعظم من ثلثة امثال المخروط المستدير فالمخروط المضلع اعظم
من المستدير وهو داخل فيه هذا خلف ثم ليكن ايضا اعظم من الثلث
مثلا بقدر مجسم قه فيكون الاسطوانة اصغر من ثلثة امثاله ونعمل بالتدبير
المذكور مخروطا مضلعا في المستدير بارتفاعه تنقص بقاياه من قه فيكون امثاله
اعظم من الاسطوانة ونعمل منشورات على قاعدة المخروط المضلع بارتفاعه
فيكون مساوية لثلثة امثال المخروط المضلع التي هي اعظم من الاسطوانة
فالمنشورات داخل الاسطوانة اعظم منها هذا خلف فاذن الحكم ثابت
وذلك ما اردناه اقول وهذا مبني على ان السطح المستوي الواصل بين
خطين على محيط الاسطوانة او المخروط المستديرين يقع داخلهما وبيان ذلك
قريب مما تقدم في الدائرة والخط المستقيم الواصل بين نقطتين على محيطها
وايضا مبني على ان المنشور الواقع في قطع الاسطوانة ينفصل منها اعظم من نصفها
وكذلك في المخروط وبيانهما قريب مما اوردته في قطعة الدائرة والمثلث الواقع
فيه و يح فنقول كل مجسم اصغر من ثلث الاسطوانة فهو اصغر من
المخروط وكل مجسم اعظم منه فهو اعظم من المخروط وليكن اولا المجسم اصغر وثلثة
امثاله اصغر من الاسطوانة بقدر مجسم قه فنعمل مثل ما مر في الاسطوانة منشورات
يكون بقاياها اصغر من قه وجميعها اعظم من ثلثة امثال
المجسم الاصغر ونعمل المخروط مضلعا على قاعدة المنشورات
فيكون اصغر من المخروط ومساويا لثلثها الذي هو
اعظم من المجسم الاصغر فاذن المجسم الاصغر من ثلث
الاسطوانة اصغر من المخروط ثم ليكن مجسم اعظم
وثلثة امثاله من اسطوانة بمجسم قه ونعمل على دائرة

القاعدة مربع ا ب ج د وعليه مجسما مضلعا بارتفاع الاسطوانة فيكون
اما اعظم من ثلثة امثال المجسم او ليس باعظم فان كان اعظم فليكن
بمجسم قه فضلات المنشور على الاسطوانة اعظم من مجسم قه ونصل
من المركز زوايا المربع بخطوط تقع الدائرة على نقطة ه ز ح ط



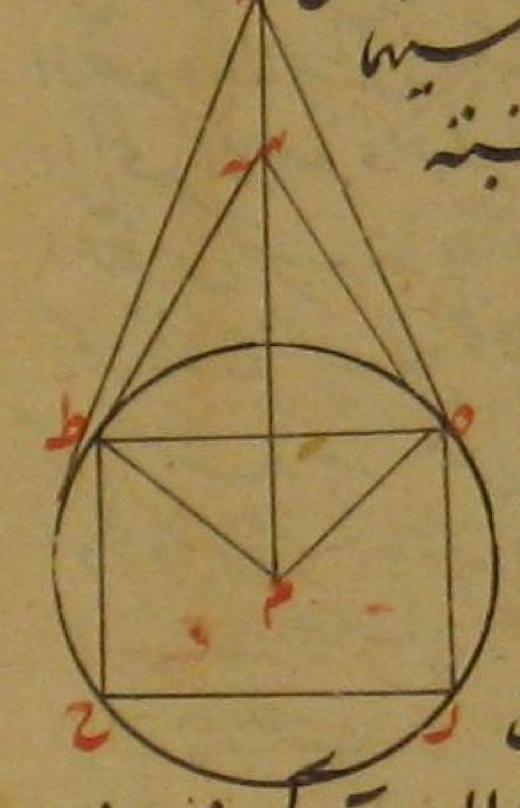


ونخرج منها خطوطا مماسا
للدائرة فهي فصل من الفضلات
اعظم من نصفها وليكن
لبيان ذلك ا ب ا د
مماسين على م ه و
ل ه ك المماس على ه يلاقيهما
على ك ل ونصل م ه ك
فام تساوي ا ه و ك ه
تساوي ك م وا ك
اعظم من ك ه لكون زاويته ه قائمة فهو اعظم من ك م فمثلث
ا ك ه اعظم من مثلث ك ه م وكذلك مثلث ا ل ه من مثلث ل ه ح
فمثلث ا ك ل اعظم من نصف القطعة التي تلي ا وكذلك في الباقية وهكذا
نعمل الى ان يبقى من فضلات المضلع ما هو اصغر من قه ويبقى على الجملة
مجسم مضلع ليس باعظم من ثلثة امثال المجسم الاعظم لكنه اعظم من الاسطوانة
المستديرة ونعمل على قاعدة مخروطا مضلعا يكون ثلثه فيكون ليس باعظم من
المجسم الاعظم وهو اعظم من المخروط المستدير فاذن المجسم الاعظم من ثلث
الاسطوانة اعظم من مخروطها وبان ان المجسم الذي يساوي المخروط
هو الذي يساوي ثلث الاسطوانة لاعز ه كل اسطوانتين
مستديرتين متشابهتين او مخروطين كذلك فنسبة احديهما الى الاخرى كنسبة
قطر القاعدة الى قطر القاعدة مثلثة فلتكن قاعدتا الاسطوانتين
او المخروطين دائرتا ا ب ج د ه ز ح ط وقطراهما ب ج ز ط وسهماهما
ك ل م ه فان لم يكن نسبة ب ج الى ز ط مثلثة كنسبة مخروطات ك ب ج د ك الى
مخروط ه ز ح ط ه اعني المستديرين فليكن كنسبة الاول الى مجسم اصغر من
الثاني او اكبر وليكن اولا اصغر بقدر مجسم ا مثلا ونعمل في الدائرة
مربع ه ز ح ط وعليه مخروطا ثم ننصف قسي القطع وعليه مخروطات
الى ان يبقى بقايا من مجسم ا ويحصل مخروط مضلع قاعدته

ه س د ع ح ف ط
ورأسه رأس المخروط
المستدير اعظم من المجسم
الاصغر ونعمل في دائرة
ا ب د ر كثير اضلاع
شبيه بتلك القاعدة
موازي س ه د ت ر ث
ونعمل عليه مخروطاً رأسه راس
المخروط المستدير
فنقول انهما متشابهان وذلك لان نسبة ل ك الى ت ر
كانت كنسبة ه م الى ر ط لتشابه المخروطين المستديرين فنسبة ل ك
الى م ه كنسبة ت ك الى ر م وكنسبة ر ك الى س ه ومثلثا ت ك ل
ر م ه متشابهان وكذلك مثلثا ر ك ل س م ه لكون زاويتي
ك م فيهما قائمتين والاضلاع المحيطة بهما متناسبة فتكون نسبة ر ك
الى ر ه ونسبة ر ك الى س ه ايضاً تلك النسبة وايضاً في مثلثي ت ك ر
ر م س المتشابهين لتساوي زاويتي ت ك ر ر م س وتناسب
الاضلاع المحيطة بهما فنسبة ت ر الى ر س تلك النسبة وليس جميع اضلاع
مثلثي ت ر ل ر س ه النظائر متناسبة فهما ايضاً متشابهان
فمخروطا ت ر ك ل ر س م ه متشابهان لتشابه المثلثات النظائر
المحيطة بهما وكذلك في سائر المخروطات المحيطة بالسهمين التي عدتها متساوية
ونسبة كل واحد الى نظيره كنسبة ضلع الى نظيره مثلثة بل كنسبة ت ر الى
ر ط مثلثة فاذن نسبة ت ر الى ر ط مثلثة كنسبة الضلع الذي مجموع طات
د ر ك الى المضلع الذي في مخروط ه ر ح ط د وبالابدال نسبة المضلع الذي
في مخروط ه ر ح ط د الى المجسم الاصغر لكنه اعظم من المجسم الاصغر فالمضلع
الذي في مخروط ا ب د ر ك اعظم منه هذا خلف ثم لتكن كنسبة الاول
الى المجسم اكبر من الثاني ولنصير بالخلاف نسبة ر ط الى ت ر مثلثة
كنسبة مخروط ه ر ح ط د الى المجسم اصغر من مخروط ا ب د ر ك ولعود
الخلف فاذن الحكم ثابت في المخروطين وثبت كذلك
في الاسطوانتين وذلك ما اردناه ﻫ كل اسطوانتين
او مخروطين مستديرين متساوي الارتفاع فنسبتهما ما

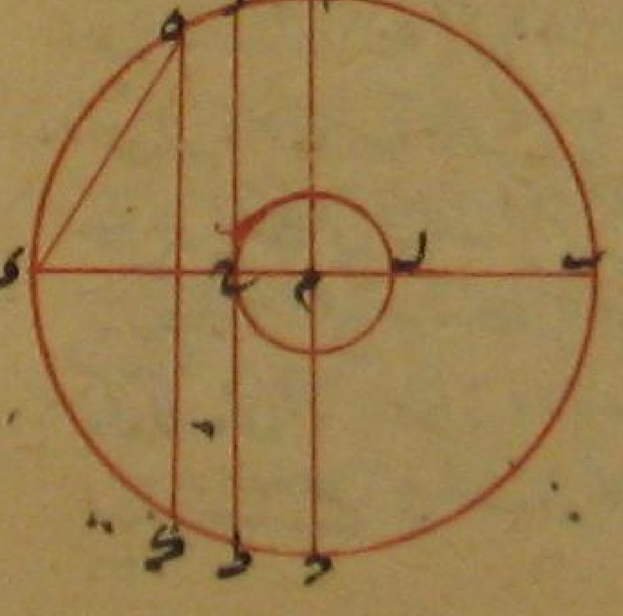
كنسبة قاعدتيهما وليكن المثال والشكل كما مر فان لم يكن نسبة
دائرة ا ب د ر الى دائرة ه ر ح ط اعني القاعدة الى القاعدة
كنسبة المخروط الذي ارتفاعه ك ك الى المخروط الذي ارتفاعه
م ك وهما متساويان فليكن كنسبة المخروط الاول الى المجسم اصغر
من المخروط الثاني ونعمل كما مر مخروطاً مضلعاً في الثاني اعظم
من ذلك المجسم وفي الاول على حلقته فيكونان متساويي الارتفاع عين
ونسبتهما كنسبة مربع ب د الى مربع ر ط اعني كنسبة دائرة ا ب د ر
الى دائرة ه ر ح ط اعني كنسبة المخروط الذي ارتفاعه ك ل الى المجسم
الاصغر وبالابدال نسبة مضلع الاول الى المخروط كنسبة المضلع الثاني
الى المجسم الاصغر ومضلع الثاني اعظم من المجسم الاصغر فالمضلع الاول
اعظم من المخروط هذا خلف وكذلك ان كانت كنسبته الى مجسم
اكبر فاذن الحكم في المخروطين ثابت وثبت لذلك في الاسطوانتين اذ
كل واحد مثله امثال مخروطيهما وذلك ما اردناه ﻫ كل اسطوانتين
او مخروطين مستديرين فان كانا متساويين كانت قاعدتاهما متكافئتين
لارتفاعهما وبالعكس ولتكن
قاعدة احديهما دائرة
ا ب د ر وسهمه ك ل وقاعدة
الاخرى ه ر ح ط وسهمه م ه
فان تساوى السهمان تساوت
القاعدتان وثبت الحكم و
عكسه وان اختلفا وليكن م ه
الاطول فصلنا م س مثل ك ل
وعملنا على قاعدة ه ح وبارتفاع
م س مخروطاً او مستديراً وليكن اولاً مخروطي ا ب د ر ل ه ر ح ط ه
متساويين فنسبتهما الى مخروط ه ر ح ط س واحدة ولكن نسبة احدهما
اليه نسبة الدائرة الى الدائرة ونسبة الاخر اليه نسبة م ه الى م س
فنسبة دائرة ا ب د ر الى دائرة ه ر ح ط كنسبة م ه الى م س اعني
ك ل بالتكافؤ وايضاً ليكن النسبتان هكذا فتكون نسبة مخروطي ا ب د ر ل
ه ر ح ط ه الى المخروط ه ر ح ط س نسبة واحدة فيكونان متساويين
وكذلك في الاسطوانة وذلك ما اردناه اقول هذا
مبني على ان نسبة مخروط ه ر ح ط ه الى المخروط ه ر ح ط س

كنسبة ارتفاع م ه الى ارتفاع م س ولم يبين ذلك في الاصل وبيانه
قريب مما مر وهو ان نسبة م ه الى م س ان لم تكن كنسبة مخروط
ر ط ه الى مخروط ر ط س فلتكن كنسبة مخروط ر ط ه الى ما هو اكبر او
اصغر من مخروط ر ط س وليكن اولا الى ما هو اصغر منه
مثلا المجسم آ ونعمل في مخروط ر ط س مضلعا اعظم من المجسم الاصغر
ومضلعا آخر في ر ط ه على قاعدته والمضلعان يشتملان على مخروطات
مثلثات القواعد بعدة واحدة محيط بالسهم ونسبة احدهما الى
نظيره كنسبة الكل الى الكل ولكن نسبة احدهما لمخروط ه ط م د الى
نظيره لمخروط ه ط م س يكون اذا جعلنا ط مثلا راسيهما



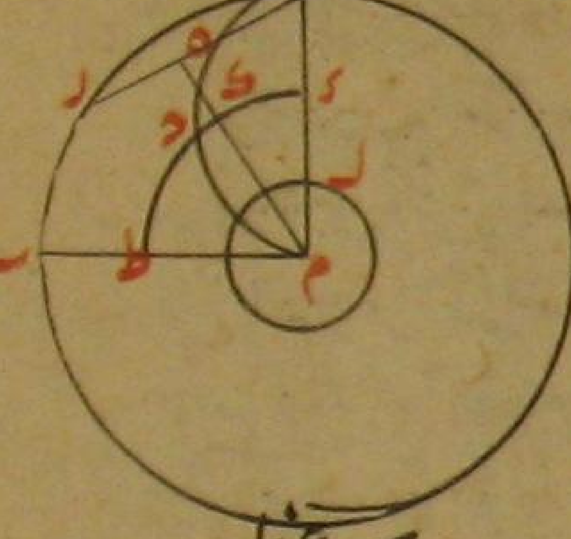
كنسبة مثلث ه م د الى مثلث ه م س اعني نسبة
م ه الى م س فنسبة المضلع الاطول الى المضلع
الاقصر كنسبة م ه الى م س اعني كنسبة مخروط
ر ط ه الى المجسم الاصغر وبالابدال نسبة المضلع
الاطول الى مخروط كنسبة الاقصر الى المجسم الاصغر
والاقصر اعظم منه فالمضلع الاول اعظم من
مخروط المحيط به هذا خلف ويعمل ذلك بين الخلف ان
كانت النسبة الى مجسم اكبر فاذن يكون نسبة م ه الى م س كنسبة
مخروطيهما المستديرين ولوجه اخف وسدا بالاسطوانة ولعول
ان احدنا الاسطوانة ر ط ه ونسهم م ه اضعافا بعدة واحدة
ما امكن وكذلك الاسطوانة ر ط س ونسهم م س كانت الزيادة
والنقصان والمساواة للاولين والآخرين معا فاذن اسطوانة
ر ط ه الى اسطوانة ر ط س كنسبة سهم م ه الى سهم م س وكذلك نسبة
ثلث ر ط ه الى ر ط س اعني المخروط الى المخروط

ه نريد ان نعمل
في اعظم دائرتين متحدتي المركز سطحا كثير الزوايا متساوي الاضلاع
غير مماس لاصغرهما وليكن الدائرتان آ ب ج د و ر ح ك وقطرهما
المتقاطعان على قوائم آ ج ب د والمركز م



ونخرج من ح خطا مماس دائرة ح ك
وهو ر ح ط فهو توازي آ ج وننصف
قوس آ د ثم ننصف نصفه وهكذا الى ان
يحصل قوس ه د اصغر من ر ح ونخرج
ه ك موازيا لـ ر ط فهو لا مماس دائرة

ح ك ونفصل ه ر وهو اولى بان لا مماس ونفصل الدائرة اليه قسى
مساوية لـ ه ر ونصل اوتارها فيتم المطلوب قول وههنا
احد من اعظم مقدارين نصفه الى ان صار اصغر من اصغرهما كما
ذكرت في صدر المقالة العاشرة وبوجه آخر نعمل على المركز زاوية ا م ه



القائمة وعلى ا م نصف دائرة ا د م ونعلم على
ا ك نقطة ر كيف كانت ونرسم على ا م
بعد م ر ربع دائرة ر ح ط وننصف
زاوية ا م ب تارة بعد اخرى الى ان يقطع
الخط المنصف قوس ر ح على ك وهو
خط م ه ونخرجه الى ه من قوس ا د م
ونصل ا ه ونخرجه الى ر فا ر لا مماس دائرة ح ك لان م ه اعظم
من م ط اعني ر م وهو اعظم من م ك وقوس ا ر تعد الدائرة لان
نصفها اعني زاوية ا م ه حصلت من منصفات قائمة فاذن اذا
فصلنا الدائرة الى اقسام مساوية لـ ا ر ووصلنا الاوتار حصل المطلوب
ه نريد ان نعمل في اعظم كرتين متحدتي المركز مجسما كثير القواعد لا
مماس قواعده اصغرهما وان نبين انا اذا عملنا في كرة اخرى مجسما
آخر شبيه الاول كانت نسبة المجسمين كنسبة قطري الكرتين مثلثة
فلنتوهم سطحا يمر بمركزي الكرتين فيحدث من فصله على العظمى دائرة ا ب ج د
وعلى الصغرى دائرة ه ر ح ط وليكن المركز ك ولتمر به قطرا ا ج ب د
متقاطعين على قوائم ونرسم في دائرة ا ب ج د سطحا كثير الاضلاع متساويها
لا مماس دائرة ه ر ح ط وليكن من اضلاعه ب م م ل ل ا ونخرج
م ك الى س و ل ك الى ع ومن ك عمود ا س على سطح ا ب ج د مماس الكرة
وهو ك ع ونخرج سطحا يمر بـ ح ع و ا ع ثم س ع فيحدث من فصلهما
نصفا دائرتي م ع س ل ع د ولنقسم ربعي ل ع م ع باقسام مثل م ل
ق ف ع م ر س ع المساوية لاقسام ربع ب ا ونصل ر ف
ونخرج من ر ف على فصلي م س ل د عمودي
ر ت ف ث فيقعان عمودين على سطح ا ب ج د ويكونان متوازيين
متساويين لتساوي قوسي م ر ل ف ويكونهما القسي وتريهما
ونصل ا ت ث ت ث متساويين ونصل ت ث فهو موازي
م ك لكون نسبة ك ت ت م كنسبة ك ث ث ل ويكون اقصر منه
لكونهما على نسبة ك ت ك م ورف ت ث متساويان

لنكون رت قه ث كذلك لد
فرقه ل م متوازيان
ورقه اقصر من
ل م قد وا ربعة اضلاع
رم ل د في سطح واحد
وسوحد القواعد و
هو غير مماس الكرة الصغرى
لان اضلاعه الثلثة المتساوية غير
مماسة والرابع اقصر من احدها وكذلك يبين ذا الاربعة اضلاع
سه رف في سطح واحد وغير مماس وان مثلث ع شف غير مماس
ونعمل في ساير الاقسام والاوتار كذلك الى ان نتم المجسم واذا
عملنا شبهه في كرة اخرى كانا متشابهين من مخروطات قواعدها
قواعد المجسمين ورؤوسها المركزان وعدة ما يقع في الكرتين واحدة
وكل شبيه لنظيره لتشابه السطوح النظاير المحيطة بها فيكون نسبة الواحد
من المخروطات الى نظيره كنسبة ضلع الى نظيره مثلثة اعني نسبة نصف قطر
احدى الكرتين الى نصف الاخرى بل قطر احدهما الى قطر الاخرى مثلثة و
نسبة الكل الى الكل كنسبة الواحد الى الواحد فنسبة المجسم الى المجسم كنسبة القطر
الى القطر مثلثة وذلك ما اردناه اقول اما كون فصل السطح المار على الكرة دائرة
فظاهر واما كون ذي اربعة اضلاع رم ل د غير مماس للكرة الصغرى لكون اضلاعه
غير مماسة لها فموضع نظر ونعيد لبيانه الدائرتين ذوا الاربعة الاضلاع
ونصفي دايرته وفصلهما ومتوازيي اضلاعه في رت ث ونصل ك ث
ك د فخطوط ك ر ك د ك م ك ك متساوية لانها انصاف اقطار
الكرة ولا شيء منها بعمود على سطح
رم ل د فنخرج من ك عمود
ك ص ونصل ر ص م ص
ل ص د ص ونخرج من ك
على وتر ل م عمود ك ظ
فخطوط ر ص م ص ل ص
د ص متساوية لان نصف
قطر الكرة يقوى على ك ص
بزيادة مربع كل واحد منها

تماسها ل م فهذا اشكل يتوجه على ظاهر ما في الكتاب ولنخرج بيان
حله من ك عمود ك ف على م ت ونقول لتساوي ر م مرك ك ف
يكون زوايا ر ص م م ص ل ل ص د متساوية ولكون ر د اقصر
من الثلث يكون زاوية ر ص د اصغر من الثلثة وكانت جميع زوايا
ص اربعة قوايم وكل واحد من الثلثة منفرجة فمربع م ت اصغر من نصف
مربع م ك ولكون زاويتي ك م ل ك ل م متساويتين يكون زاوية
ك م ل اعظم من زاوية م ك ف فضلع ك ف اطول من ضلع ف م
وكان م ك يقوى عليهما فمربع ك ف اعظم من نصف مربع م ك فك ف
اطول من م ص فك ف اقصر من ك ص وكان ك ف على ما
وضعه اقليدس في الشكل المتقدم اطول من نصف قطر الدائرة الصغرى
و ك ف غير مماس اياها فك ص اطول كثيرا منه فاذن سطح ذي
اربعة اضلاع ر م ل د لا تماس الكرة الصغيرة ع نسبة الكرة
الى الكرة كنسبة القطر الى القطر مثلثة مثلا نسبة كرة ا د الى كرة ه ح
فان لم يكن نسبة قطر ب د الى قطر ر ط مثلثة كنسبة كرة ا د الى كرة ه ح
فليكن كنسبتهما الى كرة اصغر او اعظم منها وليكن اولا اصغر كالكرة ا
ولنتوهم على مركز كرة ه ح كرة مثل كرة ا وهي كرة ك م ونعمل في
كرة ه ح كثير قواعد لا تماسها ومن كرة ا د شبهه فنسبة
ب د الى ر ط مثلثة كنسبة كثير قواعد
ا د الى كثير قواعد ه ح
وكانت كنسبة كرة
ا د الى كرة ا اعني
ك م فنسبة كثير
قواعد ا د الى كثير قواعد ه ح كنسبة كرة ا د
الى كرة ك م وبالابدال نسبة كثير قواعد ا د الى كرة ا د كنسبة كثير قواعد
ه ح الى كرة ك م وكرة ك م اصغر من كثير قواعد ه ح فكرة ا د اصغر
من كثير قواعده الكل من جزؤه هذا خلف ولكن ايضا كنسبتها الى
كرة اعظم ويكون بالخلاف نسبة ر ط الى ب د مثلثة كنسبة كرة ه ح الى
كرة اصغر من ا د ونعود الخلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه
اقول اما توهم كرة ك م مثل كرة ا على مركز كرة ه ح
فممكن لانا اذا فصلنا من قطر ر ط قطر ل د كقطر ا على ان يكون
المركز على منتصفه ورسمنا عليه نصف دائرة وادرناه الى ان نعود

له

الى موضعه اد انتمت كرة لكرة آد ولكن قوله ان لم يكن نسبة القطر الى القطر
مثلثة كنسبة الكرة الى الكرة فلتكن كنسبتها الى كرة اصغر او اكبر موضع
نظر لان ذلك محال لا يجب بل الواجب ان يكون كنسبتها الى مجسم ا د
اكبر من الكرة الساية كما كان في نظايره لان النسب انما هي من
عوارض المقادير بالذات دون الاشكال العارضة للمقادير
وما لم يبين امكان وجود كرة تساوي اي مجسم يعرض لا يثبت الحكم
بهذا الوجه وهذا اعظم شك يرد على ما في كتاب اقليدس وانا ما
وجدت من المهندسين من يعرض له او لحله الى الان ولم يتفق لي فيه
بعد ما يسنح ان اورد والفهم الا ان منّ الله ان على بعض قواعد
ابلونيوس وايراد ذلك غير لائق بهذا الموضع والله المستعان
تمت المقالة الثانية عشر بعون الله تعالى

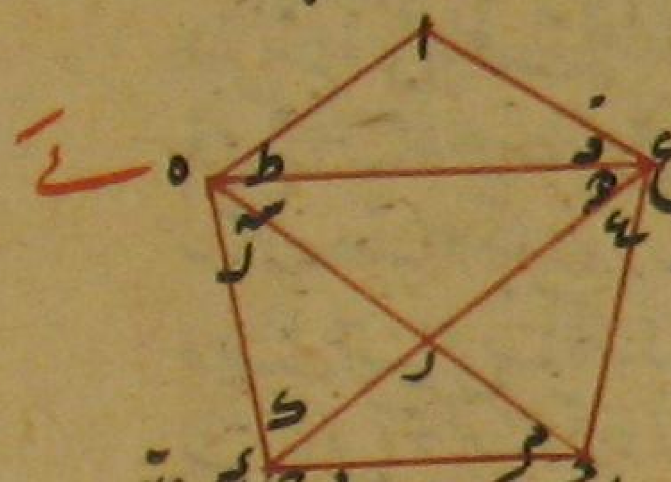
المقالة الثالثة عشر احد وعشرون شكلا

كل خط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين واضيف نصفه الى اطول
قسميه كان مربع ذلك خمسة الامثال مربع نصف الخط ولكن الخط اب
والطول قسميه اد والنصف المضاف اليه اه نقول فمربع ده
خمسة امثال مربع اه ونعمل على دَ مربع
دز ونخرج ال ونتم الشكل وعلى ات مربع
ار ونخرج طد الى ك فلان اح اعني ا
ضعف اه اعني ام يكون سطح اك ضعف
سطح اس وكان بك اعني سطح ات
في تد مساويا مربع اد اعني لس فمربع
اد اعني اربعة امثال مربع اه يساوي علم
قعر ولنصير زاده مربع اه جميع ده خمسة
امثاله ه ولو جعلنا سطحات في تد لمربع
اد ونجعل سطحات في اد مشتركا لتصير مربع
ات اعني اربعة امثال مربع اه مساويا لسطحات في اد اعني ضعف
سطح تا في اد مع مربع اد ونجعل مربع اه مشتركا لتصير
خمسة امثال
مربع اه مساويا لمربع ده وذلك ما اردناه ه كل خط قسم بمختلفين
وكان مربعه خمسة امثال مربع احد قسميه ثم زيد في قسمه الاخر

ذات
ما صار معه مثل القسم الاول كان القسم الثاني مع الزيادة منقسما على النسبة
وسط وطرفين والاطول هو القسم الثاني فليكن الخط بد ومربعه خمسة امثال
مربع با والزيادة بد فنقول ان ات منقسم على ب على النسبة المذكور
والاطول اد ولنتم الشكل على ما مر ولنسقط اد من مربع ده فيبقى علم
قعر مساويا للاربعة امثال مربع با اعني مربع اب فلان
سطح اك يساوي ضعف مد اعني نهى مد ه نهى كسه وهو مربع
اد مساويا لدر وهو سطح ات في تد فاذن الحكم ثابت وبالوجه الاخر
اذا القينا من مربع بد مربع با لبقي ضعف سطح با في اد اعني سطح
ات في اد مع مربع اد مساويا للاربعة امثال مربع با اعني مربع
ات ونسقط سطح ات في اد المشترك يبقى مربع اد مساويا لسطح ات في
تد فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه والشكل كما مر ه كل خط
قسم على نسبة ذات وسط وطرفين اضيف نصف اطول قسميه الى اقصرهما
كان مربع ذلك خمسة امثال مربع نصف القسم الاطول ولكن الخطات
والطول قسميه اد ونصفه بد نقول
فمربع بت خمسة امثال
مربع در ولنعمل على ات مربع اه
ولنصل قطر رت ونخرج بد دط
موازيين لار ونتم الشكل فلتساوي
اك بد مساوي سطوح اف
دف كع عط الاربعة و
مربعات مل سح فه لط الاربعة وكان سطحات في بد و
هو سطح ده اعني علم ت رث مساويا لمربع اد وهو مط اعني اربعة
امثال فه ونجعل مربع فه مشتركا فيصير جميع سطح لع اعني مربع
بت مساويا لخمسة امثال فه اعني مربع در ه ولو جعلنا سطحات
في بد اعني سطح اك بسطحات في بد اعني سطح اد في دت مع مربع
دت بل ضعف سطح بد في دت
مع مربع دت تساوي مربع اد اعني اربعة امثال مربع بد ونجعل مربع
بد مشتركا لتصير ضعف سطح بد في دت مع مربعي بد دت اعني
مربع بت مساويا لخمسة امثال مربع بد وذلك ما اردناه اول
وان اردنا بينا عكس هذا الحكم وهو قولنا كل خط قسم بمختلفين وكان مربعه
خمسة امثال مربع احد قسميه ثم زيد فيه مثل ذلك القسم كان الجميع منقسما

على نسبة ذات وسط وطرفين والاقصر هو القسم الآخر فكذا ليكن الخط
زت ومربعه خمسة امثال مربع زح والزيادة زا اقول فات مقسوم
على ح بتلك النسبة ففي الشكل الاول يكون مربع ع خمسة امثال ف ة و
نسقط ف ة المشترك يبقى علم ت زك اعني سطح د ة ا اعني ات في دت
مساويا للاربعة امثال ف ة اعني لم ط ا اعني لمربع اد وبالوجه
الثاني نسقط مربع زح من مربع زت يبقى ضعف زح في حت مع مربع حت اعني
سطح اد في دت ومربع دت اعني سطح ات في تد مساويا للاربعة امثال
مربع زد اعني مربع اد فاذن الحكم ثابت ه كل خط قسم على نسبة
ذات وسط وطرفين وزيد فيه مثل اطول قسميه كان الجميع منقسما بتلك
النسبة والاطول هو الخط الاول مثلا قسم ات على د وكان الاطول
اد وزيد فيه از مثله نقول فدت مقسوم على ا كذلك والاطول ات
وذلك لان نسبة ات الى اد اعني از كنسبة اد الى دت وبالخلاف
ز نسبة زا الى ات
كنسبة تد الى دا وبالتركيب نسبة زت الى ت ا كنسبة ت ا الى
اد اعني از وذلك ما اردناه والضا ان فصل مثل
اقصر قسميه من اطولهما صار الاطول منقسما بتلك النسبة والاطول هو
المفصول مثلا كان زت منقسما على ا والاطول ات وفصل مثل زا من
ات وهو اد اقول فات منقسم كذلك على د والاطول اد وذلك
لان نسبة زت الى ت ا كنسبة ت ا الى از اعني اد فبالتفصيل نسبة
زا اعني اد الى ات كنسبة تد الى دا وبالخلاف نسبة ات الى اد كنسبة
اد الى دت ه كل خط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين فمربعا الخط واقصر
قسميه كثلثة امثال مربع اطولهما ولكن الخطات والاقصر تد وذلك لان
مربعي ات تد تساوي ضعف سطح ات في تد مع مربع اد كما م
ح فهما تساويان ثلثة امثال
مربع اد وذلك ما اردناه كل خط منطق قسم على نسبة ذات وسط
وطرفين فكل قسم منه منفصل ولكن الخطات والاطول اد وزيد فيه
از بعد نصف ات فمربع زد خمسة امثال مربع زا فدد زد
ط منطقان بالقوة
متباينان في الطول فاد منفصل واذا انضم مربعه الى ات المنطق
حدث عرض دت فهو ايضا منفصل وذلك ما اردناه اقول
واد هو المنفصل الخامس لان زا منطق في الطول وزد يقوى عليه

مربع خط مباين في الطول وبَ تد هو المنفصل الاول لما مر ه
اذا تساوت ثلث زوايا في مخمس متساوي الاضلاع تساوت جميع
زواياه ولكن المخمس ا ب ج د ه والزوايا المتساوية غير متجاورة
اولا كزوايا اجد ونصل ب ه ب ج فلتساوي
ي زاويتي ا د في مثلثي ب ا ه ج د ز والاضلاع
المحيطة بهما يكون زاويتا ط ح متساويتين و



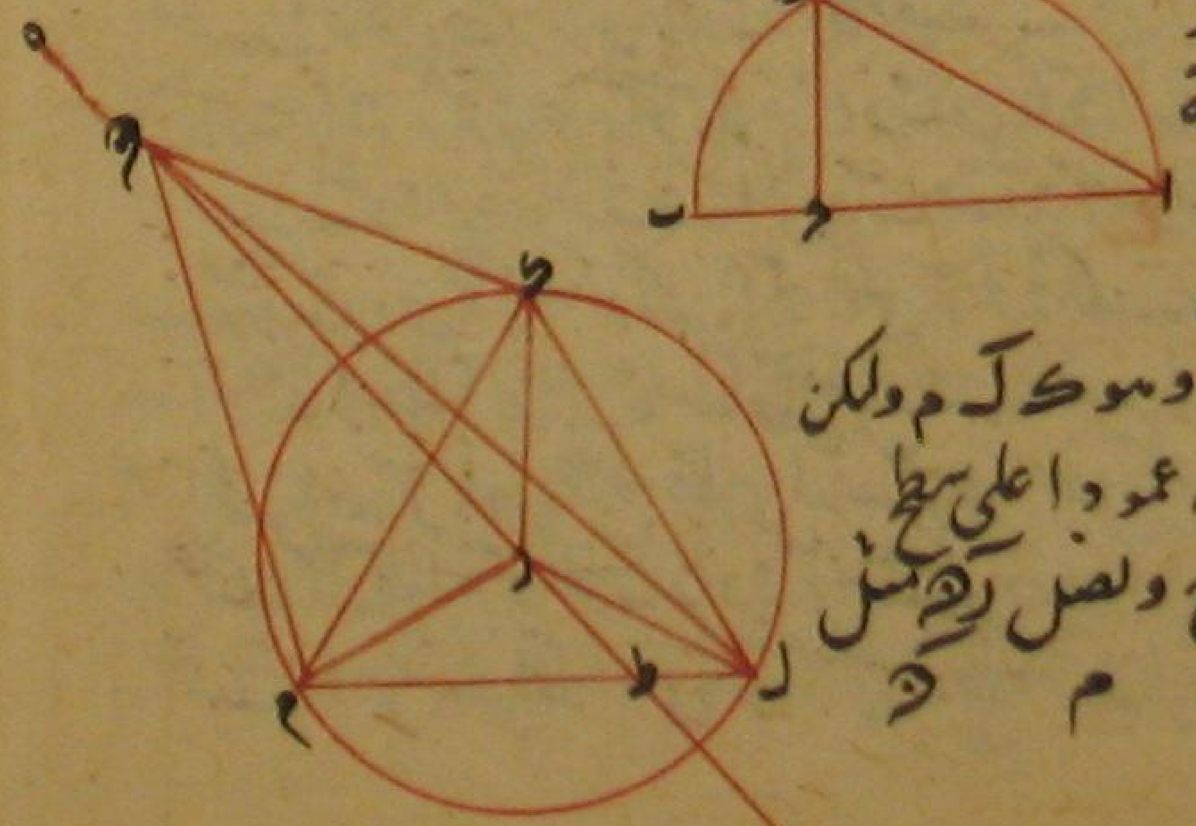
كذلك ضلعا ب ه ب ج وزاويتا ب ه ز
فاذن جميع زاوية ه مساوية لجميع زاوية ز
وكذلك يبين ان زاوية ت مساوية لزاوية د ثم ليكن الزوايا المتساوية
متجاورة كزوايا د ز ه ونصل د ه فيكون في مثلثي د ز ه ز د
لتساوي زاويتي د ز واضلاعهما زاويتا ع ك متساويتين وكذلك
ت ز د ه وزاويتا ح م فقد د ز متساويتان ويبقى زت ز ه
متساويين وزاويتا د ه متساويتان وكانت ة ط لتساوي
ات اه متساويين فاذن جميع زاوية ت مساويا لجميع زاوية ه
وكذلك يبين تساوي ا د وذلك ما اردناه ه اذا احاطت دائرة
بمثلث متساوي الاضلاع فمربع ضلعه ثلثة امثال مربع نصف قطرها
ولكن المثلث ا ت ج ومركز الدائرة ز ونصل ا ز ه ز فقوس ا ج ه
نصف وا د ثلث فج ه سدس ولان مربع مربع ا ه اعني مربعي
يا اربعة امثال مربع از تساوي
مربعي ا ج ج ه اعني مربعي ا ج ج ز
يبقى بعد اسقاط مربع از مربع اج
ثلثة امثال مربع از وذلك ما
اردناه اقول وقد وضح الاصل ت ز
د ز وبين متساوي اضلاع مثلثي ت ا ز د ا ز لتساوي زاويتي
ز ح اعني قوسي ت ه د ه لتبيين ان ج ه سدس وقد ظهر من تساوي
ز د ه د وكون ا ه عمودا على ت د ان عمود المثلث يكون ثلثة
ارباع القطر وان ز ط ربع القطر ه ضلعا كل مسدس و
معشر يقعان في دائرة اذا اتصلا كان الكل مقسوما على نسبة ذات
وسط وطرفين والاطول ضلع المسدس فليكن الدائرة ا ت ج د وضلع
معشره ت ج وضلع مسدسه المتصل به د ز فلان قوس ا ت
اربعة امثال قوس ت ج يكون زاوية ا د ت اربعة امثا ل

زاوية ب ه د لكنها تساوي ب
ضعف زاوية ب ه د التي تساوي يب
ضعف زاوية ر لكون د ر ح ه متساويين
فهي تساوي اربعة امثال زاوية ر ايضا
فزاويتا ه د ب ر ه في مثلثي ب ه د
ب ر ه متساويتان وزاوية ب مشتركة فالمثلثان متشابهان
ونسبة ر ب الى ب ه كنسبة ب ه الى ب د و ب ه تساوي د ر فنسبة
ب ر الى ر د كنسبة ر د الى د ب وذلك ما اردناه ه ضلع كل
مخمس يقع في دايرة يقوى على ضلعي مسدسها ومعشرها وليكن الدايرة
ا ب د ه ومركزها ح وضلع مخمسها ا ب ونخرج قطر ا ح ر ونصل ح ب
ومن ح على ا ب عمود ح ط ك ونصل ا ك ك ب وعلى ا ك عمود ح ل م
ونصل ك ه فلان قوس ب م عشر ونصف وقوس ب ر ثلث اعشار
تكون زاوية ب ح ر مثل زاوية ب ح م وهي ايضا مثل زاوية
ب ا ح تساوي ح ب ح ا اعني مثلثي ب ح ب ه ب ح ا زاويتا ب ح ه
ب ا ح متساويتان وزاوية ح ب ه مشتركة فهما متشابهان نسبة
ا ب الى ب ح كنسبة ب ح الى
ب ه فسطح ا ب في ب ه يساوي
مربع ب ح وهو ضلع المسدس و
ايضا لان ح ك عمود على ا ك
فهو منصف على ك ويكون يج
تساوي ك ه ا ه ك زاويتا ه ا ك ه ك ا في مثلث ك ه ا
متساويتان وكذلك في مثلث ب ك ا زاويتا ك ب ا ك ا ب
متساويتان وزاوية ك ا ب مشتركة فهما متشابهان نسبة ب ا الى
ا ك كنسبة ا ك الى ا ه فسطح ا ب في ا ه يساوي مربع ا ك وهو
ضلع المعشر ولكن سطح ا ب في ب ه مع سطح ا ب في ا ه هو مربع
ب ا ضلع المخمس تساوي مربعي المسدس والمعشر وذلك ما اردناه
اقول ونوجه لكن الدايرة ا ب ه وضلع المخمس ا ب
والقطر القايم عليه ح ط ك ونصل ا ح ا ه ونصل ح ه كوتر المعشر
اعني ا ك فـ ه د على ح على نسبة ذات وسط وطرفين ونسبة ه د
الى د ح كنسبة ه ح اعني ك ح الى د ح وبالتفصيل نسبة خ ح الى
ح ه كنسبة خ د الى د ح فسطح ح ه في ك د كمربع د ح اعني ا ك

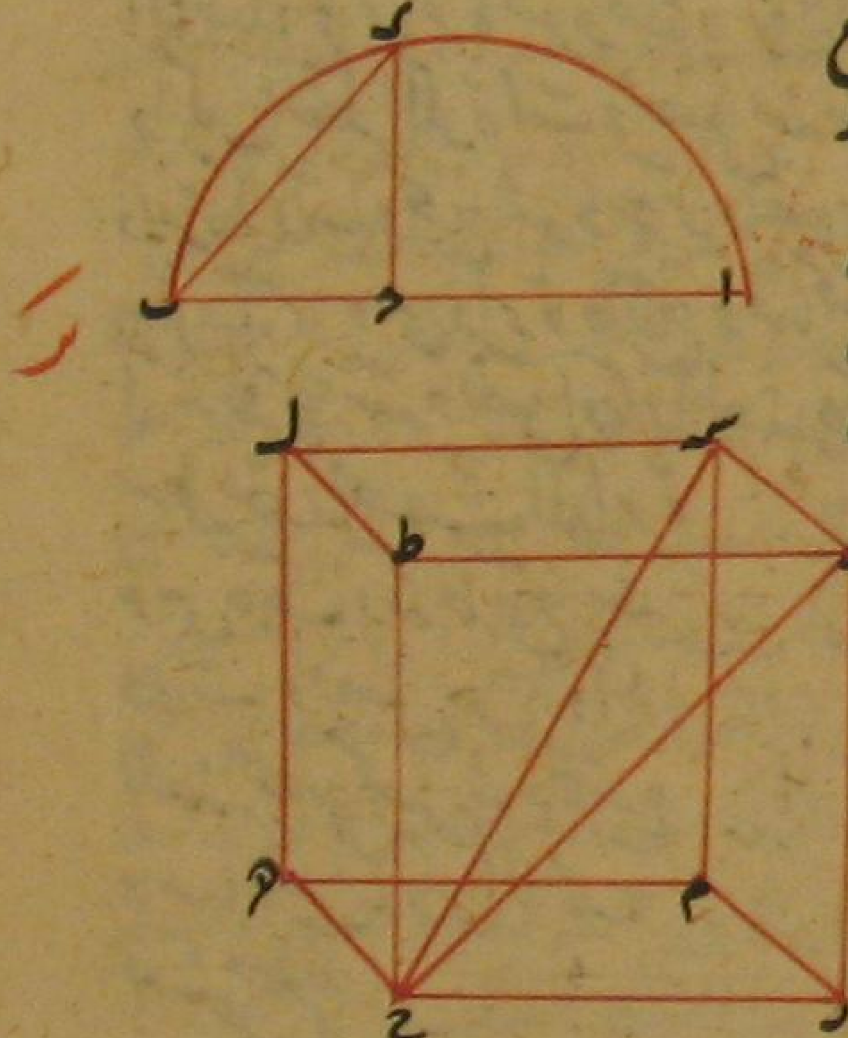


وكان سطح ه ك في ك ط ايضا مثله لكون زاوية ك ا ه قائمة
ونسبة ك ه الى ه ح كنسبة ك د الى ك ط و ك د منصف على ط
ومربع ك د في د ح مع مربعي د ح د ط يساوي مربع ط ح و
لكن مربع د ح كان كسطح ك د في د ه فضعف سطح ك ط في د ه وكمل
مربع ك ط مثله فضعف سطح ك ط في د ه مع مربعي د ط ك ط
اعني مع ضعف سطح ك ط في د ط بل
ضعف سطح ك ط في ط د مساويا لمربعي
ك ط ط ح وكان سطح ك ط في ط ه كمربع
ا ك فضعف مربع ا ك يساوي مربعي ك ط
ط ح وجميعها اعني مربعي ك ا ا ح تساوي
اربعة امثال مربع ا ط اعني مربعات
ك ا ضلع المعشر و ا ح ضلع المسدس فمربعهما تساوي مربع ضلع المخمس
ونبين مع ذلك بعض ما نحتاج اليه وهو ان د ح ضلع المعشر اذا
فصل من ك ح ضلع المسدس انقسم على نسبة ذات وسط وطرفين لان
سطح ح ه في ك د اعني ك ح في ك د كان مساويا لمربع د ح وايضا نصف
د ح على ر فطار نصف وتر المسدس و ر ح نصف وتر المعشر فاذن
العمود الخارج من مركز الدايرة على وتر المخمس تساوي نصفهما ه اذا
تقاطع وترا زاويتي مخمس في دايرة تقاسما على نسبة ذات وسط وطرفين
والاطول تساوي ضلع المخمس مثلا لتقاطع وترا ا د ب ر متساويين و
زاوية ب مشتركة فنسبة د ب الى ب ا اعني ا د
يد كنسبة ا د الى ب ر وايضا لكون زاويتي ر ب ا
ر ا ب متساويتين تكون زاوية د ر ا ضعف
زاوية ر ا ب وايضا لكون قوس د ه كر
ضعف قوس ب ر تكون زاوية د ا ر ضعف
زاوية ر ا ب فزاويتا د ر ا د ا ر متساويتان فا د تساوي ر د فاذن
نسبة ب د الى د ر كنسبة د ر الى ر ب فب د مقسوم على ر بالنسبة المذكورة
و ر د تساوي ا د وكذلك ا ب على ر وذلك ما اردناه
اذا كان قطر الدايرة منطقا فضلع مخمسها اصم وليكن الدايرة و
المخمس ا ب ر ه د ونخرج قطري ا ر ب ح ونصل ا ر ونجعل ط ك ربع ط ب
فمثلثا ا ل ط ا م ر لكون زاوية ا مشتركة وزاويتي ل م قائمتين يكونان
متشابهين نسبة ا ط اعني ب ط الى ل ط كنسبة ا ر الى ر م ونسبة

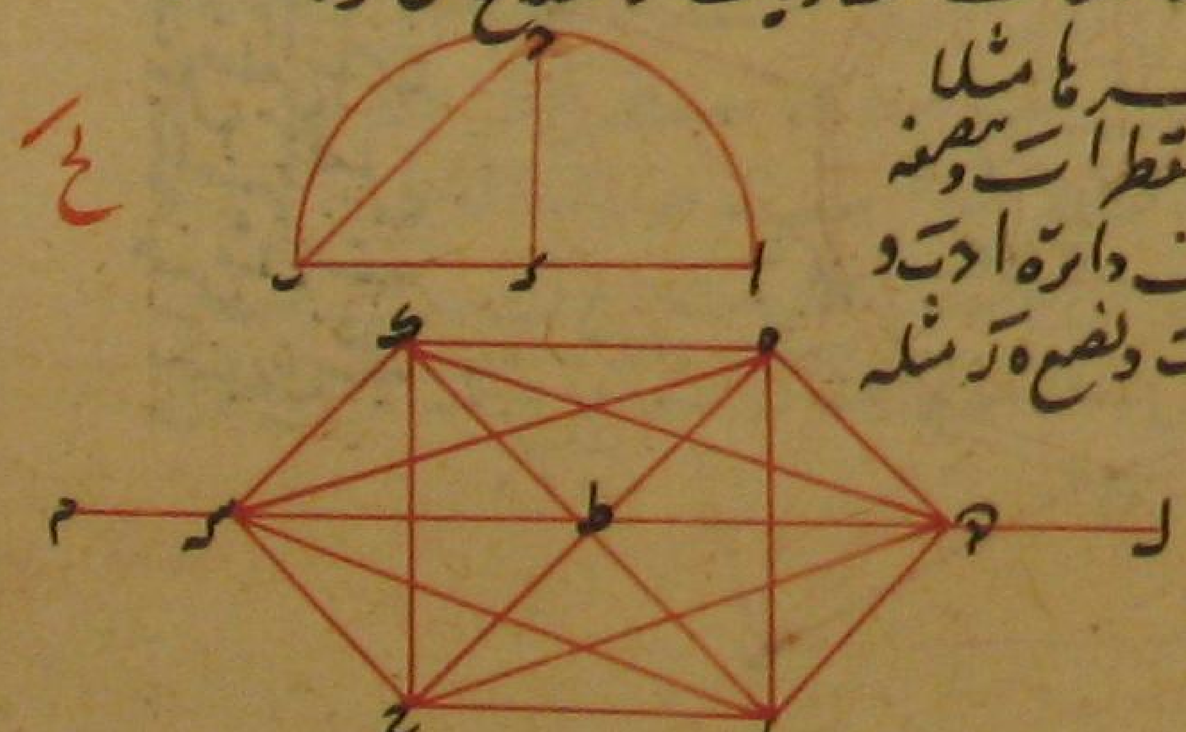
ربع ب ط اعني ط ك الى ط آ كنسبة نصف ل ز الى ز م اعني كنسبة
ل ز الى ز ه وبالتركيب نسبة ك ك الى ك ط كنسبة ه ز ل على انه خط
واحد الى ز ك ونسبة مربع ك آ الى مربع ك ط كنسبة مربع ه ز ك
الى مربع ز ك ولكون آ ز وتر زاوية المخمس و ب ه ضلعه فهما اذا
انفصلا كانا على ز بنسبة
له ذات وسط وطرفين و
كان مربع ه ز ك خمسة
امثال مربع ك ط و
ب ك خمسة امثا ل
ط ك فنسبة ب ك الى ك ط كنسبة ل ك الى ك ط مثناة فل ك
وسط بين ب ك ط ك في النسبة فمربعه خمسة امثال مربع ل ك فب ك
ك ل لكون مربعيهما على نسبة الخمسة والواحد منطقان في القوة متباينان
في الطول ولكون ب ك منطقا في الطول قويا على ك ل بمربع خط مباين
يكون ب ل منفصلا رابعا وسطح ب ح في ب ل المرتفع ب اف القوي
عليه اصغر وذلك ما اردناه اول ولو وصلنا ز ر فيكون
موازيا لـ ك ط لكون زاويتا ا ز ر الضا قائمة ويكون نسبة ا ط الى ا ر
كنسبة ط ك الى ر ز فلذا يكون نصف ز ر اعني نصف ضلع المعشر ويجعل
ك ه مثل ط ك فط ه نصف ضلع المسدس و ل ه مقسوم على ط بنسبة
ذات وسط وطرفين لكون المسدس والمعشر كذلك فمربع ل ك خمسة امثال
مربع ط ك و ب ك خمسة امثال المربع ل ك وتم البيان بكماله ه نريد
ان نعمل مخروطا ذا اربع قواعد مثلثات متساويات الاضلاع في كرة
مفروضة ونبين ان مربع قطرها مرة ونصف كمربع ضلعه وليكن قطر
الكرة ا ت ومثلثه على د ونرسم عليه نصف دائرة
ونخرج عمود د ز
لو ونصل ا ز ونعمل دائرة
ها نصف قطر
كـ د ح ونعمل فيه مثلثا
متساوي الاضلاع وهو ك ح م ولكن
مركزها د ونخرج منه عمودا على سطح
الدائرة في جهتي د ح ونصل ز ه مثل
د ا ونصل ك ه ل ه م



مخروط ك ل م ه هو المطلوب وذلك لان نسبة ا ت ت د كنسبة آ ز
ز د مثناة ذات ثلثة امثال ت د فمربع ا ز ثلثة امثال مربع ز د اعني
ك ز فك ل يساوي ا ز وكذلك سائر الاضلاع والفضلاان في مثلثي
ك ز ه ز د ا زاويتان قائمتان والاضلاع النظائر المحيطة بهما
متساوية فك ه كا ز وكذلك سائر الخطوط فاضلاع المخروط متساوية
ونصل ز ط مثل د ت و ه ط مثل ا ت واذا عملنا على ه ط نصف دائرة
وادرناها مرت بنقطة ك ل م لكون اعمدة ز ك ز ل ز م كـ ز ح فاذن
المخروط واقع في الكرة المفروضة ولان نسبة مربع ا ت الى مربع ا ز
كنسبة ا ت الى ا د فمربع قطر الكرة مرة ونصف مثل ضلع المخروط و
ذلك ما اردناه اول وهذا المجسم ينسب الى النار ه نريد ان
نعمل مكعبا في كرة مفروضة ونبين ان مربع قطرها ثلثة امثال مربع ضلعه
وليكن القطر ا ت ونثلثه على د ونرسم عليه نصف دائرة ا ز ت
ونخرج عمود د ز ونصل ت ز ونضع
ه ز كـ ت ز ونرسم عليه مربع ز ط
ثم نكعب ز ك فهو المطلوب ولنصل
لز ه ح ب ح فمربع ب ح يساوي مربعي
ه ز ز ح فمربع ب ح ثلثة امثال



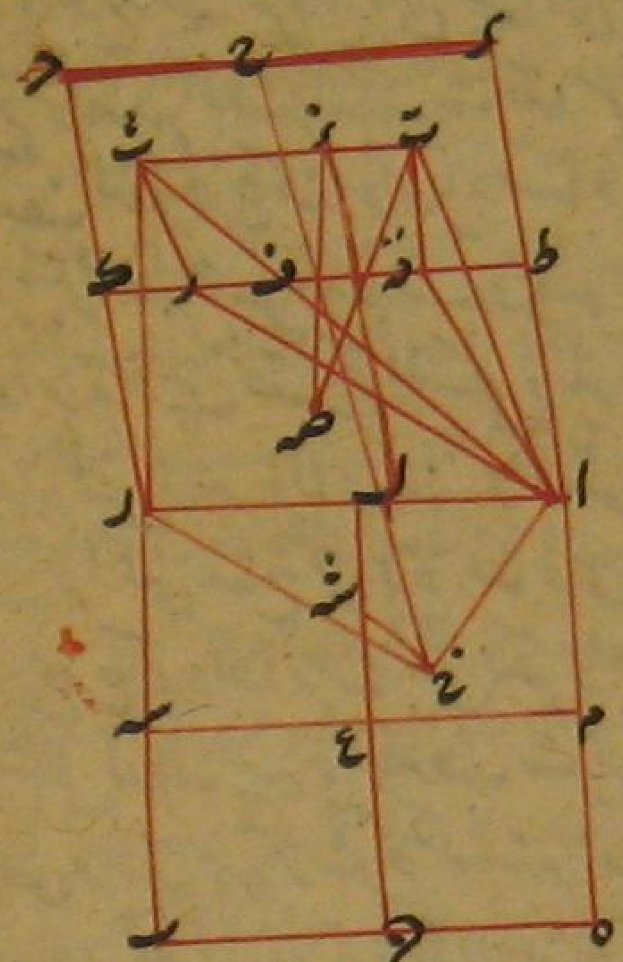
مربع ه ز اعني ت ز ولنسبة الى ب د
كنسبة مربع ا ت الى مربع ت ز
فمربع ا ت ثلثة امثال مربع
ت ز فا ت ب ح متساويان
واذا رسمنا على ب ح نصف
دائرة وادرناها مرت بنقطة ه لكون
زاوية ب ه ح قائمة وكذلك
سائر نقط المكعب فاذن هو واقع في كرة ا ت وذلك ما اردناه
اول وهذا المجسم ينسب الى الارض ه نريد ان نعمل مجسما
ذا ثماني قواعد مثلثات متساويات الاضلاع في كرة و
لح نبين ان مربع قطرها مثلا
مربع ضلعه وليكن القطر ا ت ونصفه
على د ونرسم عليه نصف دائرة ا ح ت و
نخرج عمود د ح ونصل ح ت ونضع ه ز مثله



ونرسم عليه مربع هح ولنصل هح زك فيتقاطعان على ط ونخرج
منه عمودا على سطح المربع الى جهتي ل م ونفصل طل طم كل منهما مثل اك
ونصل هل زل حل كل هم زم حم كم فيحصل مجسم هكزحلم
هو المطلوب وذلك لان بد يقوى على بز دز المتساويين وهو
مساو لدز القوي على هط زط المتساويين فطه طز كدت وكذلك
طح طك وقد كان طل طم ايضا مثلهما فجميع الخطوط الواصلة بين
نقط المربع ونقطتي ل م متساوية فالقواعد الثماني متساوية
الاضلاع واذا رسمنا على لم المساوي لاب نصف دائرة
وادرناه مر بسطح المربع لكون الاعمدة كدة فاذن هو واقع في
كرة اب ولكون مربع اب مثلي مربع بد يكون مربع قطرها مثلي
مربع ضلعه وذلك ما اردناه اقول وهذا المجسم ينسب الى
الهواء ح نريد ان نعمل مجسما ذا عشرين قاعدة مثلثات متساويات
الاضلاع في كرة مفروضة ونبين ان ضلعه يكون اصغر ذا قطر منطقا
وليكن القطر الكرة اب ونفصل منه بد خمسه ونرسم عليه نصف
دائرة ادب ونخرج عمود دز ونصل بز ونرسم دائرة نصف قطرها
مثل بز وهي دائرة هزح ونعمل فيها مخمس هزحكل ونصف قسيه على
ل م ع س ونصل اوتار المعشر ونخرج من نقط المخمس اعمدة على
سطحه بقدر نصف الدائرة
وهي هف زق حط رح سه
كت ونصل بين زواياها
المعشر فيحصل مخمس لم ع س يط
وعلها وبين روس الاعمدة
عشر خطوط
تساوي كل واحد
منها ضلع
مخمس الدائرة
لكونه في القوة
مثل ضلعي المسدس
والمعشر فتحصل
خمس مثلثات
متساويات

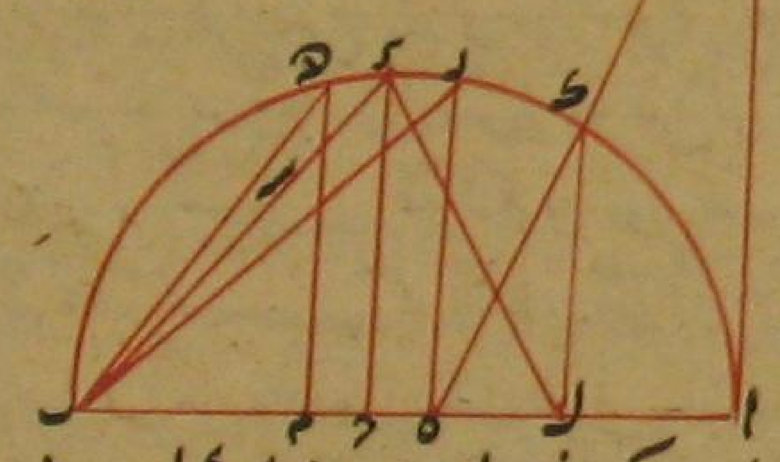
الاضلاع قواعدها اضلاع المخمس ونصل بين رؤوسها فيكون موازنة
متساوية لاضلاع المخمس ويتم خمس مثلثات اخرى وليكن مركز الدائرة
ث ونخرج منه عمودا على سطحها الى الجانبين ونفصل ثخ كضلع المسدس
وخر كضلع المعشر وكذلك ثص من الجانب الآخر كضلع المعشر ونصل ثه
نصف القطر وحف موازيا ومساويا له ونصل بين رؤوس المخمس الاعلى
وبين ر فيحصل خمس مثلثات ونصل بين زوايا المخمس الثاني من اللذين في
الدائرة وبين ص فيتم الشكل ويكون كل واحد من هذه الخطوط ايضا
كضلع المخمس لما مر ولان ثر مقسوم على خ على نسبة ذات وسط وطرفين
فثر اعني صخ في رخ يساوي مربع ثخ فاذن حف وسط في النسبة بين
صخ خر واذا رسمنا على صر نصف دائرة مر بنقطة ف ثم لسائر نقط
الشكل لذلك بعينه ولنضعف ثخ على ا فمربع را خمسة امثال مربع خا
اعني ولنسبة صر ثخ كنسبتهما فمربع صر خمسة امثال مربع ثخ اعني
نصف قطر الدائرة وكان مربع اب خمسة امثال مربع بد لانهما على نسبة
اب بد فصار صر كاب فاذن وقع الشكل في الكرة المفروضة ولما كان ضلعه
ضلع المخمس فهو اصغر وذلك ما اردناه اقول الحكم بان الدائرة
تمر بسطوح الزوايا لم يبين في الاصل انما بين عكسه وايضا انما يكون ضلع المخمس
اصغر اذا كان قطر دائرته منطقا وهنا كان قطر الكرة منطقا دون
الدائرة الا ان مربع نصف قطر الدائرة لما كان خمس مربع قطر الكرة
كان قطر الدائرة منطقا في القوة فقط ونسبة قطر دائرة نفرض منطقا الى
قطر دائرة نفرض منطقا في القوة فقط كنسبة ضلع مخمس الاولى الى مخمس
الثانية لما مر ولتشارك القطرين في القوة تشارك الضلعان في
القوة فيكون ضلع مخمس دائرة هذا الشكل مشاركا للاصغر بالقوة فقط
وقد مر ان المشارك الاصغر وان كان بالقوة فقط فهو اصغر
فاذن ضلع هذا الشكل اصغر وهذا الشكل ينسب الى الماء
ه نريد ان نعمل مجسما ذا اثني عشر قاعدة مخمسات
متساويات الاضلاع والزوايا في كرة المفروضة ونبين ان
ضلعه منفصل اذا كان قطرها منطقا فليكن سطحان من
سطوح مكعب يقع في تلك الكرة احدهما قائم على الآخر
عليهما اب اد ونصف جميع اضلاعهما على ح ط ك ل م
ه س ونصل بينها خطوط متقاطعة موازية الاضلاع و
نقسم كل واحد من طف كق عك على نسبة
ذات وسط وطرفين والاطول فق فر عش ونخرج

من ق ه و ت ش ا عمود ه على
السطحين مساويه لغ ق
وهي ق ت ر ث ث ر
ر خ فمربعا ط ق ط ق
اعني مربعي ا ك ط ق ثلثه
كا امثال مربع ق ف اعني
ق ت ومربع ا ث اربعه
امثال ق ت مثلا ق ف
اعني ق ب ت ث وكذلك
كل من ا خ ر ث يساوي
ت ث فاضلاع ا ث ر خ
متساويه ونخرج عمود ف ر
على سطح ا د ونصل ر ك ل خ



ولان نسبة ف ل اعني ف ط الى ش خ اعني ق ف كنسبة ر ف
اعني ق ف الى ش ك اعني ط ق وف ل موازي ش خ ور ف
موازي ل ش فخط ر ك خ متصل على الاستقامه وا ل خط مستقيم
فمخمس ا ت ث ر خ في سطح واحد هو سطحها ونصل ا ث ا ر وط ر
منقسم على ف على نسبة ذات وسط وطرفين والاطول ط ف فمربعا
ط ر ر ف اعني مربع ط ر ر ث ثلثة امثال مربع ط ف اعني ط ا وكعل
مربع ط ا مشتركا فمربعات ط ر ر ث ط ا اعني مربع ا ث اربعة امثال
مربع ط ا وكان مربع ا ر اربعة امثال مربع ا ل اعني ط ا فا ث ا ر
متساويان فزاويتا ا ت ث ا خ ر متساويتان وبمثل ذلك نبين ان
زاوية ر ت ث تساويهما فزوايا المخمس متساويه وهو على احد اضلاع
المكعب وللمكعب اثنا عشر ضلعا فاذا رسمنا على كل واحد واحد
تم الشكل وكان ذا اثني عشر قاعدة مخمسات ونخرج ر ف الى قطر
المكعب حتى تلاقيا على ص فق ص نصف القطر وهو مثل نصف ضلع
المكعب وص ر على ف على نسبة ذات وسط وطرفين ومربعا ص ر ر ف
اعني ص ر ر ت بل مربع ص ت ثلثة امثال مربع ص ق لنصف ضلع
المكعب ونصف قطر المكعب ايضا كذلك والخطوط الخارجة من ص الى
زوايا المخمس متساويه فاذن الكرة المحيطة بالمكعب تحيط بالشكل و
لما كان المخمس هو اطول قسمي ضلع المكعب اذا قسم على نسبة ذات وسط
وطرفين فهو منفصل وذلك ما اردناه اقول انما يكون ذلك

منفصلا اذا كان ضلع المكعب منطقا لكنا جعلنا منطق الكرة منطقا الا
ان مربع القطر لما كان ثلثة امثال مربع الضلع والضلع منطق في القوة
فقط واذا قسمنا خطين احدهما منطق في الطول والاخر منطق في
القوة على نسبة ذات وسط وطرفين كانت نسبة الخط الى الخط كنسبة
كل قسم لنظيره على ما سيأتي عن قريب واذا كان الخطان متشاركان
في القوة كان القسمان كذلك فيكون ضلع هذا الشكل مشاركا للمنفصل في
القوة فاذن هو منفصل واعلم ان بيانه مبني على ان الخطوط المتساوية
اذا قسمت على نسبة ذات وسط وطرفين كانت الاقسام الطوال متساوية
وكذلك القصار وسنوضح ذلك فيما يأتي وهذا الشكل منسوب الى السماء
ه نريد ان نبين اضلاع الاشكال الخمسة اذا كانت واقعة
في كرة واحدة ولكن قطر الكرة ا ب ونرسم عليه نصف دائرة
ا ر ب ونصف ا ب على ج ونثلثه على د ونخرج عمودي ه ر د ك
ونصل ب ر ا ر ب ك فا ر ضلع المخروط وب ر ضلع المكعب وب ر
ضلع ذي الثماني قواعد ولنقم عمود ا ط على ا ب مساويا
له ونصل ط ه ونخرج ك ل
موازيا لـ ط ا فنسبة ط ا
ا ه كنسبة ك ل ل ه
وط ا مثلا ا ه فك ل مثلا
ل ه ومربع ط ا اربعة امثال
مربع ا ه فمربع ك ل اربعة امثال
مربع ل ه ومربع ه ك
اعني ه ا خمسة امثال له

كا 

ونسبة ا ب الى ب ك كنسبة ا ه الى ه ك فمربع ا ب خمسة امثال مربع
ب ك فب ك نصف قطر دائرة ذي العشرين قاعدة ولما كان
ا ب ضعف ب ه وا د ضعف ب د صار الباقي ضعف د ه فا ب
اعني ه ا ثلثة امثال ه د فمربع ه ا تسعة امثال مربع ه د وكان
خمسة امثال مربع ل ه فل ه اطول من ه د ونفصل ه م مثل ل ه ونخرج
م ن وكل واحد من ل م م ن مثل ل ك ونصل ل ع م مثل م ب
ولكون ل م ضلع مسدس دائرة ذي العشرين قاعدة يكون كل
واحد منها ضلع معشره ونصل ب ن فهو ضلع مخمسه اعني ضلع ذي
العشرين ولنقسم ب ر على نسبة ذات وسط وطرفين على س والاطول

وهو ب‍ه ضلع ذي الاثني عشره قاعده وظاهر ان اكر ضلع
المخروط اطول من بز ضلع ذي الثماني قواعد وهو اطول من بك
ضلع المكعب وهو اطول من بكم ضلع ذي العشرين قاعده نقول
وهو ايضا اطول من به ضلع ذي الاثني عشر قاعده وذلك لان
مربع اكرا اربعة امثال مربع كرب ومربع ومربع كرب ثلثة امثاله
فاد اطول من كرب فام اطول كثيرا منه وكل واحد من
ام كرب على قسم نسبة ذات وسط وطرفين وكان اطولاهما ام ابه
فم كا اعني م ك اطول من به فبد اعظم كثيرا منه وذلك ما اردناه
اقول قد استعمل هنا ان الخطوط المقسومة على نسبة
ذات وسط وطرفين انما تنقسم على نسبة واحده ولم يبين ذلك
فيما مضى وسياتي بيانه في اخر المقالة الرابعة عشر فلنكن لبيانه
هنا خطا اب زه مقسومين على ح ر كذلك اقول فنسبة اب
الى اح كنسبة زه الى زر والا فليكن كنسبة الى رح ولما
لتفصيل يكون نسبة ب د
الى د ا كنسبة ه ح الى

ا د ب
ب ح ز ه

رح فرح ايضا وسط في النسبة بين زه وح وكان زر وسطا بين زه
زه فسطح زه في حه الذي يكون اعظم من سطح زه في ه ز اعني من مربع
زر يكون كمربع رح الذي هو اصغر من مربع زر هذا خلف فاذن زه
انقسم على نسبة ذات وسط وطرفين الا على النسبة التي انقسمت
عليها اب وجه اخر لبيان حال ضلعي الاخرين من المجسمات الخمسة
هكذا نقول لما كان قطر الكرة مساويا لضلع مسدس دائرة
ذي العشرين وضعف ضلع معشره وكان ضلع المعشر اقصر من ضلع
المسدس واطول من نصفه فقطر الكرة يكون اطول من ثلثة امثال المعشر
واقصر من اربعة امثاله فنفصل في شكل الامتحان بم مثل
ضلع المعشر ويكون اقصر من بد لانه ثلث اب ونخرج عمود
مكه ونصل به ولنقسم بكر على به كما ذكرنا فمربعات كرب
ثلثة امثال مربع به وبه اطول من به فمربع
بك اعظم من ضعف مربع به وكان مربع اب ثلثة امثال
مربع بك فمربع اب اعظم من ستة امثال مربع به وكان اصغر
من اربعة امثال مربع بم لكون بم اطول من ستره فان
مربع بم المساوي لضعف ضلع المسدس وضلع المعشر المذكورين

تساوي خمسة امثال مربع نصف ضلع المسدس ومربع كم القوي على ضلعي
المسدس والمعشر تساوي اربعة امثال مربع نصف ضلع المسدس مع
ضلع المعشر فمربع بكم اعظم من مربع به فبم اطول من به
وعلى هذا الوجه لا تحتاج في شكل الامتحان الى خطوط كطاه كل

شكم اورده ثابت في اخر هذه المقالة من غير شكل

لا يمكن ان يقع في الكرة مجسم ذو قواعد مسطحات
متساويات الاضلاع من جنس واحد غير هذه الخمسة وذلك لان
الزاوية المجسمة لا يمكن ان تقع من اقل من ثلث زوايا مسطحة ولا من زوايا
لا يكون مجموعها اقل من اربع قوايم واول الاشكال المتساوية الاضلاع
المثلث وزاويته ثلث قايمة والست منها اربع قوايم فالواقعة منها في
الزاوية المجسمة يجب ان يكون اكثر من اثنين واقل من ست فان كانت
ثلثا كان الشكل مخروطا وان كانت اربعا كان ذا ثماني قواعد وان
كانت خمسا كان ذا عشرين قاعده واما المربع فزاويته قايمة واحدة
والواقعة منها في الزاوية المجسمة يجب ان يكون اكثر من اثنين واقل من
اربع فهي ثلث وشكله المكعب واما المخمس فزاويته قايمة وخمس والاربع منها تجاوز
اربع قوايم فالواقعة منها ايضا لا يكون الا ثلث وشكله ذو الاثني عشر قاعده
واما المسدس فزاويته قايمة وثلث والثلث منه كاربع قوايم
فلا تقع منها وما جاوزها شيء في الزاوية المجسمة فاذن المجسمات
بالصفة المذكورة خمس لا غير اقول وان لم يشترط
ان يكون القواعد من جنس واحد وجب ان لا يتجاوز فيه
زاويتان من جنس واحد لئلا يخرج الشكل عن التشابه فيمتنع وقوعه
في الكرة وحينئذ يكون الواقعة منها في الزاوية المجسمة عددا ازواجا و
هو اربعة لا غير لامتناع التاليف من اثنين وكون الستة وما فوقها
مجاوزة لاربع قوايم ويجب ان يكون احد الجنسين مثلثا لئلا يتجاوزا ايضا
من ذلك فان كان التاليف من مثلثات ومربعات كان الشكل
ذا اربعة عشر قواعد ثمانية مثلثات وستة مربعات كانه مولف من
من المكعب وذي الثماني قواعد وضلعه يكون ضلع المسدس الواقع
في اعظم دوائر الكرة وان كان من مثلثات ومخمسات كان
الشكل ذا اثنين وثلثين قاعده عشرين من مثلثات واثني عشر
من المخمسات كانه مؤلف من هذين الشكلين وضلعه يكون ضلع
المعشر الواقع في اعظم دوائر الكرة ولنصر بذلك المجسمات

الواقعة في الكرة سبعة تمت المقالة الثالثة عشر وهي اخر الكتاب

المقالة الرابعة عشر

وهي ملحقة بالكتاب منسوبة الى ابسقلاوس عشرة شكل

العمود الخارج من مركز الدائرة الى ضلع مخمسها مثل نصف ضلعي
مسدسها ومعشرها وليكن الدائرة ا ب ج والمركز ه وضلع المخمس ب ج
والعمود ه ز وتخرجه الى ح ونصل ج ح فهو ضلع المعشر
ا ه ح اطول من ج ح فنفرز ا قصر من ه ح ونفصل
من ه ح ح ط مثله ونصل ج ط فلان زاوية ا ه ج
اربعة امثال زاوية ح ج ح ومثل زاوية ه ج ح
اعني ح ج ح يكون زاوية ح ج ح ا عني زاويتي
ح ج ح ه ج مثلي زاويتي ح ه ج فزاويتا ج ح ه ج ح متساويتان
وكذلك ضلعا ج ح ح ط فجميع ح ه ه مساوله ه فه نصف ضلعي المعشر
والمسدس وذلك ما اردناه وقد تقدم ان العمود الخارج من مركز الدائرة
الى ضلع مثلثها نصف ضلع المسدس فهذا العمود نصف وهذا العمود
مع نصف المعشر اول وقد ذكرت فتمام بيانا اخر
لحكم هذا الشكل ه مربعا ضلع مخمس الدائرة ووتر زاويته معا خمسة
امثال مربع نصف قطرها وليكن الدائرة ا ب ج وضلع المخمس ب ج ووتر
زاوية المخمس ا ج وتخرج قطر ا د ز ونصل ج ز
فهو ضلع المعشر فمربعا ا ج ج ز اعني مربع ا ز
اربعة امثال مربع ز د ونجعل مربع ب ز
مشتركا فهو مع مربع ج ز كمربع ب ج فمربعا
ا ج ج ب خمسة امثال مربع ز د وذلك ما اردناه



وقد كان ضلع مكعب الكرة وتر زاوية مخمس ذي الاثني عشر
قاعدة فاذن مربعا ضلع مكعب الكرة ذي الاثني عشر قاعدة وخمسة امثال
نصف قطر دائرة يقع ذلك المخمس منها ه كل ذي اثني عشر قاعدة وذي
عشرين قاعدة يقعان في كرة مخمس ذلك ومثلث هذا يقعان في دائرة
وليكن ا ب قطر الكرة و ج د ه و ر مخمس ذي الاثني عشر قاعدة و ط ك مثلث
ذي عشرين قاعدة و د ر ضلع مكعب الكرة و ل م نصف قطر دائرة ذي العشرين
ولنقسم على نسبة ذات وسط وطرفين على ك و الاطول ك ه فل ح

ضلع المعشر و ط ى تقوى على ل م م ك و نسبة ل م الى م ك كنسبة ر ك
الى ر ح وخمسة امثال مربع ل م كثلثة امثال مربع ر ح لان كل واحد
منهما هو مربعات خمسة امثال مربعي ل م ك ه اعني مربع ط ى
كثلثة امثال مربعي
ر ح ر ح وكان
مربع ط ى ثلثة امثال
نصف قطر دائرة
يقع ط ى ك فيها و
مربعا ر ح ر ح خمسة امثال
نصف قطر دائرة يقع د ر ه و ر فيها فيكون خمسة امثال مربع ط ى خمسة
عشر مثلا لمربع نصف قطر دائرة د ر ه و ر وهما متساويان فنصف بعد
نصفي القطرين متساويان فنصفا القطرين متساويان فالدائرتان
متساويتان وذلك ما اردناه اول لم يبين فيما
مر من الاصل ان ضلع المسدس اذا قسم على نسبة ذات
وسط وطرفين كان الاطول ضلع المعشر وقد ظهر فيما تقدم مما
ذكرناه ذلك ه يكون مثلا لسطح عمود يخرج من مركز
دائرة مخمس ذي الاثني عشر قاعدة الى ضلع المخمس في
ضلع المخمس يساوي جميع سطح ذي
الاثني عشر قاعدة فليكن الدائرة
ا ج والمخمس ا ب ج د ه والعمود د ط و
المخمس ينفصل الى خمس مثلثات كرد ه و
جميع السطح الى ستين مثلثا والعمود في احد
الاضلاع يساوي مثلثين منها فتكون مثلا له تساوي جميع السطح وذلك
ما اردناه ه يكون مثلا لسطح عمود يخرج من مركز دائرة مثلث
ذي العشرين قاعدة الى ضلع المثلث في ضلع المثلث تساوي جميع سطح ذي
العشرين قاعدة وليكن الدائرة كما م والمثلث ا ب ج والعمود
د ه فالمثلث ينفصل الى ثلث مثلثات كد ب ج وجميع السطح الى
ستين مثلثا والعمود في احد
الاضلاع يساوي مثلثين فهما يكون
مثلا له تساوي جميع السطوح وذلك ما اردناه
فقد بان ان نسبة سطح ذي الاثني عشر

الى سطح ذى العشرين كنسبة سطح رك فى رح من الشكل المتقدم الى سطح
ره فى ب د من هذا الشكل ه نسبة سطح ذى الاثنى عشرة قاعدة
الى سطح ذى عشرين قاعدة لتقعان فى كرة كنسبة ضلع مكعبها الى ضلع
مثلث ذى عشرينها وليكن اب د الدائرة
المحيطة القاعدتين وا ب ضلع مثلثها وا د
ضلع مخمسها و ط ضلع مكعب كرتيهما ونخرج
عمودى ره ر ز و ر ز الى و ونصل
ا و ضلع المعشر فد ر نصف المسدس والمعشر
وهما على نسبة ذات وسط وطرفين والاطول ضلع المسدس فر ر
مع ره ايضا على تلك النسبة وكذلك ط مع اد كنسبة ط الى اد كنسبة
رر الى ره و ا د فى ر ر كره فى ط وثلثون مثلا لاحدهما كثلثين
مثلا للاخر وكان ثلثون مثلا لد ر فى اد سطح ذى الاثنى عشر
قاعدة فيكون ثلثون مثل ره فى ط هو ذلك السطح وثلثون مثلا لده فى
اب سطح ذى العشرين فاذن نسبة ط الى اب كنسبة سطح ذى الاثنى
عشر الى سطح ذى العشرين وذلك ما اردناه ه مقدمة لوجه
اخر وهى ان نقول سطح ثلثة ارباع قطر الدائرة فى خمسة اسداس
وتر زاوية ب د والقطر اره ونصف ره على ر فار ثلثة ارباع
القطر وثلث دط على و فنت وخمسة اسداس ب د و نسبة
ار الى ار كنسبة ط الى ط و سطح ار
فى ط وكسطح ط فى ار اعنى ضعف
ار كان سطح ط فى ار ثلثة امثال
مثلث ا ر ب فاذا اضعفنا الى سطح ك
وفى ار صار جميع سطح ار فى ب وكسطح المخمس وذلك ما اردناه ه
ه نسبة سطح ذى الاثنى عشر الى سطح ذى العشرين
الواقعين فى كرة كنسبة ضلع مكعبها الى ضلع ذى عشرينها ولتعد المخمس
والمثلث مع دائرتيهما وقطرها ونصف ب د ضلع المكعب فا ب
ثلثة ارباع القطر وسطح اب فى خمسة اسداس ب د
وليكن د ه هو كسطح
المخمس فسطح اب
فى اثنى عشر مثلا
له اعنى فى عشرة

له اعنى فى عشرة امثال ب د كسطح ذى الاثنى عشر وايضا سطح اب
فى رط كمثلى المثلث فسطح اب فى عشرة امثال رط كسطح ذى العشرين
فاذن نسبة السطحين نسبة د ب الى رط وذلك ما اردناه ه نسبة
ضلع مكعب الكرة الى ضلع ذى عشرينها كنسبة الخط القوى على خط
قسم على نسبة ذات وسط وطرفين وعلى الاطول قسميه الى الخط القوى
عليه وعلى اقصرهما فليكن ب د خطا ما ولنقسم على ر بنسبة ذات
وسط وطرفين والاطول د ر ونرسم ببعد د ب دائرة اب وليكن ب
ضلع مثلثها و ب ر زاوية مخمسها اعنى ضلع مكعب كرة يحيط بهذه الدائرة
بقاعدتى ذى اثنى عشرها وذى عشرينها وليكن ر الخط القوى على
خطى د ب د ر فهو ضلع مخمسها و ط القوى على د ب ب ر و ل مثل د ر
الذى هو ضلع معشرها فمربع ه ثلثة
امثال مربع ب د اعنى ك نسبة ه
الى ب د كنسبة ط الى ك وبالابدال
نسبة ه الى ط كنسبة ب د الى ك
و و اذا قسم على نسبة ذات وسط
وطرفين كان اطوله ر فنسبة و الى ر
كنسبة د الى ك اعنى ه الى ط وبالابدال نسبة و الى ه كنسبة ر الى ط وذلك
ما اردناه ه
والبيان مع عدم ك اظهر
بلغ حكمه من غير شكل
نسبة مجسم ذى الاثنى عشر الى مجسم ذى العشرين الواقعين
فى كرة كنسبة ضلع مكعبها الى ضلع عشرينها فلنتوهم انصاف اقطار تخرج
الى زواياه الشكلين لينفصلا الى مخروطات رؤوسها المركز وقواعدها المثلثات
والمخمسات ولتساوى دائرتى المخمس والمثلث تساوى بعدهما عن المركز
متساوى الاعمدة الواقعة من المركز على تلك القواعد اعنى
ارتفاعات تلك المخروطات فيكون نسبة الواحد الى الواحد كنسبة
القاعدة الى القاعدة ونسبة الجميع الى الجميع كنسبة السطح المحيط بالجميع اعنى
نسبة ضلع المكعب الى ضلع ذى العشرين وذلك ما اردناه ه
كل ما يعرض لخط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين من جهة النسبة يعرض
لكل خط يقسم كذلك من تلك الجهة وليكن اب على ح مقسوما كذلك
والاطول اح و د ه اى خط اتفق ولنقسم على ر كذلك والاطول
د ر فنسبة اب الى اح كنسبة اح الى ح ب ونسبة د ه الى د ر كنسبة
د ر الى ر ه ونسبة سطح اب فى ب ح الى مربع اح كنسبة سطح د ه فى ر ه

في ه ز الى مربع ب ز ونسبة اربعة امثال ا ت في ت د الى مربع ا د كنسبة
اربعة امثال ب ه في ه ز الى مربع ب ز وبالتركيب نسبة جميع اربعة
امثال ا ت في ت د مع مربع ا د اعني مربع ا ت ت د اذا اتصلا الى
مربع ا د كنسبة جميع اربعة امثال ب ه في ه ز مع مربع ب ز اعني
مربع ب ز ه فنسبة ا ت ت د اذا اتصلا الى ا د كنسبة ب ه ه ز اذا اتصلا
الى ب ز وبالتركيب نسبة
ضعف ا ت الى ا د كنسبة
ضعف ب ه الى ب ز ونسبة ا ت الى ا د كنسبة ب ه الى ب ز وكنسبة ت د الى
الى ه ز الباقي وبالابدال نسبة ا ت الى ب ه كنسبة ا د الى ب ز ونسبة د ت
الى ه ز فاذن كل ما يعرض لاحدهما يعرض للآخر وذلك ما اردناه
وهذا الحكم ما بيّنه بالخلف في آخر المقالة
الثالثة عشر قد بان ان كل خط العق اذا قسم على نسبة ذات وسط و
طرفين كانت نسبة الخط القوي عليه وعلى اطول قسميه الى الخط
القوي عليه وعلى اقصرهما كنسبة ضلع مكعب الكرة الى ضلع ذي
عشرين قاعدة وكنسبة ذي سطح اثنى عشر قاعدة الى سطح ذي عشرين قاعدة وكنسبة مجسم ذلك
الى مجسم هذا اقول
وقد لم يعرض ما يشبه ذلك للمكعب
وذي الثماني القواعد الواقعين في كرة واحدة فلنبين اولا ان
قاعدتيهما تقعان في دائرة واحدة وذلك لان مربع ضلع المكعب
يكون ثلث مربع قطر كرته كما بين فيما تقدم ومربع نصف قطر دائرة
تحيط بمثلث يكون ثلث مربع ضلع ذلك المثلث فمربع نصف
قطر دائرة قاعدة ذي الثماني قواعد ايضا سدس مربع قطر
كرته فاذن اذا كانت كرتهما واحدة كانت دائرتاهما متساويتين
فلنرسم تلك الدائرة وليكن ح مركزها و ا ه قطرها و ا ت ح
مثلث ذي الثماني في دائرة ز ضلع المكعب و ح ك عمودا على ا ز
ونصل ح ت ح د ح ح ك في ا ز مرة تساوي ضعف مثلث ا ز ح
وح ز يساوي مربع ا ز وا اثني عشرة مرة يساوي سطح
المكعب وايضا ح ك في ت د مرة يساوي ضعف مثلث ح ت د
واثني عشر مرة يساوي سطح ذي الثماني فنسبة سطح ح ك
ا ز الى سطح ح ك في ت د كنسبة سطح المكعب الى سطح ذي الثماني
وا ك يساوي ك ح فمربع ا د مثلا مربع ح ك و ح ك مساوي
ل ه فمربع ح ه اعني ا د يساوي اربعة امثال مربع ح ك

لثنه

فمربع ح ك ضعف مربع ح ك ومربعات ا ح ح ك ح ك متوالية
في النسبة فخطوط ا ح ح ك ح ك متوالية في النسبة ح ك في ا ح
كمربع ح ك اعني سطح ح ك في ك ا فنسبة سطح ح ك في ا ه اعني
سطح ح ك في ا ز الى سطح ح ك في ت د كنسبة سطح المكعب الى
السطح الثماني بل نسبة القطر
الى ضلع المثلث نسبة السطحين الثماني وبوجه
آخر يفصل ح ط ثلث ح ز فنسبة
ح ز الى ط ز كنسبة ا ك الى ا ه فسطح
ح ز في ا ه اعني مربع ا ه
يساوي سطح ط ز في ا ك وست مرات سطح ط ز في ا ك اعني اربع مرات
سطح ا ك في ز ز يساوي سطح المكعب وايضا سطح ا ك في ت د
اربع مرات تساوي سطح ذي الثماني فنسبة ز ز القطر الى
ت د ضلع المثلث نسبة سطح المكعب الى سطح ذي الثماني وهي
ايضا نسبة المجسمين على قياس ما م ونسبة قطر كل دائرة الى ضلع
مثلثها كنسبة اي خط كان الى الخط الذي يقوى على ثلثة
ارباع مربعه لان مربع ضلع المثلث ثلثة ارباع مربع القطر
فاذن نسبة كل خط الى الذي يقوى على ثلثة ارباع مربعه
كنسبة سطح المكعب الى ذي الثماني قواعد الواقعين في كرة
ونسبة مجسم ذلك الى المجسم هذا تمت
المقالة الرابعة عشر بعون الله تعالى

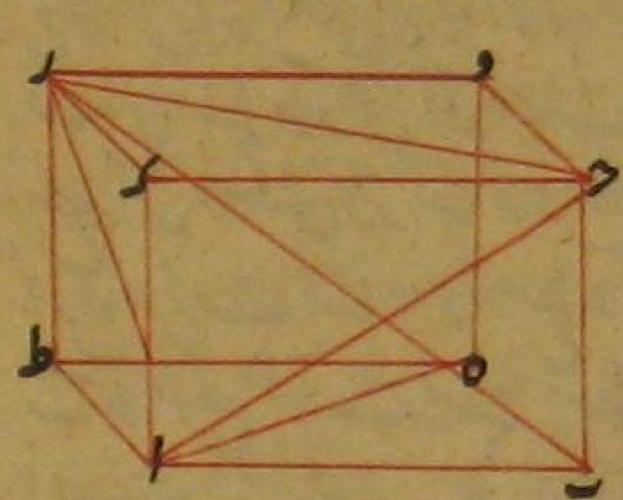


المقالة الخامسة عشر

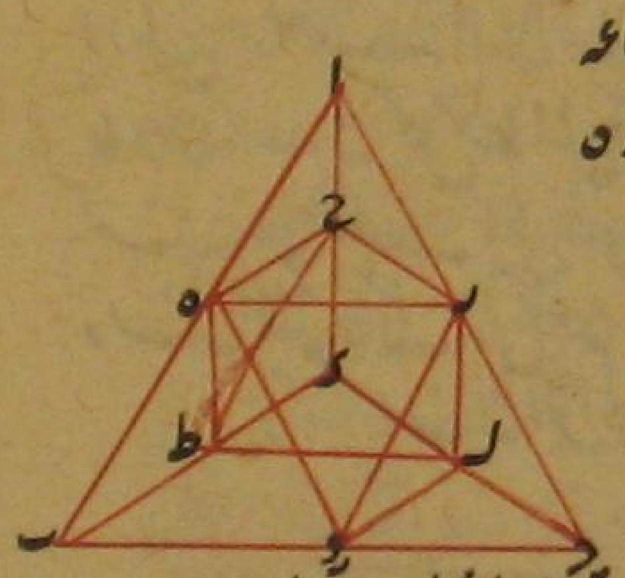
وهي ايضا منسوبة الى ابسقلاوس ستة
اشكال

اذا قسم ضلع مسدس دائرة على نسبة ذات وسط وطرفين كان
الاطول قسميه ضلع معشرها مثل ا ت قسم على د كذلك والاطول
ت د ولنفصل بات ت ز مثل ضلع المعشر فا ز على ت مقسوم كذلك
لما مر ولنكن ه ومساويا لا ت
مقسوم كذلك على ز فخط د ز
مساو لت د ونسبة ا ز الى ا ت كنسبة ه و الى و ز وبالتفصيل
نسبة ا ت ت ز كنسبة و ز ز ه فسطح ا ت في ز ه كسطح ت ز

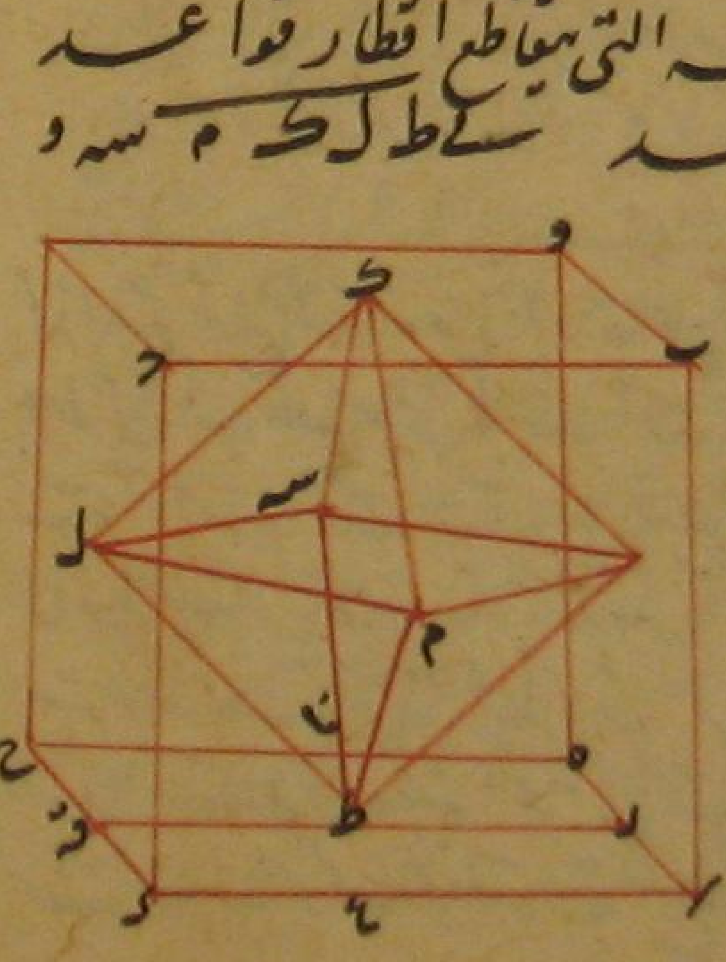
فی ور وکان ا ه مثل و ه فسطح و ه فی ر ه کسطح ب ر فی ور وکان
کمربع ور فاذن ور اعنی ب ر مثل ب ر فب ر ضلع المعشر و
وذلك ما اردناه اقول اظن ان هذا الشکل کان
فی اول المقاله المتقدمه وانما وقع ههنا سهوا فان بعض احکام
تلك المقاله مبنی علیه ولا حاجه ههنا الیه ومع ذلك فعن
خطوه عنی فی البیان و قدم لی ما فیه کفایه فی هذا المعنی
ه نرید ان نرسم مخروطا متساوی القواعد فی مکعب و
لیکن المکعب ب ر ونصل ا د ر ح ا ح ا ه د ه ر ه فمجسم ا د ر ه هو المطلوب
یب فاذن اضلاعه لکونها اقطار اضلاع
المکعب متساویه وذلك ما اردناه



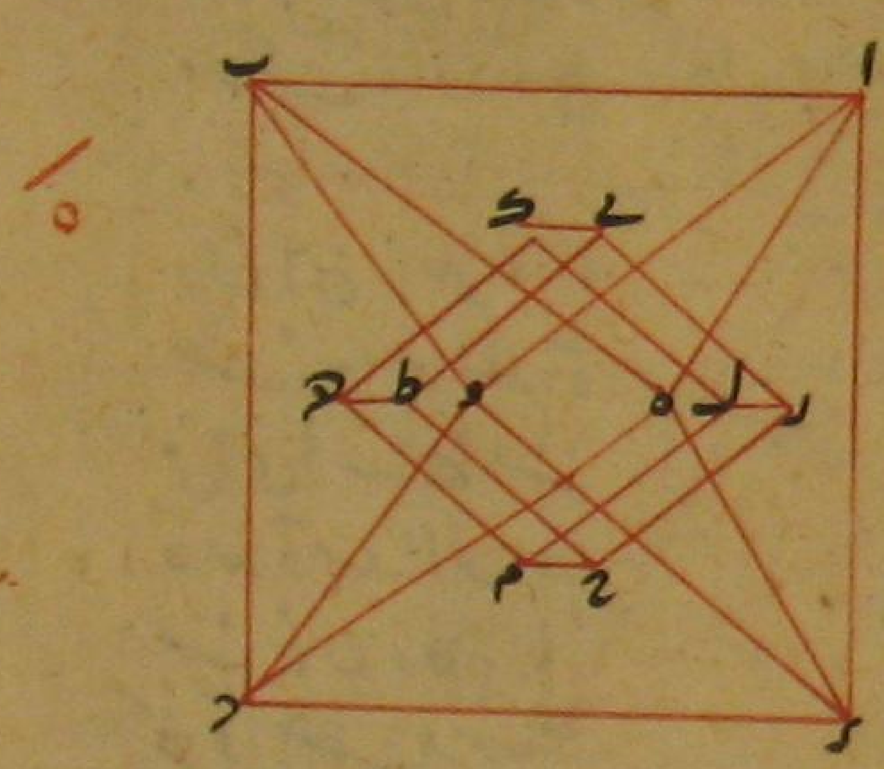
اقول هذه الاحاطه
لیست بما فسرناه من قبل اعنی
تماس الزوایا والاضلاع لانه
تماس الفصول المشترکه والاضلاع
ه نرید ان نرسم ذا ثمانی قواعد فی مخروط متساوی
اضلاع القواعد ولیکن المخروط ا ب ر ح ونصف اضلاعه
یج ونصل الخطوط فیحصل ذو ثمانی قواعد ح ر ك ط ه
وانما تساوی اضلاعه لکونها انصاف
اضلاع المخروط المتساویه



ه نرید ان نرسم ذا ثمانی قواعد
فی مکعب ولیکن المکعب
ا ب ح د ه ر ح فصل بین النقطه التی یتقاطع اقطار قواعد
المکعب علیها فیحصل ذو ثمانی قواعد ی ك ط ك م س ه و
ذلك لان اذا اخرجنا من
ط ع ف موازیا له ا ب و
ر ف موازیا لا ح وکذلك
ید فی سایر الاضلاع حدث
خطوط متساویه هی
اعمده من تلك النقطه علی
الاضلاع یحط کل اثنین
منها بزاویه قائمه فیکون

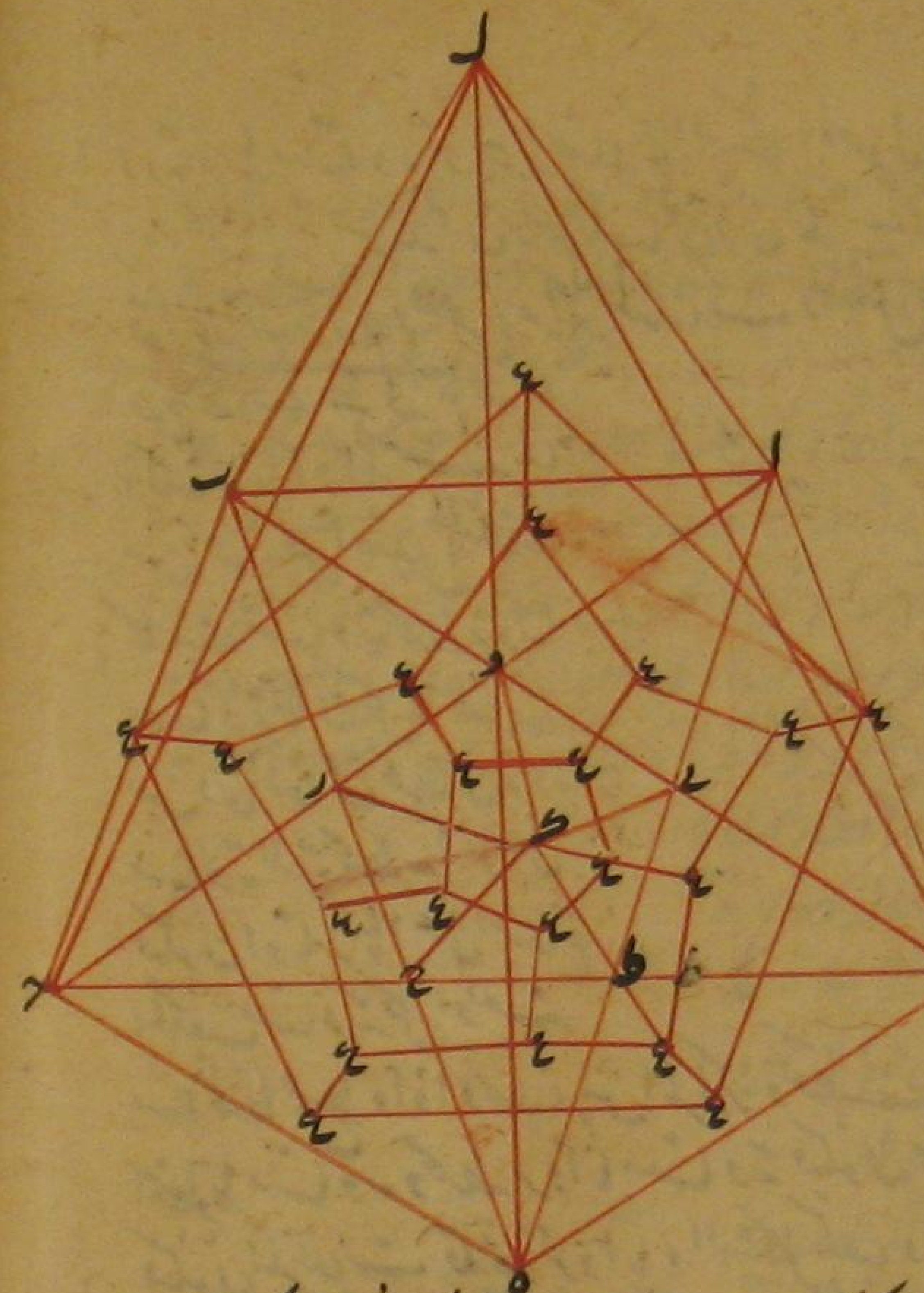


اوتارها متساویه وهی اضلاع الشکل المعمول وذلك ما اردناه
ه نرید ان نرسم مکعبا فی ذی ثمانی قواعد ولیکن ذو الثمانی
قواعد ا ب ح د ر ه ولنخرج مراکز المثلثات ولنصل بینها فیحصل مکعب
ر ح ط ی ك ل م ه و
ذلك لانا اذا اخرجنا
من اعمده علی اضلاع المثلثات
کانت متساویه محیط زوایا
متساویه فان کل قاعدتین
من ذی الثمانی تحیطان بزاویه
متساویه للتی تحیط به اخریان
یه فیکون اوتارها اعنی اضلاع
المکعب متساویه کل اربعه



منها تحیط بسطح واذا وصلنا بین المراکز ونقطه الزوایا کانت
الخطوط متساویه ومحیطه زوایا متساویه فیکون قطرا کل مربع متساویین
فیکون المربعات قایم الزوایا والشکل مکعبا وذلك ما اردناه
ه نرید ان نرسم ذا اثنی عشر قاعده فی ذی عشرین قاعده
ولیکن ذو العشرین قاعده ا ب ح د ر ه و ر ح ط ی ك ل ولنخرج
مراکز مثلثاته وهی التی اعلمنا علیها ع ولنصل بینها فیحصل الشکل
وذلك لانا اذا اخرجنا من المراکز اعمده علی اضلاع المثلثات
کانت متساویه محیطه بزوایا متساویه فیکون اوتارها متساویه
ویحیط کل خمسه منها بسطح وایضا اذا اخرجنا لذی العشرین قطرا
بمر بزاویتین متقابلتین واخرجنا من منتصف القطر اعمده علی المثلثات
الخمسه الملتقیه زوایاها عند ط فی القطر وقعت علی مراکز
المثلثات وکانت الاعمده متساویه ثم ان اخرجنا من
مواقع تلك الاعمده اعمده علی القطر اجتمعت عند
نقطه واحده فیکون لذلك الخطوط
الخمسه الواصله بین المراکز فی بسطح
واحد وایضا لتساوی الاعمده من مراکز
المثلثات من تلك النقطه التی یجتمع عندها
الاعمده ویساوی الاعمده کل مرکزین منها
یکون زوایا المخمس متساویه ولکون کل ثلث

من زوايا المخمس
المتساوية زاوية
واحدة فتكون زوايا
الشكل المعمول متساوية
وذلك ما اردناه



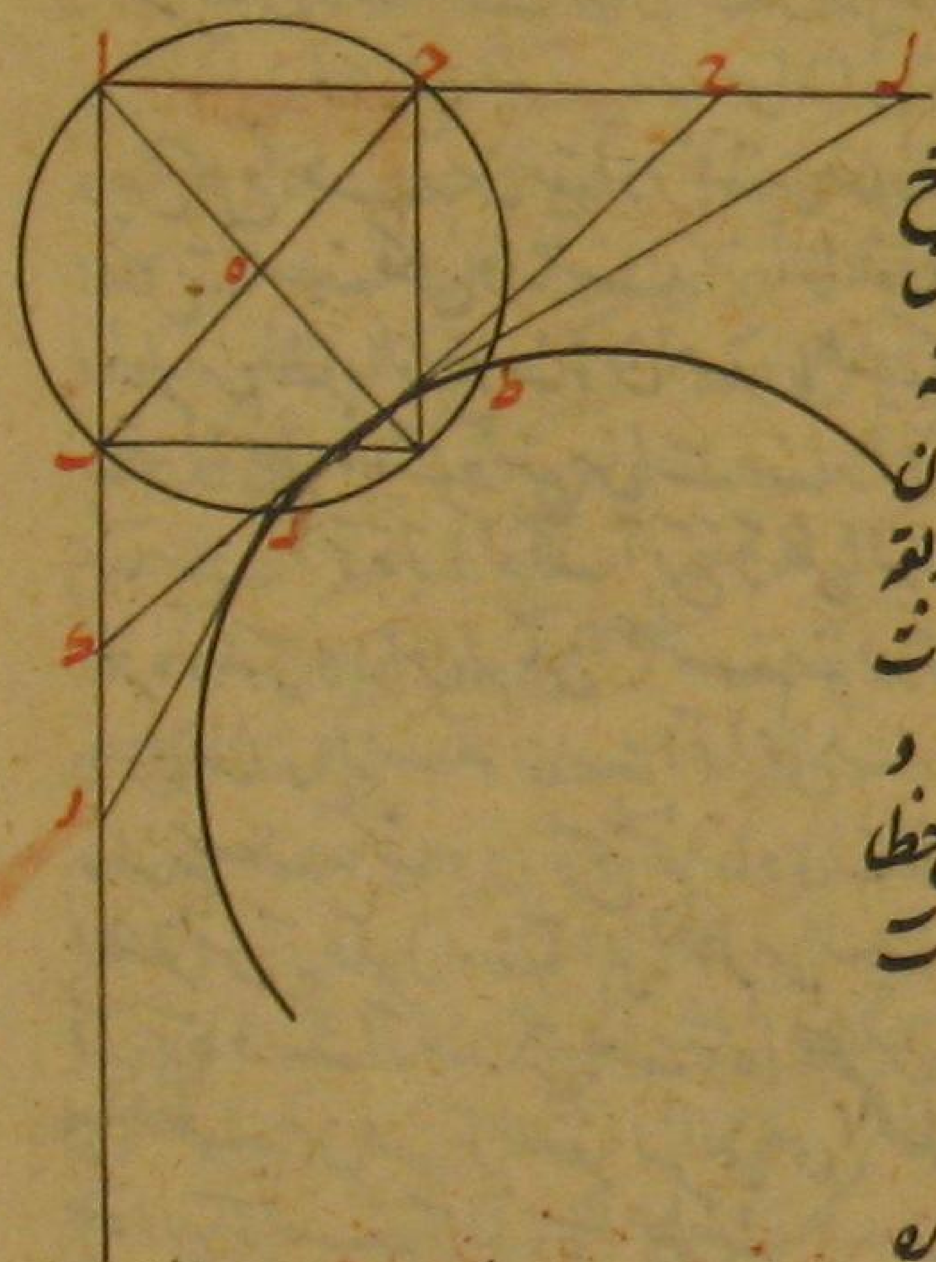
اقول

ولنا ان نرسم ذا
عشرين قاعدة
في ذي اثنتي عشر
قاعدة بهذا الوجه
بعينه فان زوايا
كل واحد منها كعدة
قواعد الآخر و
البيان قريب من
بيانه واذ وفقني
الله في تحرير هذا الكتاب حسب ما قصدته فلاختم الكلام
بحمده انه خير موفق ومعين تم الكتاب بعون
الله تعالى وحسن توفيقه

القول في اقامة البرهان على الحكم المذكور في الشكل الخامس
عشر من المقالة الثانية عشر من هذا الكتاب

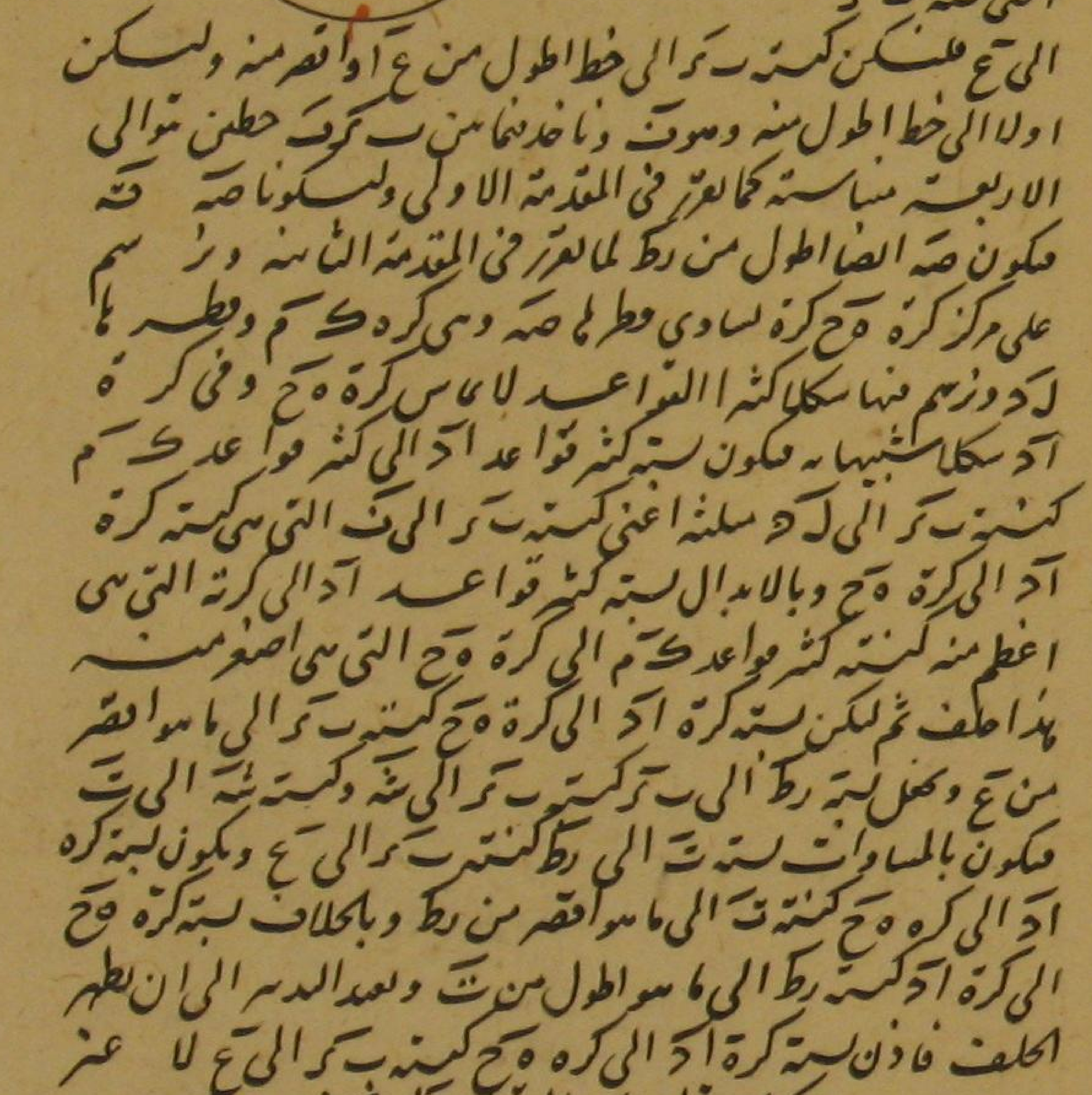
وهو قوله نسبة الكرة الى الكرة كنسبة القطر الى القطر مثلثة على الوجه
الصحيح الذي تقرر عندي مبنيا على بعض قواعد ابلونيوس وهو مرتب
على مقدمتين فالمقدمة الاولى ان لنا ان نجد خطين فيما
بين اي خطين محدودين كانا على ان تتناسب الاربعة متوالية
وليكن الخطان اب اح ونجعلهما محيطين بقائمة اَ و نتمم
سطح اب در المتوازي الاضلاع ونرسم عليه دايرة اب
ونصل قطري ار بد متقاطعين على مركز ه ونخرج اب اح
الى غير نهاية ونخط على نقطة د خط زدح موازيا لب د فينقطف على

زاوية تساوي خطي ز د د ح ونرسم قطعا زائدا يمر بنقطة ر ويكون
خطا اب اح اللذين لا يلقيانه عليه كما قرره ابلونيوس في الشكل
الرابع من المقالة الثانية من كتابه في قطوع المخروطات وليكن
ذلك قطع ر ط فمن البين انه اذا كان خطا اب اح متساويين كان
قطر اه عمودا على ب د بل زح وكان زح مماسا للدائرة
لكون اه عمودا على
زح ومماسا للقطع ايضا
لتساوي خطي ز ر ر ح
كما تقرر في الشكل الثالث من
المقالة الثانية من كتابه
فالقطع لا يقطع الدائرة ويكون
خطوط اب اح ح ب اح الاربعة
متساوية وذلك لتشابه المثلثات
اب د رمح د ر ح الثلثة و
تساوي ضلعي اب اد فيكون خطا
د ح ب ز قد وقعا بين خطي اب
اد وتناسبت الاربعة واما
اذا اختلفا وليكن اب مثلا
اطول فيكون زح قاطعا للدائرة
فما بين د ر لكون زاوية ارح حادة ووجب من ذلك ان يقطع القطع
الدائرة ايضا والا لوقع قوس ر ط من الدائرة فيما بين القطع وخط زح
المماس له وحينئذ يمكن ان يقع بينهما خطوط مستقيمة يوصل من نقطة
ر واي نقطة تفرض على قوس ر ط هذا خلف لما تقرر في الشكل الثاني
والثلثين من المقالة الاولى من كتابه ولا يمكن ان يتقاطعا على اكثر
من نقطتين لتقابل احدابهما كما تقرر في السكل الثلثين من المقالة الرابعة
فليتقاطعا على نقطتي ر ط ونصل رط ونخرجها الى ك ل
اقول فخطا د ك ب ك هما المطلوب وذلك لان
خطي ك ر ط ك الواقعين من القطع والخطين اللذين لا يلقيانه عليه
متساويان لما تقرر في الشكل الثامن من المقالة الثانية من كتابه
فسطح ك ط في ك ر كسطح ر ل في ل ط وليكن سطح ط ك في ك ر
تساوي سطح اك في ك ب لخروج خطي ط ك ب من نقطة ك الى الدائرة



قاطعين اياها وكذلك سطح ب ك في ك ط كسطح ا ك في ل د فسطح ا ك في ك ت
تساوي سطح ا ك في ا د ويكون نسبة ا ك الى ا ك كنسبة د ك الثاني الى ك ت
الثالث ونسبة ا ك الى ا ك كنسبة د ك اعني ات الاول الى د ك الثاني
لتشابه مثلثي ا ك ل د ك وكنسبة ك ت الثالث الى ب ك اعني ا د
الرابع لتشابه مثلثي ا ك ب ك د فاذن وجدنا بين خطي ا ت
ا د خطين ونسبت الاربعة متوالية وذلك ما اردناه

المقدمة الثانية وهي انه اذا وقعت من مقدار واحد
وبين كل واحد من مقدارين مختلفين مقادير بعدة واحدة وتوالت
الكل متناسبة فكل واحد من الواقعة منه وبين اعظم المختلفين يكون
اعظم من نظيره الواقع منه وبين اصغرهما فليكن ذلك المقدار ا والمختلفان
ب د واعظمهما ب وليقع بين ا ب مقدارا ه ز وبين ا د مقدارا ز ح و
لتناسب ا ه ز ب وكذلك ا ز ح د على التوالي **اقول** فه اعظم من
نظيره وهو ز لانه ان لم يكن اعظم منه فهو اما مساو له او اصغر منه ولكن
اولا مساويا له فتكون نسبة ا ه اعني نسبة ه ز كنسبة ا ز اعني نسبة ز ح
ويلزم منه تساوي ه ح ثم تساوي ب د هذا خلف ولكن ايضا ه
اصغر من ز فتكون نسبة ا اليه اعظم من نسبته الى ز وكانت نسبة ا ه كنسبة
ه ز ونسبة ا ز كنسبة ز ح فنسبة ه ز اعظم من نسبة ز ح ونسبة ز الاعظم الى
ه اعظم من نسبة ز الاصغر اليه التي هي اعظم من نسبة ز الى ح فنسبة
ز الى ح كنسبة ز الى ه اعظم كثيرا
من نسبته الى ح و ه اصغر من ح
وبمثل ذلك يلزم ان يكون ب اصغر
من د وكان اعظم هذا خلف
فاذن ه اعظم من ز **اقول**
و ه ايضا اعظم من ح لانه ان كان
مساويا له كان ز مساويا لـ ز لان ا
في ه كا في ح ومربع ز كمربع ز وان كان ه اصغر من ح كان ز لذلك بعينه
اصغر من ز فقد ثبت انه اعظم منه هذا خلف فاذن ايضا اعظم من ح
وذلك ما اردناه واذا تقرر ذلك فانا نعيد بيان المطلوب كرتي ا د
ه ح المذكورتين في الشكل الخامس عشر من المقالة الثانية عشر من
كتاب اقليدس بعظم بها [illegible] ب ر ط ونجعل نسبة ب ر الى ر ط
كنسبة ر ط الى س ونسبة س الى ع ونقول



ان لم يكن نسبة
كرة ا د الى كرة
ه ح كنسبة قطر
ب ر الى قطر ر ط مثلثة
اعني كنسبة ب ر
الى ع فلتكن كنسبة ب ر الى خط اطول من ع او اقصر منه وليكن
اولا الى خط اطول منه وهو ت ونأخذ بينهما من ب ر ت خطين متوالي
الاربعة متناسبة كما تقرر في المقدمة الاولى وليكونا ص ق
فيكون ص ايضا اطول من ر ط لما تقرر في المقدمة الثانية ونرسم
على مركز كرة ه ح كرة نصف قطرها ص وهي كرة ك م وقطرها
ل د ونرسم فيها شكلا كثير القواعد لا يماس كرة ه ح وفي كرة
ا د شكلا شبيها به فيكون نسبة كثير قواعد ا د الى كثير قواعد ك م
كنسبة ب ر الى ل د مثلثة اعني كنسبة ب ر الى ت التي هي كنسبة كرة
ا د الى كرة ه ح وبالابدال نسبة كثير قواعد ا د الى كرته التي هي
اعظم منه كنسبة كثير قواعد ك م الى كرة ه ح التي هي اصغر منه
هذا خلف ثم لتكن نسبة كرة ا د الى كرة ه ح كنسبة ب ر الى ما هو اقصر
من ع ونجعل نسبة ر ط الى ب ر كنسبة ب ر الى ش وكنسبة ش الى ت
فيكون بالمساواة نسبة ت الى ر ط كنسبة ب ر الى ع ويكون نسبة كرة
ا د الى كرة ه ح كنسبة ت الى ما هو اقصر من ر ط وبالخلاف نسبة كرة ه ح
الى كرة ا د كنسبة ر ط الى ما هو اطول من ت ونعيد التدبير الى ان يظهر
الخلف فاذن نسبة كرة ا د الى كرة ه ح كنسبة ب ر الى ع لا غير
اعني كنسبة قطر ب ر الى قطر ر ط مثلثة
وذلك ما اردناه وهذا ما قصدته
وانما لم اورده في الكتاب
لكونه مبنيا على ما هو خارج
منه فمن شاء فليلحقه به
والله الموفق
والمعين
تم

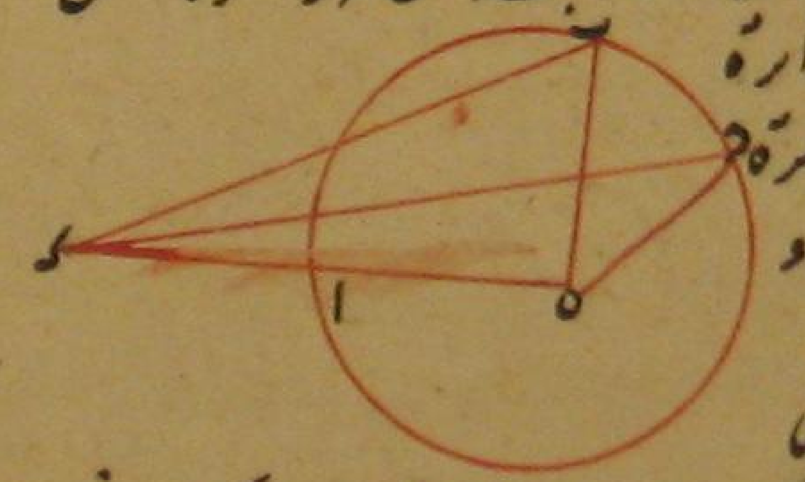
باسمه سبحانه

كتاب الاكر لثاوذوسيوس وهو ثلث مقالات وتسع وخمسون شكلا وفي بعض النسخ نقصان شكل في العدد وقد امر بنقله من اليونانية الى العربية ابو العباس احمد ابن المعتصم بالله فتولى نقله قسطا بن لوقا البعلبكي الى الشكل الخامس من المقالة الثانية ثم تولى نقل ما فيه عيره واصلحه ثابت بن قرة الحر

المقالة الاولى اثنان وعشرون شكلا الحدود الكرة شكل يحيط به سطح واحد في داخل نقطة كل الخطوط المستقيمة الخارجة منها الى السطح متساوية وتلك النقطة مركز الكرة محور الكرة خط مستقيم ثابت ويدار الكرة عليه وقطبا ما طرفا المحور قطب الدائرة التي على الكرة نقطة على سطح الكرة تكون جميع الخطوط المستقيمة التي تخرج منها الى محيط الدائرة متساوية الدوائر المرسومة على الكرة المتساوية الابعاد عن المركز هي التي تكون الاعمدة الواقعة من مركز الكرة على سطوحها متساوية والتي عمودها اطول فهي ابعد السطحان اللذان يقال لكل واحد انه مائل عن الآخر هما المتقاطعان اللذان اذا اخرج من اي نقطة تكون على فصلهما المشترك عمودان عليه في السطحين احاطا بزاوية حادة ومثلها هو تلك الزاوية والسطوح المتساوية الميول هي التي تساوي زاوية كل اثنين منها زاوية اخرى والتي اكثر ميلا هي التي زواياها اصغر اقول ومعنى ان نسلم ان لنا ان نخط اي نقطة اتفقت على سطح الكرة قطبا ونرسم عليه باي بعد هو اقل من قطر الكرة دائرة في ذلك السطوح وان نخرج اي قوس يكون الى ان تتم دائرتها وان نفصل ما تساوي قوسا معلومة من قوس اعظم منها اذا كانتا من دائرتين متساويتين وانه لا يكون لدائرة واحدة اكثر من قطبين وان القسي المتشابهة لقوس واحد متشابهة الى غير ذلك مما يجري مجراه على ما يجري في اشارة المسائل

الاشكال

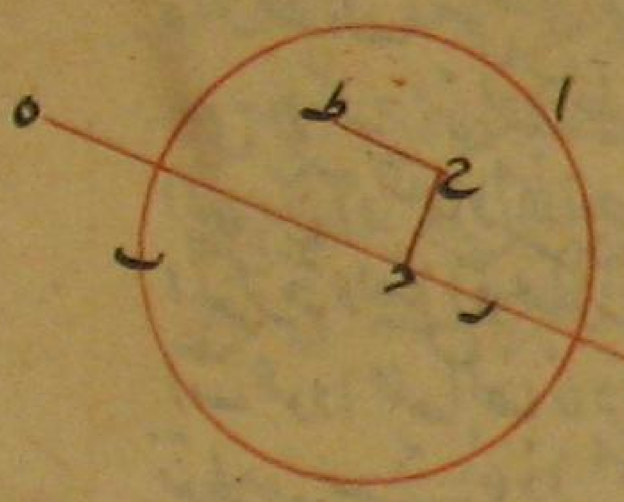
ا اذا قطع سطح كرة كان الفصل المشترك دائرة فليكن على الخط المشترك بين ذلك السطح وسطح الكرة ا ب ج ثم ان كان السطح القاطع مارا بمركز الكرة كان من البين ان ذلك الفصل دائرة وذلك لتساوي جميع الخطوط الخارجة من مركز الكرة الى الخط المشترك ويكون مركز الكرة والدائرة واحدا وان لم يكن مارا به فليكن مركز الكرة



د ولنخرج منه عمودا على السطح وهو د ه ونخرج ه ب د ب كيف اتفق ونصل د ب د ج فلان د ه عمود على السطح تكون زاويتا د ه ب د ه ج قائمتين وادا القسا من مربعي د ب د ج المتساويين لكونهما نصفي قطر الكرة مربع د ه المشترك تبقى مربعا ه ب ه ج متساويين فه ب ه ج

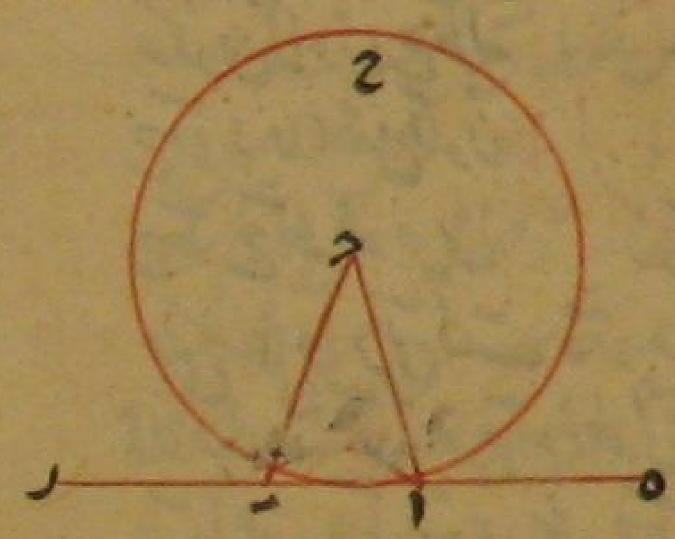
متساويان وكذلك سائر الخطوط الخارجة من ه الى خط ا ب ج فاذن خط ا ب ج محيط دائرة مركزها ه وقد بان من ذلك ان كل عمود يخرج من مركز الكرة ويقع على سطح دائرة ما في الكرة فهو يقع على مركز تلك الدائرة وذلك ما اردناه

ب ه كيف نجد مركز الكرة فلنقطعها بسطح ولنحدث دائرة ا ب فان كانت مارة بمركز الكرة فقد وجدنا المركز لان مركزهما واحد وان لم تكن مارة بها فليكن مركز الدائرة د ونخرج منها عمودا على سطح الدائرة مارا في الجهتين وليلق سطح الكرة على نقطتي ز ه ونصف ز ه على ج فهو مركز الكرة

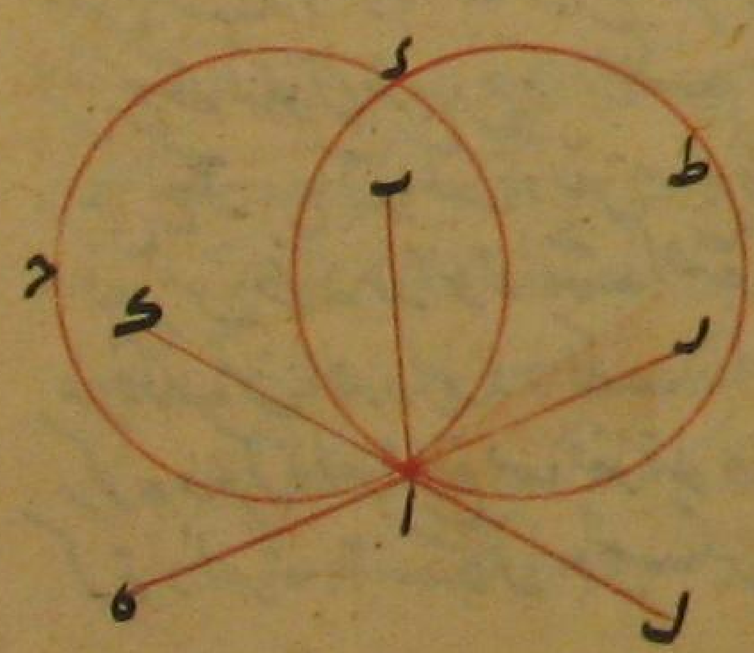


والا فليكن المركز ح ونخرج منه عمودا على سطح دائرة ا ب فان وقع على غير نقطة د فليقع على ط فيكون مركز دائرة ا ب وكان د مركزها هذا خلف وان وقع على د كان عمودا د ح د ز قائمين على سطح واحد على نقطة واحدة هذا خلف فاذن مركز الكرة هو ز لا غير وقد بان من ذلك ان كل عمود على سطح دائرة تقع في كرة يكون خارجا عن مركز تلك الدائرة فهو يمر بمركز الكرة وذلك ما اردناه

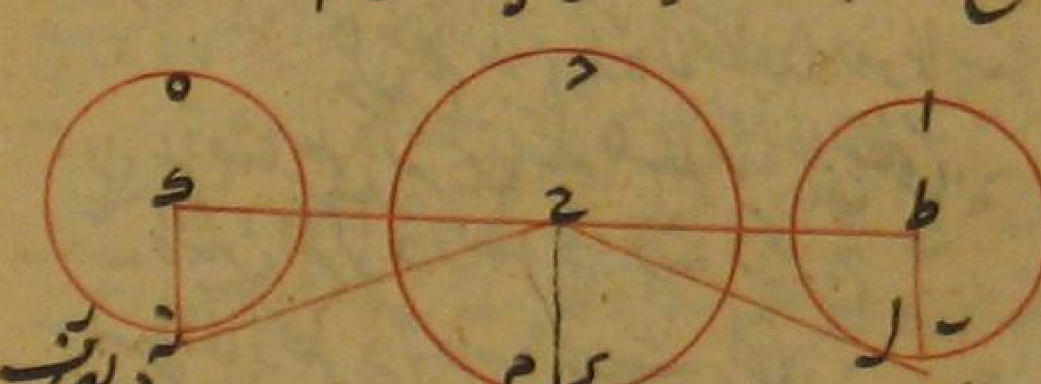
ج ه كل سطح يلاقي كرة لا يقطعها فهو مماسها على نقطة فان امكن ان يلاقيها على اكثر من نقطة فليلاقها على نقطتي ا ب وليكن المركز د ونصل د ا د ب ونخرج السطح الذي يحيط بـ د ا د ب فيحدث في الكرة دائرة ا ج ب وفي السطح الملاقي لا يقطع الكرة خط ه ا ب ز ولان السطح الملاقي لا يقطع الكرة فخط ه ا ب ز لا يقطع الدائرة وقد لاقاها على نقطتي ا ب فيكون الخط الواصل بين ا ب غير داخل في دائرة ا ج ب هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه



د ه كل خط يخرج من مركز الكرة الى نقطة التماس من سطح يماسها فهو عمود على ذلك السطح فليكن المركز ب ونقطة التماس ا والخط ا ب ولنمر به سطح كيف اتفق فيحدث في الكرة دائرة ا د ج وفي السطح المماس

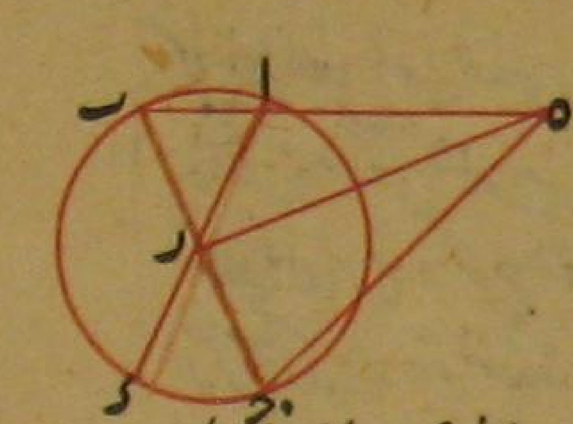


خط ه آ د ويكون الخط مماسا للدائرة على نقطة آ فيكون ب ا عمودا على ه آ د
وليمر بخط ا ب ايضا سطح ا د فيحدث في الكرة دائرة ا ب ط وفي السطح المماس
خط ك ا ك ويكون الخط مماسا للدائرة ايضا على نقطة آ ويكون ب ا عمودا
على السطح المار بخطي ه آ د ك آ ك فاذن ب ا عمودا على السطح المار بخطي
ه آ د ك آ ك وهو السطح المماس الكرة بعينه وذلك ما اردناه ٥ كل عمود ه
على سطح يخرج من نقطة عليها يماس السطح الكرة فهو يمر بمركز الكرة فليكن نقطة
التماس آ والعمود الخارج ا ب فان لم يمر ا ب بالمركز فليكن
المركز د ولنصل ا د فيكون عمودا على السطح المذكور وكان
ا ب عمودا عليه ايضا فاذن قام عمودان على جهة واحدة على
نقطة منه هف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه ٥ اعظم و
الدوائر التي تقع في الكرة هي المارة بمركزها المتساوية البعد عن مركزها متساوية
والتي بعدها اكثر فهي اصغر فليكن في كرة دوائر ا ب ح د ه ز والمارة منها بالمركز د ح
والباقيتان متساويتا البعد عن المركز اولا وليكن المركز ح فهو مركز دائرة
د ح ونخرج منها عمودا على سطحي دائرتي ا ب ه ز عمودي ح ط ح ك فيقعا على ط ك
مركزا دائرتي ا ب ه ز ونخرج من مراكز الدوائر الى المحيط خطوط ح م ط ل ك ن

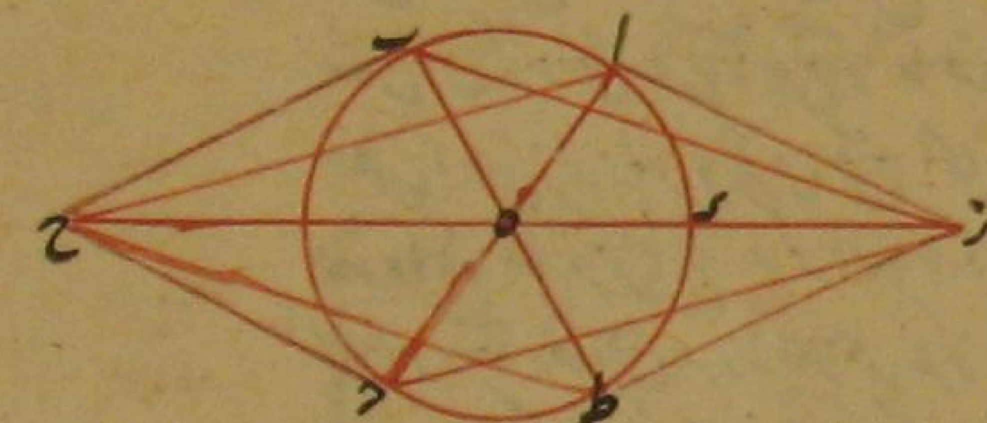


ونصل ح ل ح ن
فيكون زاويتا ح ط ل
ح ك ن قائمتين لكون
ح ط ح ك عمودين
على سطحي دائرتي ا ب ه ز ويكون خطوط ح ل ح م ح ن متساوية لانها انصاف
الاقطار للكرة و ح م اطول من كل واحد من ط ل ك ن لان
ح م اعني ح ل يقوى على ح ط ط ل والضا ح م اعني ح ن يقوى على
ح ك ك ن و ط ل ك ن متساويان لتساوي ح ط ح ك وتساوي ح ل
ح ن فاذن دائرة د ح اعظم من دائرتي ا ب ه ز وهما متساويتان وايضا
ليكن بعد دائرة ا ب من ح اكثر من بعد دائرة ه ز اعني يكون ح ط اطول
من ح ك فيكون مربع ح ط اعظم من مربع ح ك ومتى نقصناهما من
مربعي ح ل ح ن المتساويين بقي مربع ط ل اصغر من مربع ك ن فط ل
اقصر من ك ن فدائرة ا ب اصغر من دائرة ه ز وكذلك الحكم في
غير ذلك من الدوائر وذلك ما اردناه ٥ كل خط يصل من مركز ز
كرة ومركز دائرة تقع فيها فهو عمود على سطح تلك الدائرة فليقع في
كرة دائرة ا ب د ح وليكن مركز الكرة ه ومركز الدائرة ...

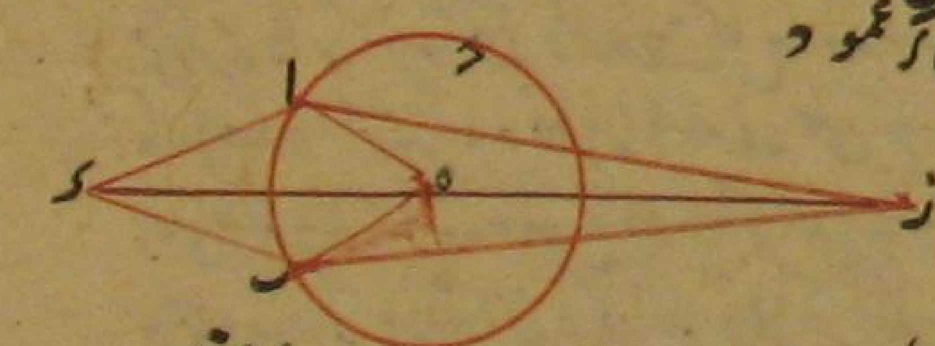
ز ونصل ه ز ونخرج في الدائرة قطري ا ز ب د
ونصل ه ب ه د فيتساوى ضلعي ه ب ه د
وضلعي ز ب ز د في مثلثي ه ب ز ه د ز ويكون



ضلع ز ه مشتركا يكون زاويتا ه ز ب ه ز د
متساويتين فهما قائمتان و ه ز عمود على ب د ومثله تبين انه عمود ايضا على
ا ز فاذن هو عمود على سطحها اعني الدائرة وذلك ما اردناه ٥ ح
كل عمود يخرج من مركز كرة على سطح دائرة تقع فيها فهو يمر بقطبي الدائرة فليكن
الدائرة ا ب د ومركزها ه ومركز الكرة ز والعمود ز ه ونخرجه الى ز ح
من سطح الكرة فنقول انهما قطبا دائرة
ا ب د ونخرج قطري ا د ب ط



كيف كانا ونصل ز ه ز د
ز ب ز ط فلان في مثلثا
ب ز ه د ز ه ز ب ه ز ط ه
زواياه ه قائمة وضلع ز ه مشترك
واضلاع ه آ ه د ه ب ه ط متساوية تكون اضلاع ز ا ز ب ز د
ز ط متساوية وكذلك سائر الخطوط الخارجة من نقطة ز الى محيط دائرة
ا ب د وبمثل ذلك تبين ان الخطوط الخارجة من نقطة ح اليه ايضا
ط متساوية فاذن ز ح القطبان وذلك ما اردناه ٥ كل خط يصل
من قطب دائرة تقع في كرة وبين مركز تلك الدائرة فهو عمود على الدائرة
ي والبرهان والشكل ما مر مما تقدم ٥ كل عمود يخرج من قطب دائرة
في كرة على سطح تلك الدائرة فهو يقع على مركزها ويمر بقطبها الآخر فليكن الدائرة
ا ب د واحد قطبيها ز ولنخرج من ز عمود
ز ه عليها فنقول انه مركزها



واذا اخرج ز ه وقع على قطبه الآخر
ولنخرج من ه ه آ ه ب كيف اتفق ونصل
ز ا ز ب متساويتين فلكون ز ه مشتركا وز ا ز ب متساويين وزاويتي ز ه ا ز ه ب قائمتين
يكون في مثلثي ز ه ا ز ه ب القائم الزاوية ه ا مساويا لـ ه ب وكذلك سائر الخطوط
الخارجة من ه الى محيطات ا ب د فاذن ه مركز الدائرة واذا اخرجنا ز ه الى ح
من سطح الكرة ووصلنا ح ا ح ب كانا ايضا متساويين لتساوي ه ا ه ب
وكون زاويتي ه قائمتين وضلع ه ح مشتركا وكذلك سائر الخطوط الخارجة
يا عن ح الى محيطات ا ب د فاذن هو القطب الآخر وذلك ما اردناه ٥

كل خط يصل بين قطبي دائرة تقع في كرة فهو عمود على الدائرة مار بمركزي الدائرة
والكرة فلتكن الدائرة ا ب ج د وقطباها ه ز ولنصل ه ز ولنعلم على نقطة ح من
سطح الدائرة ونخرج خطي ا ج ب د مارين بح كيف اتفقا ونصل ه ب ه د ز ب ز د
فلكون ه ز مشتركا وضلعا ه ب ب ز متساويين لضلعي ه د د ز يكون
في مثلثي ه ب ز ه د ز زاويتا ه ب ز
ه د ز متساويتين ولان في مثلثي ب ه ح
د ه ح زاويتي ه وضلعي ب ه ه د متساويان
وضلع ه ح مشترك يكون زاويتا



ه ح ب د ح ه متساويتين بل قائمتين وكذلك
تبين ان زاويتي ه ح ا ه ح ج قائمتان فه ح العمود على ا ج ب د عمود على
سطحها اعني الدائرة ولكون ه ح الخارج من قطب ه عمودا على الدائرة
فهو واقع على مركزها فح مركز الدائرة وايضا لكون ه ح عمودا على سطح
الدائرة خارجا عن مركزها فهو يمر بمركز الكرة وذلك ما اردناه ه الدوائر العظيمة يب
التي تقع في كرة متناصفة فلتكن ا ب ج د من العظام التي تقع في كرة ولكون
سطحيها مارين بمركز الكرة فهما متقاطعان وليتقاطعا على ه ز من سطح الكرة
وليكن مركز الكرة ح ولنصل ه ح ح ز فلكون نقط
ه ح ز في سطحي الدائرتين يكون على فصلهما المشترك
الذي هو خط مستقيم فه ح ز خط مستقيم ولان ح
مركز الدائرتين يكون ه ز قطرا لهما وينصف كل
واحد من محيطيهما فاذن الدائرتان متناصفتان
على ه ز وذلك ما اردناه ه الدوائر المتناصفة الواقعة في كرة عظام فلتكن يج
في كرة دائرتا ا ب ج د ه ب ز د وينصف كل واحد منهما الاخر على نقطتي ه ز فنصل ه ز
وهو فصلهما المشترك وقطرهما وننصفه على ح فح مركزهما ونخرج من نقطة ح عمود ا ح
على سطح دائرة ا ب ج د وهو ح ك و ا ح على سطح دائرة
ه ب ز د وهو ح ط فهما يمران بمركز الكرة فمركز الكرة
على فصلهما المشترك الذي هو ح اعني مركزي دائرتي



ا ب ج د فاذن هما عظيمتان وذلك ما اردناه
كل دائرة يقطعها دائرة عظيمة من كرة على زوايا يد
قائمة فالعظيمة تنصفها وتمر بقطبيها فلتكن العظيمة ا ب ج د والاخرى ه ب ز د
وليتقاطعا على قوائم ولنصل فصلهما المشترك وهو ب د وليكن مركز العظيمة ح
وهو مركز الكرة ونخرج من ح عمود ح ط على ب د ونخرجه في الجهتين الى

الى نقطتي ا ز من سطح الكرة فلان سطح دائرة
ا ب ج د قائم على سطح ه ب ز د وقد اقيم فيه
عمود ح ط على فصلهما المشترك فح ط عمود على سطح
ه ب ز د ولكونه خارجا من مركز الكرة يكون ط مركز دائرة
ه ب ز د فهو يمر بقطبيها فا ز قطباها وذلك ما اردناه ه كل دائرة غير يه
عظيمة ينصفها عظيمة في الكرة فهو يقطعها على قوائم ويمر بقطبيها فلان دائرة
ه ب ز د تنصف على نقطتي ب د يكون ب د قطرها وينصفها على ط فط مركزها
وليكن ح مركز العظيمة والكرة ولنصل ح ط
ونخرجه الى ا ز فلان ح ط وصل بين مركز
الكرة ومركز دائرة تقع فيها يكون عمودا على
سطح دائرة ه ب ز د وسطح دائرة ا ب ج د
قائم به فاذن هو يقطعها على قوائم وذلك ما اردناه ه كل دائرة في الكرة يو
تقطعها وتمر بقطبيها دائرة عظيمة فالعظيمة تنصفها وتقوم عليها على قوائم
فلتقطع ا ب ج د العظيمة ه ب ز د وهما في كرة ولتمر
بقطبيها وهما ا ز ولنصل ا ز فهو يقوم عمودا على سطح
دائرة ه ب ز د ويمر بمركزها ومركز الكرة ولان
سطح ا ب ج د مار بالعمود فيقطع سطح ه ب ز د
على قوائم فهو ينصفها ويمر بقطبيها وذلك ما اردناه ه الخط الخارج من قطب يز
كل دائرة عظيمة تقع في الكرة الى محيطها مساو لضلع الواقع في تلك الدائرة
العظيمة فلتكن الدائرة العظيمة ا ب ج د ولتتقاطع فيها
قطرا ا ج ب د على قوائم على ه فه مركز الكرة
والدائرة ولنقم ه ز عمودا على سطح ا ب ج د
منتهيا الى سطح الكرة عند ز فز قطب دائرة
ا ب ج د ولنصل ب ا ا ز فا ب ضلع المربع الواقع في دائرة ا ب ج د ولان في
مثلثي ا ه ب ا ه ز ضلع ا ه مشترك وضلعي ه ب ه ز متساويان لكونهما
نصف قطري الكرة وزاويتا ا ه ب ا ه ز قائمتان يكون ا ب مساويا
لا ز فا ز الذي هو الخط الخارج من قطب دائرة ا ب ج د الى محيطها مساو لضلع المربع
الواقع فيها وذلك ما اردناه ه كل دائرة في كرة يكون الخط الخارج يح
من قطبها الى محيطها مساويا لضلع مربع يقع في اعظم دوائر تلك الكرة فهي ايضا
عظيمة ولتكن في كرة دائرة ا ب ج د وليكن ز د الخارج من قطبها وهو ز الى محيطها
مساويا لضلع مربع يقع في اعظم دوائر هذه الكرة ولنخرج سطحي بخط

زح د وبمركز الكرة فيحدث على سطح الكرة دائرة
ب زح ه العظيمة ويكون الفصل المشترك لها
والدائرة ا ب ج خطا ولنصل زب ولان
زب زح متساويان وزح ربع دائرة
ب زح ه نصفها وب ج قطرها ولان ولرة ب زح ه العظيمة
مرت بقطبي دائرة ا ب ج فهي بنصفها ايضا على ب ج ولان دائرتي ا ب ج ب زح ه
متناصفان فدائرة ا ب ج عظيمة وذلك ما اردناه ٥ نريد ان نجد خطا مساويا
لقطر دائرة معلومة في كرة فلتكن الدائرة ا ب ج ولنعلم على محيطها ثلث نقطة
هي ا ب ج كيف اتفق ولنصل بينها ولنعمل زح ه ز على ان يكون زح ه مثل ا ب
وزح ز مثل ا ج وه ز مثل ب ج ونخرج من زح ه زح ز عمودي ه ح زح ح الى ان
لط يتلاقيا على ح ولنصل زح ح فهو
مساو لقطر دائرة ا ب ج لانا
اذا اخرجنا قطرها وهو اط
ووصلنا ج ط كانت زاوية
اط ج مساوية لزاوية ا ب ج اعني زاوية زح ه ز واذا توهمنا دائرة تحيط بذي
اربعة اضلاع زح ه ح ز التي زاويتا ه ز المتقابلتين فيه قائمتان كانت زاوية
زح ح ز ايضا مساوية لزاوية زح ه ز فيكون في مثلثي اط ج زح ح ز زاويتا اط ج زح ح ز
متساويتين وزاويتا ا ج ط زح ز ح قائمتين وضلعا ا ج زح ز متساويتين
فيكون كذلك اط زح ح متساويين وذلك ما اردناه ٥ نريد ان
م نجد خطا مساويا لقطر كرة معلومة فلنعلم على سطح الكرة نقطتين كيف اتفقا و
هما ا ب ونرسم على قطب ا وبعد ا ب دائرة ا ب ج د ولنبين زح ح مساويا
لقطرها ونرسم مثلث ه زح ح على ان كل واحد من ه زح ه ح مثل ا ب و
زح ح هو المساوي لقطر دائرة ب ج د ولنقيم عمودين على ه زح ه ح ونخرجهما
الى ان يلتقيا على ط ونصل ط ه فهو قطر الكرة لانا اذا اخرجنا سطحي
ب ج ا ب بمركز الكرة حدث
دائرة ا ب ج د من العظام و
نخرج فيها قطر ا ك وهو قطر
الكرة ولنصل ا ب ب ك ب د
فلان ا ب ا د متساويان لم
د ح و ب ر الذي هو قطر دائرة ب ج د مساو لزح ح يكون زاوية ا ب ر اعني
زاوية ا ك ب مساوية لزاوية ه زح ح المساوية لزاوية ه ط ح كما مر في مثلثي

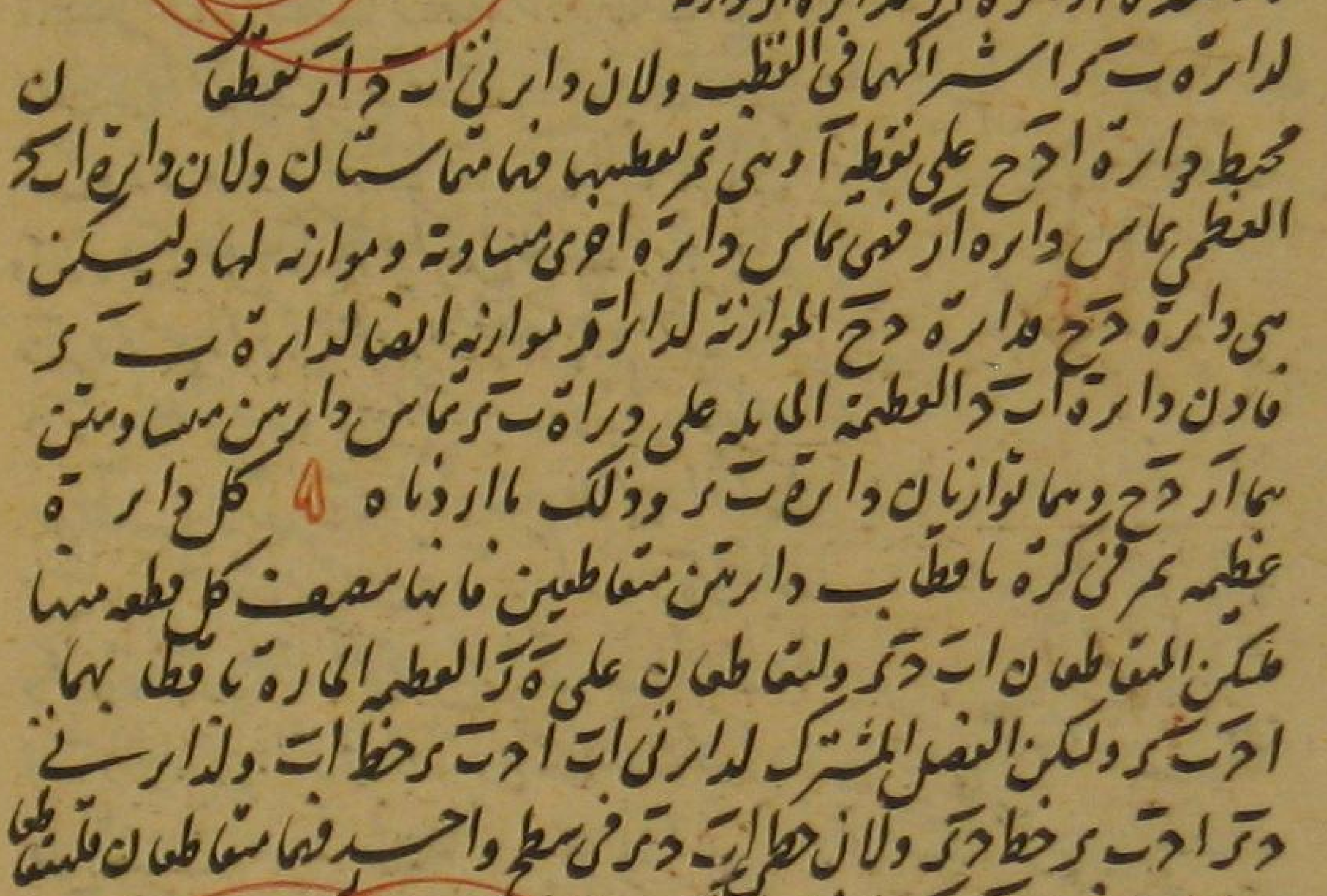
ا ك ب ه ط ح زاويتا ا ك ب ه ط ح متساويتان وزاويتا ا ب ك ه ح ط قائمتان
وضلعا ا ب ه ح متساويان فضلعا ا ك ه ط متساويان فه ط قطر الكرة
وذلك ما اردناه ٥ نريد ان نرسم دائرة عظيمة تمر بنقطتين معلومتين على
ما سطح كرة وليكن النقطتان ا ب فان كانتا على طرفي قطر فظاهر ان من الممكن
ان نرسم دوائر عظيمة غير متناهية مارة بهما وان لم يكونا كذلك رسمنا على قطب
ا وبعد ضلع مربع يقع في اعظم دوائر الكرة دائرة د ز و على قطب ب
وبعد ضلع المربع دائرة ز ه فهما عظيمتان
ولنصل ا ه ه ب فهما متساويان لكونهما مثل
ضلع المربع ونرسم على قطب ه وبعد ه ب
دائرة ا ب ز فهي تمر بنقطة ا لتساوي ه ا ه ب
مب وذلك ما اردناه ٥ نريد ان نجد قطب دائرة معلومة في كرة فلتكن الدائرة
ا ب د ولنعلم على محيطها نقطة ا كيف اتفقت ونفصل قوسين متساويتين و هما
ا ب ا ه ونصف قوس ب ز ه على ز فان لم تكن دائرة ا ب د عظيمة ادرنا على
نقطتي ا ز دائرة ا ز ط من العظام فهو منصف دائرة ا ب د التي ليست بعظيمة
لان ا ب ز مساو لا ه ز ولذلك يقطعها على قوائم ويقطعها وينصف ا ز
على ح فح قطب دائرة ا ب د وان كانت دائرة ا ب د من العظام نصفنا
ا ز على ح ورسمنا على قطب ح وبعد ح ا دائرة ا ز ط فهي تمر لا محالة
بنقطة ز لان كل واحد من ح ا ح ز ربع دائرة عظيمة ولاجل ذلك يكون
عظيمة ويكون ح قطبها ولان دائرة ا ب د
العظيمة تمر بقطبي دائرة ا ز ط فهي تنصفها وتقطعها
على قوائم فدائرة ا ز ط ايضا العظيمة تقطع دائرة
ا ب د على قوائم ولذلك تنصفها وتقطعها و
تنصف ا ح ز على ح فح قطب دائرة ا ب د وذلك ما اردناه المقالة
الثانية ثلثة وعشرون شكلا وفي بعض النسخ ينقصان بشكل في العدد
صدر الدوائر المتماسة في الكرة هي التي تماس فصولها المشتركة كل واحد من
تلك الدوائر اشكال اقطاب الدوائر المتوازية التي في الكرة
ا واحدة ما تمسانها فلتكن في كرة دائرتا ا ب ج د ه ز متوازيتين ولتكن قطبا
دائرة ا ب ج ح ط ولنصل ح ط فهو عمود
على دائرة ا ب ج مارا بمركزها وبمركز الكرة
ولان دائرة د ه ز موازية لدائرة ا ب ج
ح ط ايضا عمود على دائرة د ه ز ولان

ح ط خرج من مركز الكرة عمودا على دائرة ب ه د فهو يمر بقطبيها فـ ح ط ا يضا
قطبا ب ه د فاذن قطبا الدائرتين نقطتان بعينهما وذلك ما اردناه ه ب
الدوائر التي تكون اقطابها مشتركة في كرة واحدة فهي متوازية ولتشترك
دائرتا ا ب ح د ب ه د في قطبي ح ط فلان ح ط يمر بقطبي كل واحدة من دائرتي
ا ب ح د ب ه د يكون عمودا على سطحيهما فالسطحان متوازيان وذلك ما اردناه
والشكل كما تقدم اقول ه وتبان من هذين الشكلين ان الدوائر المتوازية د
لدائرة متوازنة ه كل دائرتين تقطعان في كرة محيط دائرة عظيمة على نقطة
بعينها وكانت اقطابها على تلك العظيمة فهما متماستان فلتقطع في كرة دائرتا
ا ب ح د ب ه د على نقطة د ولتكن اقطابهما على دائرة ا ح ه نقول
فهما متماستان فليكن الفصل المشترك
لدائرتي ا د ه ا ب ح د خط ا د ولدائرتي
ا د ه د ب ه خط د ه ولدائرتي ا ب ح د
د ب ه خط د ح ولان دائرة ا د ه
العظيمة تمر بقطبي دائرة ا ب ح د وتقطع دائرة د ب ه تقطعها على قوائم فخط ا د
د ه قطرا دائرتي ا ب ح د د ب ه وان دائرتي ا ب ح د د ب ه قائمتان على دائرة
ا د ه على قوائم يكون فصلهما المشترك وهو د ح عمودا على سطح دائرة ا د ه وعلى
ا د د ه اللذين في ذلك السطح ولان د ح عمود على قطر دائرتي ا ب ح د د ب ه فهو
مماس لهما فاذن الدائرتان متماستان وذلك ما اردناه ه الدوائر العظيمة ى
المارة باقطاب الدوائر المتماسة في كرة فهي تمر موضع تماسها فلتماس في
كرة دائرتا ا ب ح د د ب ه على د ولتكن ز ح قطبيهما فان امكن ان تمر دائرة
عظيمة بـ ز ح ولا تمر بنقطة د فلتكن كدائرة ز ب ح ونرسم على قطب ح و
بعد ح ب دائرة ب ط ك فدائرة د ب ه موازية لدائرة ب ك ط لاشتراكهما
في القطبين ولان دائرتي ا ب ح د
ب ك ط تقطعان قوس ز ب ح
من عظيمة على نقطة ب واقطابها
عليها تكون دائرتا ا ب د ب ك ط
متماستين وقد تقاطعتا هف فاذن الدائرة العظيمة المارة بقطبي ز ح
تمر بنقطة د وذلك ما اردناه ه الدائرة العظيمة المارة بقطبي احد الدائرتين ه
المتماستين في كرة فهي تمر بقطب الاخرى
فلتتماس في كرة دائرتا ا ب ح د د ب ه
على نقطة د ولتكن قطباهما ز ح فاذن

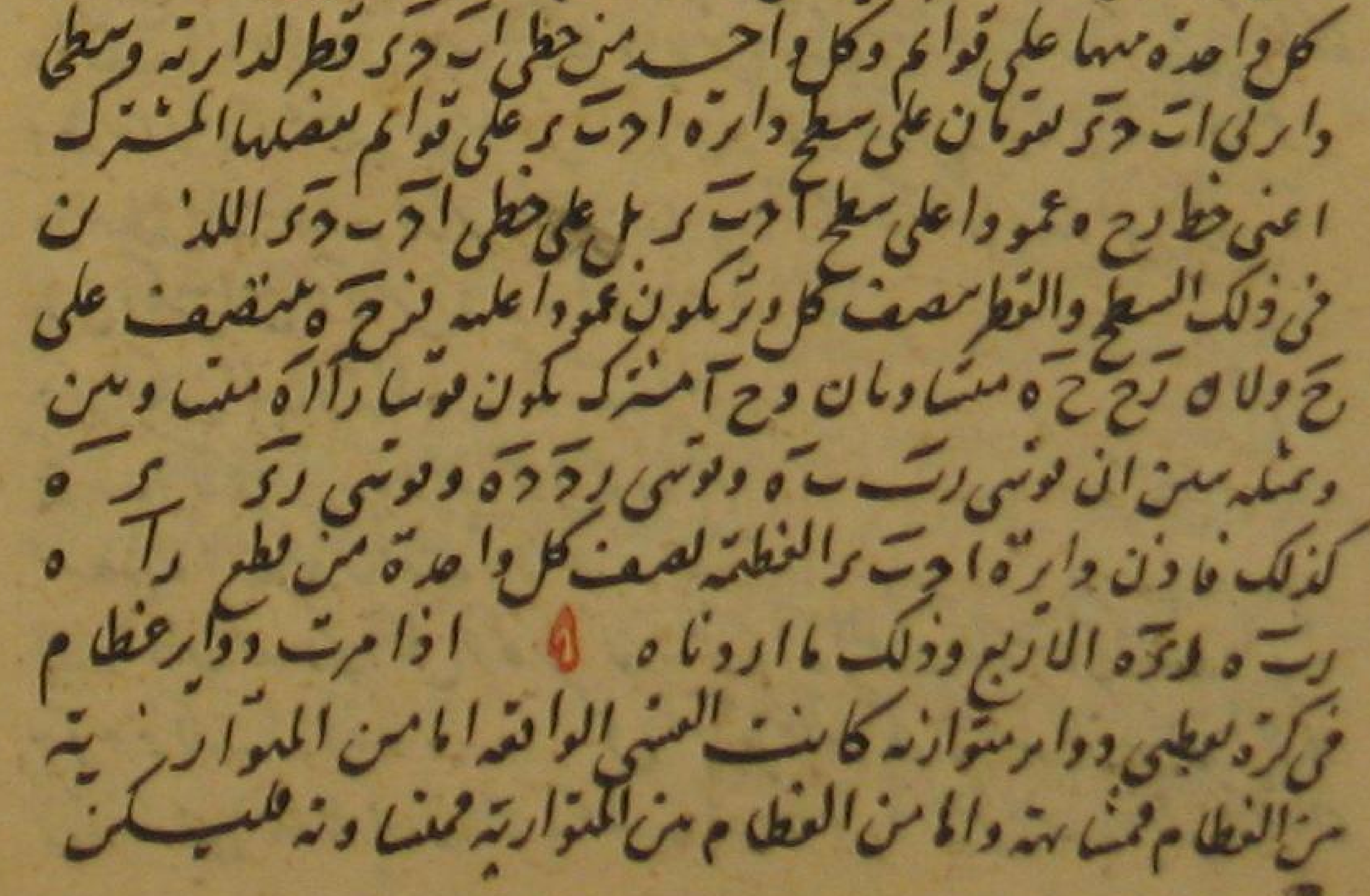
امكن

امكن ان تمر دائرة عظيمة بنقطتي ز د ولا تمر بقطب ح فلتكن كدائرة ز ب ط
ونخرج دائرة عظيمة تمر بقطبي ز ح فهي تمر بنقطة ز ح فهي تمر بنقطة د وهي دائرة
ز ك د ح ولان ز ك د ح ز ا د ط عظيمتان فهما متناصفان فكل واحد من قوس
ز ك د ز ك د نصف دائرة عظيمة فـ ز د قطر الكرة اذ هو قطر دائرتين عظيمتين
لكنه قد خرج من قطب دائرة الى محيطها في تلك الكرة هف فاذن الدائرة
العظيمة المارة بقطب ز ونقطة د تمر بقطب ح وذلك ما اردناه ه و
الدائرة العظيمة اذا ماست دائرة في كرة فانها تماس ايضا دائرة اخرى
مساوية وموازية لتلك الدائرة فلتماس في كرة دائرة ا ب ح العظيمة
دائرة د ز على نقطة د ولتكن قطب دائرة
د ز ونرسم دائرة عظيمة تمر بنقطتي د ه وهي دائرة
د ه ح ونفصل منها قوس ز ت مساوية لـ ز ه ونرسم
على قطب ز وببعد ز ت دائرة ت ح فلان دائرتي
ا ب د د ز متماستان وقد مر دائرة د ه ز بقطب
دائرة د ز ونقطة التماس فهي تمر ايضا بقطب دائرة
ا ب د ولان دائرتي ا ب د ح ت قطعت محيط دائرة د ه ح العظيمة
على نقطة ت وهي مرت باقطابهما فهما اعني دائرتي ا ب د ت ح متماستان
ولان د ه مساوية لـ ت ز و ه ت مشتركة يكون د ت مساوية لـ ه ز و د ت نصف
دائرة عظيمة فـ ه ز نصف دائرة عظيمة و ه قطب د ز فـ ز قطبها الآخر ولكون
ز قطب دائرة ت ح و ز نصف دائرة عظيمة فـ ه ايضا قطبها الآخر ولان
دائرتي د ز ت ح على قطبين مشتركين بعينها فهما متوازيان وكانتا متساويتين
فاذن دائرة ا ب د ماست دائرة اخرى مساوية وموازية لدائرة د ز ز
وذلك ما اردناه ه كل دائرتين متساويتين متوازيتين في كرة تماس
احديهما دائرة عظيمة فهي تماس الاخرى ايضا فلتكن دائرتان ا ب د ز
والعظيمة المماسة لدائرة ا ب منهما هي دائرة ا ه فلتماسها على نقطة ا
فان امكن ان لا تماس دائرة ا ه دائرة
د ز فلتكن المساوية الموازية لـ ا ب التي
تماسها ا ه دائرة ز ه وهذا محال لان ذلك
يقتضي ما ان يكون لدائرة واحدة اقطاب
ثلث او ان يساوي الكل جزءه فاذن دائرة ا ه العظيمة تماس ايضا دائرة
د ز وذلك ما اردناه ه كل دائرة عظيمة تكون مائلة عن دائرة اخرى ح
في كرة اعني انها لا تكون مارة بقطبها فهي تماس دائرتين متساويتين متوازيتين

تلك الدائرة الاخرى فليكن في كرة ا ب ج د العظيمة مائلة عن دائرة ب ز
وليكن قطب دائرة ب ز الذي لا يجوز
ان يكون على دائرة ا ب ج د هو نقطة ه
ونرسم عظيمة على نقطة ه وقطبي دائرة

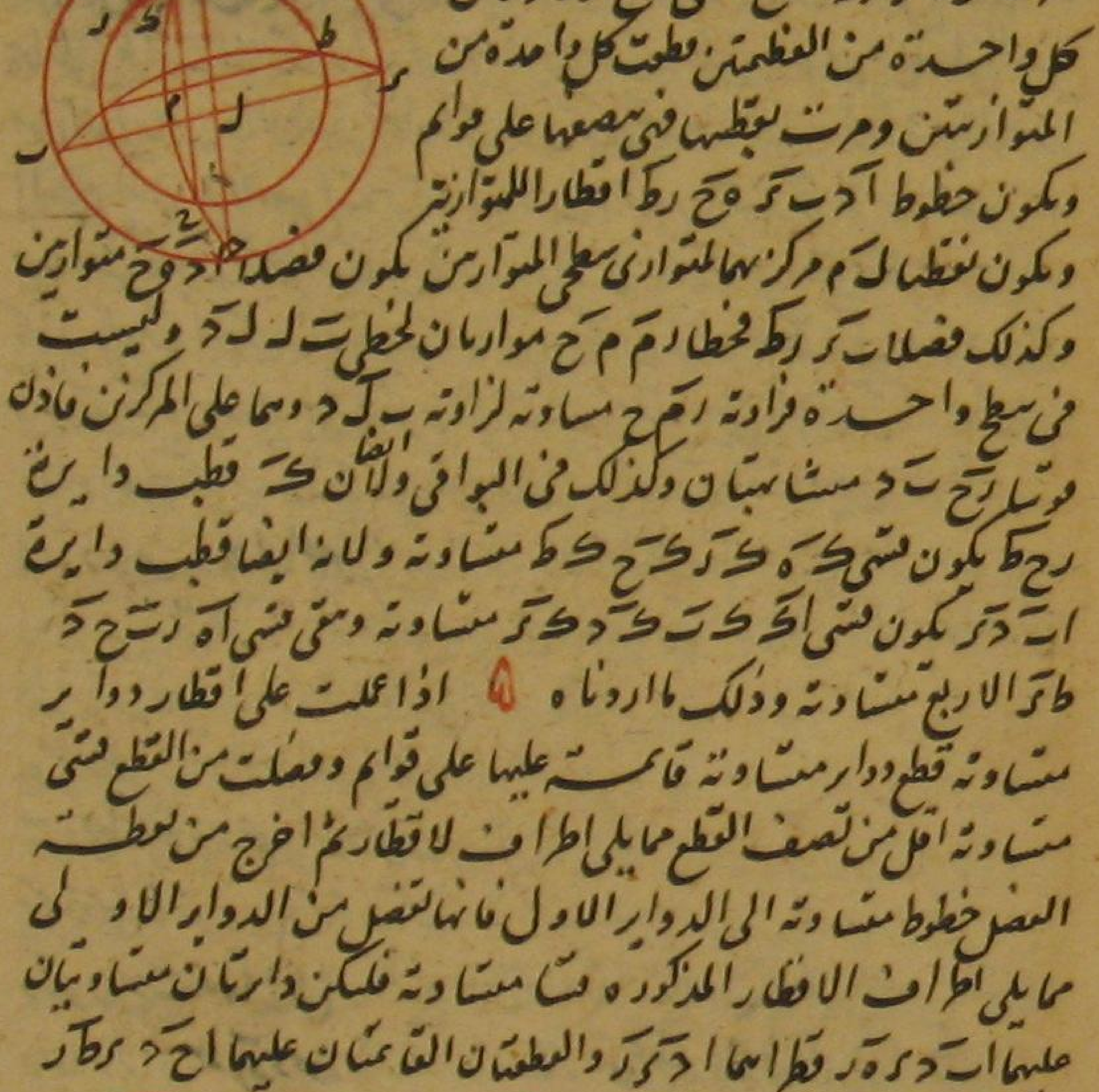


ا ب ج د وهي دائرة ا د ح وعلى قطب
ه وبعد ه ا دائرة ا ر فدائرة ا ر موازية
لدائرة ب ز لاشتراكهما في القطب ولان دائرتي ا ب ج د ا ر تقطعان
محيط دائرة ا د ح على نقطة ا وهي تمر بقطبيها فهما متماستان ولان دائرة ا ب ج د
العظمى تماس دائرة ا ر فهي تماس دائرة اخرى مساوية وموازية لها وليكن
هي دائرة د ح فدائرة د ح الموازية لدائرة ا ر موازية ايضا لدائرة ب ز
فاذن دائرة ا ب ج د العظيمة المائلة على دائرة ب ز تماس دائرتين متساويتين
ط هما ا ر د ح وهما توازيان دائرة ب ز وذلك ما اردناه ه كل دائرة
عظيمة تمر في كرة باقطاب دائرتين متقاطعتين فانها تنصف كل قطعة منها
فليكن المتقاطعتان ا ب ج د ولتتقاطعا على ه ر العظيمة المارة باقطابهما
ا ب ج د ولكن الفصل المشترك لدائرتي ا ب ج د خط ا ب ولدائرتي
ج د ا ب خط ج د ولان خطي ا ب ج د في سطح واحد فهما متقاطعان فليتقاطعا
على ح ولنصل ر ح ه ح ولان نقطة ر ح

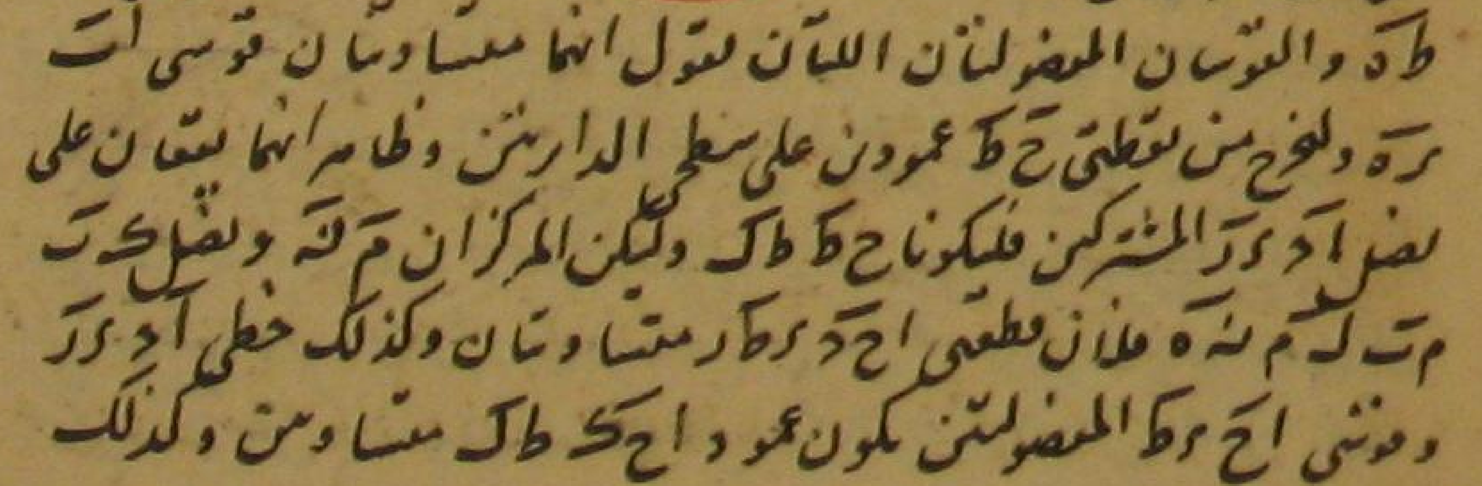


في سطح كل واحدة من دائرتي ا ب ج د فهي
على فصلهما المشترك وهو خط ر ح ه المستقيم
ولان دائرة ا ب ج د العظيمة تقطع كل واحدة
من دائرتي ا ب ج د وتمر بقطبيها فهي تنصف
كل واحدة منها على قوائم وكل واحد من خطي ا ب ج د قطر لدائرته وسطحا
دائرتي ا ب ج د قائمان على سطح دائرة ا ب ج د على قوائم ففصلهما المشترك
اعني خط ر ح ه عمود على سطح ا ب ج د بل على خطي ا ب ج د اللذين
في ذلك السطح والقطر ينصف كل وتر يكون عمودا عليه فخط ر ح ه ينصف على
ح ولان ر ح ح ه متساويان و ح ا مشترك يكون قوسا ر ا ا ه متساويين
وبمثله يبين ان قوسي ر ب ب ه وقوسي ر د د ه وقوسي ر ج ج ه
كذلك فاذن دائرة ا ب ج د العظيمة تنصف كل واحدة من قطع ر ا ه
ي ر ب ه ر د ه الاربع وذلك ما اردناه ه اذا مرت دوائر عظام
في كرة بقطبي دوائر متوازية كانت القسي الواقعة اما من المتوازية
من العظام متشابهة واما من العظام من المتوازية متساوية فليكن

في كرة دائرتان ا ب ج د ه ر ح ط متوازيتان قطبهما ك ولتمر به من العظام
دائرتا ا ك ج ب ك د والواقعة من المتوازية بينهما التي متشابهة هي
قوسا ب د ر ح وقوسا د ج ح ط وقوسا ا ط ه وقوسا ا ب ه ر
والواقعة من العظام بين المتوازية التي هي متساوية فقسي ه ا ر ب
ح د ط ج الاربع ولكن الفصل المشترك لموازية ا ب ج د مع العظيمتين خطي



ا ج ب د ولموازية ه ر ح ط خطي ه ح ر ط ولان
كل واحدة من العظيمتين تقطع كل واحدة من
المتوازيتين وتمر بقطبيها فهي تنصفها على قوائم
ويكون خطوط ا ج ب د ه ح ر ط اقطار المتوازيتين
ويكون نقطتا ل م مركزيهما ولتوازي سطحي المتوازيتين يكون فصلا ا د ه ح متوازيين
وكذلك فصلا ب د ر ط فخطا ا م م ح موازيان لخطي ل ا ل د وليست
في سطح واحد فزاوية ا م ح مساوية لزاوية ب ل د وهما على المركزين فاذن
قوسا ر ح ب د متشابهتان وكذلك في البواقي ولان ك قطب دائرة
ر ح ط يكون قسي ك ه ك ر ك ح ك ط متساوية ولانه ايضا قطب دائرة
ا ب ج د يكون قسي ا ك ب ك ج ك د ك متساوية وتبقى قسي ا ه ب ر ج ح د
ط الاربع متساوية وذلك ما اردناه ه اذا عملت على اقطار دوائر يا
متساوية قطع دوائر متساوية قائمة عليها على قوائم وفصلت من القطع قسي
متساوية اقل من نصف القطع مما يلي اطراف الاقطار ثم اخرج من نقطة
الفصل خطوط متساوية الى الدوائر الاول فانها تفصل من الدوائر الاول
مما يلي اطراف الاقطار المذكورة قسيا متساوية فليكن دائرتان متساويتان
عليهما ا ب ج د ه ر قطراهما ا د ه ر والقطعتان القائمتان عليهما ا ح د ه ط ر
والقوسان المفصولتان منهما ا ح



ه ط وهما اقل من نصف
القطعتين والخطان المتساويان
المخرجان من نقطتي ح ط
الى محيط الدائرة ح ب
ط ن والقوسان المفصولتان اللتان نقول انهما متساويتان قوسي ا ب
ه ن ولنخرج من نقطتي ح ط عمودين على سطحي الدائرتين وظاهر انهما يقعان على
فصلي ا د ه ر المشتركين فليكونا ح ك ط ل ولنخرج المركزان م ق ولنصل ك ب
م ب ل ن ق ن فلان قطعتي ا ح د ه ط ر متساويتان وكذلك خطي ا د ه ر
وقوسي ا ح ه ط المفصولتين يكون عمودا ح ك ط ل متساويين وكذلك

خطا اح ىك ولان فى مثلثى ىح ك ه ط ل ضلعى ح ك ط ك متساوين
وكذلك ضلعا ح ت ط ه وترا القايمتين يكون ضلعا ك ت ل ه متساوين
وكان ام ىته متساوين وكذلك اح ىك مثلثى ك م ل م متساويين
ويتساوى اضلاع مثلثى ب ح م ه ل ته النظاير يكون زاويتا م ته
يب متساويتين فقوسات ىه ته متساويتان وذلك ما اردناه ٥
وايضا بالعكس اذا فصلنا من الدايرتين المذكورتين فى الشكل المتقدم
مما يلى اطراف الاقطار المذكوره قوسين متساويتين ووصلنا من نقطتى الفصل
من الدايرتين والقطعتين بخطوط كانت تلك الخطوط ايضا متساوية مثلا بعد
الشكل المتقدم وبعمران ىه ته متساوين ونفصل ح ت ىك ط ونقول
فهما متساويان وليتم الشكلين كما هو ونقول لان قوسى ات ىه متساويتان
يكون زاويتا ام ت ىته متساويتين وكان لما م ح ىك متساويين
وم ت ته متساويين فيكون ك ت ل ه متساويين وكان رح ط ك متساويين
وزاويتا ح ب ك ك ل ه قايمتين فيكون ح ت ط ه متساويين وذلك
ما اردناه وفى بعض النسخ لايوجد هذا الشكل معدا بل بعد من حساب
يج الشكل المتقدم ٥ نريد ان نرسم فى كرة دايرة عظيمة مماسة لدايرة اخرى
غير عظيمة على نقطة مفروضة فلتكن دايرة
غير العظيمة ات والنقطة المفروضة منها
ت وقطبها د ونرسم دايرة عظيمة
تمر بنقطتى د ت وهى دايرة د ت ى
ويكون د ت منها اقل من الربع لان دايرة ات ليست بعظيمة ونفصل ت ى
ربعا ونرسم على ى وبعد ى ت دايرة ت ر فهى عظيمة ولان دايرتى ات ت ر
يقطعان محيط دايرة ت د ى العظيمة على نقطة ت فهما متماستان عليه فاذن
عملنا دايرة ت ر العظيمة مماسة لدايرة ات على نقطة ت المفروضة و
يد ذلك ما اردناه ٥ اذا كانت فى كرة دوائر متوازية وقد ماست
دايرتان عظيمتان احدى تلك الدوائر وقطعتا توازيهما كانت القسى
الواقعة اما من المتوازية من انصاف العظيمتين اللتين لا يلتقى متشابهة
واما من العظيمتين من المتوازنة متساوية واعلم ان الانصاف
التى لا يلتقى من العظيمتين هى كل نصفين من عظيمتين يتقدم مبدا احدهما
على احد التقاطعين ويتاخر مبدا الاخر عنه بعينه حتى ينتهى الاول قبل وصوله
الى التقاطع الاخر ويجاوزه الاخر فلا يكون من النصفين ملاقاة اصلا لكن
الحكم فيهما متعلق بالانصاف منها التى بين نقطة التماس ومنتهى عند

نظايرها فلتكن فى كرة الدواير المتوازية ات د ى ه رح ط ك ل والعظيمتان
اك سه ىك سه وقد ماستا دايرة ك ك على نقطتى ك ك وقطعتا
دايرتى ات د ى ه رح ط المتوازيتين وتقاطعتا متناصفتين على نقطتى ته سه
فاذا اخذنا منهما نصفين يتقدم مبدا احدهما على تقاطع ته كنقطة
ك مثلا اذا كان النصف فى جهة ح كانت نهاية الاول فيما بين ح سه
ونهاية الاخر فيما بين سه ت فلم يكن لهما التقاء وكذا اذا اخذنا مع النصف
الذى عليه ح ه ى د ونهايته فيما بين سه د من الدايرة الاخرى وكذلك
اذا اخذنا مع النصف الذى عليه ك اسه ونهايته فيما بين سه د من الدايرة
الاخرى اما النصف الذى عليه ل ه ت ونهايته فيما بين ت سه او
النصف الذى عليه ىك ى د ونهايته فيما بين ى سه فهذه اربعة ازواج من الانصاف
يصدق عليها جميعا انها لا يلتقى لكن المراد منا فى هذه الصور الزوجان
اللذان مبدا هما نقطتا التماس اعنى ك ك ونهايتهما نقطة التماس للدايرة
النظيره لدايرة ك ك فان مبادى الزوجين الاخرين غير معينة وكذلك
ونهاياتها واذا تقرر ذلك نقول فالقسى التى من انصاف العظيمتين
اللتين لا يلتقى هى قسى ك ك ه ر ات ح ط د ى وهى التى قلنا انها
متشابهة والتى هى المتوازية من العظيمتين هى قسى ك ه ح ك ح ل ر
ك ط وقسى ا ه ت ر د ح ىط وهى التى قلنا انها متساوية
فلتكن قطب المتوازية م ونرسم دايرتين عظيمتين تمران بنقطة
م وبكل واحدة من نقطتى ك ك وهما دايرتا م ك ته
وتمران لا محالة بنقطتى دايرتى اك سه ىك سه ويقومان
عليهما على قوايم ولان دايرتى اك سه ىك سه
العظيمتين متساويتان و
قد عمل على قطريهما
المارين بنقطتى ك ك
قطعتى ك م م ك
مع باقيتهما الى تمام
نصف الدور المتساويتين
القايمتين على سطح
الدايرتين وفصل
منهما قوسا ك م م ك
المتساويتين اصغر

من نصفي العظيمتين وكان الخطان الخارجان من م الى نقطتي ا ز اللتين على
محيطي الدائرتين متساويين لكونهما خارجين من قطب م الى محيط احدى
المتوازيتين فهو ينفصل قسيا متساوية فقوس اك مساوية لقوس زك ومثل
ذلك هك مساوية لطك ولان دائرتي اب د زك متقاطعان
وقد مرت عظيمة م ك ه بقطبيهما فهي تنصف كل قطعة منهما اعني قطعة اك ح
على ك وقطعة ا ه د على د وكذلك تنصف دائرة م ك ث قطعة ب ك ر
على ك وقطعة ب ث ر على ث ولكون اك زك متساويين يكون ضعفاهما
اك ح زك ب متساويين وهما من دائرتين متساويتين فوتراهما متساويان
وهما وترا قوسي اب د زح ك من دائرة واحدة فهما ايضا متساويتان
ونصفاهما اعني ا ه ث متساويان و ه ث مشتركة فجميع ا ه ت مساو
لجميع ه ت ث وشبيهة به لانهما بين عظيمتي م ه م ث المارتين بقطبي
المتوازية فاذن قوسا ك ا ث متشابهتان وقبل ذلك بين ان قوس
ه ز ايضا شبيهة بـ ك وان قوسي د ز ح ط ايضا شبيهتان بهما فقسي
ك ك ا ه ر د ز ح ط من المتوازية الواقعة بين الانصاف عن العظمى فيه
من العظيمة متشابهة والنصف قد بين ان قسي اك ك ب ك ل ز متساوية
ولان عظيمتي م ه م ث نصفان قطعة ك ح ه ش ح ر ل ط ر ع ط وكانت
ه ك ل ط متساويتين يكون النصف قسي ك ه ك ح ل ر ل ط متساوية
وبقي قسي ا ه ت ر ح ح ط ر متساوية فاذن الواقعة العظيمتين من المتوازية
متساوية وذلك ما اردناه اقول وقد ظهر من هذا البيان
ان كل واحد من قسي ك ا ك ت وقوسي ه ك ل ه وقوسي ه ك ه ت
الباقيان متساويتان ويحتاج الى ذلك احتياج فيما بقي من بعد ٥
يه اذا كانت في كرة دائرة غير عظيمة ونقطة مفروضة فيما بينها وبين الدائرة
التي تساويها وتوازيها فلنا ان نرسم دائرة عظيمة تمر بنقطة التماس وتماس
تلك الدائرة فلتكن الدائرة اب والنقطة د وقطب الدائرة ز ونرسم على قطب
ز وبعد زد دائرة د ه ز ونرسم دائرة عظيمة تمر بنقطتي ز د وهي ز د ح ط
ونفصل منها ب ط بقدر ما هو ضلع المربع الواقع في الدائرة العظيمة و
لكن ب ط اولا اعظم من ب د ونرسم على قطب ط وبعد ط ب دائرة
ه ب ح العظيمة وهي تماس دائرة اب لانها تقطع لا عظيمة ز ب ح ط
على نقطة ب وهي تمر بقطبيهما وتقطع دائرة ه ب ح على نقطتي
ه ح ونرسم عظيمتين تمران بنقطة ز ونقطتي ه ح وهما ز ه ك
ز ح ك ونفصل ه ك ح ك مساويين لـ ح ط ولان دائرتي ه ب ح ه د ح

متقاطعان

متقاطعان وقد مرت عظيمة ز ح ط بقطبيهما فهي
تنصف قطعتيهما فقوسا ح ب ه متساويتان
وكذلك قوسا ح د د ه ولان قسي ز د ز ه
الخارجة من القطب الى المحيط متساوية وكذلك
ز م ز ب ز ن فتبقى م ه ب ح ن ح متساوية
وكان ب ط وتر ضلع المربع فكل واحد من
م ح ن ل مثل ذلك ولان كل واحدة
من دوائر ح ط ز ح ك ز ه ك تقطع
دائرة د ه ز وتمر بقطبيها فهي تنصفها
على زوايا قائمة ونفصل ل ن ل د
ط ه ولان قطعتي د ط ح ك المتساويتين
مع تمامهما من دائرتين متساويتين القائمتين
على دائرة د ح على قوائم معمولتان وعلى قطرين من اقطارها دائرة د ح اللذين
يخرجان من نقطتي د ح وكانتا اقل من نصف دائرة وفصلت قوسا د ه ح د
د ه ح د متساويتين يكون خطا ط ه ك د متساويين وط ه ضلع المربع
الواقع في الدائرة العظيمة لانه تساوي وترطات فل ك د ضلع المربع و
كذلك ك ن واذا رسمنا على قطب ك وبعد ك د دائرة عظيمة مرت بنقطة
ن وكانت دائرة د ن ه ولان دائرتي اب ك د ن ه قطعتا
ز ح ك العظيمة على نقطة ن وهي مرت بقطبيهما فهما متماستان على نقطة
ن فدائرة د ن ه مرت بنقطة د وماست دائرة اب ومثل ذلك
بين بعد ان نصل ك د ط ح ك م وبين انها متساوية ومساوية لضلع
المربع ان الدائرة التي نرسم على قطب ك وبعد ك د وهي دائرة
د م ع تمر بنقطة د وتماس دائرة اب فان كان ب ط مثل ب د اعني كان
ب د ربعا كان د ه ح د متساويتين لدوائرنا ويكون ز د ز ح ز ه متساوية و
ز ب ز ه ز م متساوية يكون ب د ن ح م ه متساوية فاذا رسمنا على
قطب ح وبعد ح د دائرة مرت بنقطة ن واذا رسمنا على ه وبعد
ه د مرت بنقطة د وتم البيان واما اذا كان ب ط اصغر من ب د اوردنا
بدل دائرة اب نظيرتها المتوازية والمساوية لها فيعود البيان الاول و
ذلك ما اردناه ٥ الدوائر العظيمة التي تنفصل في كرة من دوائر متوازية لو
فيما بينها متشابهة فهي اما ان تمر باقطاب الدوائر المتوازية او لا
تماس احديها بعينها فلتكن اب ج د ه ز ح ط متوازيين ولنفصل

منها عظمتا اه د ب ك ر قسا متشابهه هي قوسا ات ه ز وقوسا
ب د ر ح وقوسا ح ر ح ط وقوسا ا ط ه و نقول العظيمتان اما
ان يمر امعا لقطبي المتوازنة او تماسها احدهما فقط او لا تماسها واحد
منهما فهذه خمسة اقسام لا سادس لها والاثنان منها ممكنان والثلثة
الباقية ممتنعه فلنفرض في الصورة الاولى من الشكل ان عظمة اه د
فقط مارة بقطبيها ولتقاطع العظمتان على ك فيكون قطب المتوازنة نقطة
على اه د غير ك ولكن ل ونرسم دائره عظمة تمر بقطبي ل ر وهي دائرة ل ك م فيكون قوس
ه ر الشبيهة بقوس ات شبيهة بقوس ام ويلزم منه مشابهة قوسي ه ت
ام هف ثم لنفرض في الصورة الثانية ان عظيمة اه د فقط مماسة للمتوازنة
ه ر ح ط على نقطة ه ونرسم دائرة ك ر ن العظيمة مماسة لدائرة ه ر ح ط
على نقطة ر فيكون ه ر الشبيهة بات شبيهة با ك ويلزم تشابه قوسي ات ا ك
هف ثم لنفرض في الصورة الثالثة ان عظمتي اه د ب ك ر غير مارتين بقطبي
المتوازنة ولا مماستين لدائرة ه ر ح ط فتكون عظيمة

اه د العظيمة لا محالة مائلة عليها ولكن المتوازنة التي تماسها دائرة ل م ه
ونرسم عظيمة مماسة لها تمر بنقطة ر التي هي فيما بين دائرة ل م ه ولطرفها
ولتماسها على م فيكون قوس ه ر الشبيهة بقوس ات شبيهة بقوس ا ك ويلزم منه
تشابه قوسي ات ا ك هف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه ٥ ١٣
الدوائر المتوازية التي تفصل من كرة من دوائر عظمة قسا متساوية مما يلي الدائرة
العظيمة المتوازنة لها فهي متساوية والتي تفصل قسا اعظم فهي اصغر فلكن في كرة
اح ب ح ك ر متوازيتين و ه ط ر دائرة عظيمة موازنة لهما ولتفصلا من دائرة
اح ر ب العظمى مما يليها اولا قوسي ب ر ر ك المتساويتين نقول فهما
متساويتان ولتكن الفصول المشتركة الدائرة اح ر ب مع هذه
الدوائر المتوازية خطوط اب ه ر ح ك ولتوازي سطوح الدائرة
تكون هذه الخطوط متوازية ولتوازي ه ر ح ر تكون قوسا ح ه ر ك
متساويتين فاذا وصلنا ه ر تكون زاويتا ح ر ه ر ه ك بل

د ر ه ر ه ك بل قوساهما متساويتين ولذلك انما تكون قوسا اه ب ر
متساويتين وكانت ب ر ر ك متساويتين فالقسي الاربع متساوية وهي
قوس ا ل ب مساوية لقوس ح م ر فخطاات مساوية لخط ح ر قطري دائرتيهما فدائرتا
هما متساويتان وان لم تمر بقطبيها فلكن قطب المتوازنة ت و ر ونرسم
دائرة عظيمة تمر بها وبقطبي دائرة اح ر ب ولتكن قوس ل ت م
منها وتفصل م ت مثل ل ت فيكون ل م مثل ت ل نصف الدائرة
فت هو القطب لا للمتوازنة ولان
دائرة ل ت م تمر بقطبي دائرتي
اح ر ب ح ر ك المتقاطعتين فهي
تنصف قطعتيهما فقطعة ح م ر تنصف
على م وكذلك قطعة ا ل ب على ل
وكانتا متساويتين وقسي ح م م ر
ا ل ل ب متساوية ولان قطعة ل م ط مع القطعة المقابلة لها معمولتان
على قطر دائرة اح ر ب قائمتان على سطحها تفصل منها قوسا ا ل م ت
المتساويتين وهما اقل من نصفها وقصل من الدائرة الاولى قوسا
ا ل ر م المتساويتين يكون الخط الواصل بين قطبي ا ل اعني الخارج
من قطب دائرة اح ب الى محيطها مساويا للخط الواصل بين قطبي ت ر
اعني الخط الخارج من قطب دائرة ح ك ر الى محيطها فاذن دائرتا
اح ب ح ر ك متساويتان ثم لتكن قوس ر ك اعظم من قوس
ر ت وتفصل من ر ك ر ع مثل ر ت ونرسم موازنة لدائرة ه ط ر تمر
بنقطة ع ولتكن دائرة ع ذ ف فهي مساوية لدائرة اح ب كما مر ودائرة
ذ ف ع اعظم من دائرة ح ك ر فدائرة اح ب اعظم من دائرة ح ك ر

١٤ وذلك ما اردناه ٥ الدوائر المتوازنة المتساوية في كرة تفصل من
دائرة عظيمة تقطعها مما يلي الدائرة العظيمة الموازنة لها قسيا متساوية
والتي هي اعظم تفصل قسيا اصغر فلكن اب ح ر متوازيتين متساويتين في
كرة ولتفصلا من دائرة ه ر العظيمة الموازنة لهما نقول
هما متساويتان والا لكانت دائرتا اب ح ر
مختلفتين وكانتا متساويتين هف فاذن
قوسا ب ر ر ك متساويتان والنكتين
دائرة اب اعظم من دائرة ح ر
نقول فقوس ر ت اصغر من

قوس ز ك والا لكانت مساوية لها او اعظم منها وكانت دائرة ا ب
مساوية لدائرة د ج ز او اصغر منها بنصف فاذن الحكم ثابت وذلك
ما اردناه ه كل دائرة عظيمة تقطع في كرة دوائر متوازية ولم يكن يط
مارة بقطبيها فانها تنصف اعظم المتوازية وتقسم سائرها بمختلفين وكل
واحدة من القطع الواقعة في احد نصفي الكرة التي تكون من اعظم
المتوازية والقطب الظاهر فهي اعظم من نصف دائرة والباقية اصغر والمتبادلة
من الدوائر المتساوية متساوية فلتكن العظيمة القاطعة ا ب ج د وتقطع من المتوازية
دوائر ا ه ج ز ب ح د وهي ليست مارة بقطبيها ولتكن ه ز منها عظيمة وليكن
القطب الظاهر من قطب المتوازية ح ونرسم دائرة عظيمة تمر بنقطتي ه ح
وهي تمر لا محالة بنقطة ز ولتكن دائرة ط ه ح ز ك ونخرج سطحها على
نقطتي ط ك بعظيمة ط ح ك لكونها مارة
بقطب المتوازية بنصفها على قوائم
فتقطع م ن ه ز ك ك انصاف
دوائر وا م ن ز التي يلي قطب
ح الظاهر فما عظمه وبين ه ز
العظيمة اعظم من النصف وه ز
العظيمة هي النصف وب د التي
يلي القطب الخفي اصغر من النصف ولكن دائرتا ا ج ب د متساويتين فتكون
قوس ا ه مساوية لقوس ه ب وقوس ج ز لقوس ز د وكانت دائرة
ا ب ج د منصفة على ه ز بنقطتي قوسا ا ب ج د متساويتين وقوسا هما متساويان
فالقطعة العظمى من دائرة ا ج مساوية للقطعة العظمى من دائرة ب د والصغرى
للصغرى فاذن القطع المتبادلة من كل منها وبين متساوية وذلك ما اردناه
ه كل دائرة عظيمة تقطع في كرة دوائر متوازية ولا تمر بقطبيها فان ما كان ك
اقرب الظاهر من القسي التي تفصل بها في احد نصفي الكرة تكون اعظم من
قوس من دائرة نسبتها القوس التي تفصل بها وتكون ابعد من ذلك القطب
فلتكن العظيمة القاطعة ا ب ه د والمتوازية دوائر د ج ه ز وليكن القطب
الظاهر ح ونرسم عظيمة تمر بنقطتي ح ك واوني
تمر بنقطتي ح ك تفصلان من ا ب ل م
نسبة لـ ح ك فقوس ا ل م اعظم
من قوس من دائرتها نسبة قوس
د ز وبين مثل ذلك في قوسي د ك ه ز

اذا رسمنا عظيمتين تمران بنقطتي ح وبنقطتي ه ز وان رسمنا الدائرة المارة
بنقطتي ح وبنقطتي ه ز من المتوازية العظيمة كما في الشكل المتقدم امكن
ان يبين هذا الحكم من غير ان نرسم دائرتي ح م ك ح ل ج وامثالهما كا
وذلك ما اردناه ه الدوائر العظيمة المائلة على غيرها من
العظيمة من الاكر المتساوية في كان قطبها اعني فهي اكثر ميلا وما كانت
ابعد فقطبها من سطوح الدوائر التي هي مائلة عليها متساوية فان
فنقول لها متساوية فلتكن في اكر متساوية عظيمتان ك ر ل ط مائلتين
على عظيمتي ا ب ج د ه ز ح ط وقطبا ك ر ل ط نقطتي م ن ولكن قطب
م اولا اعني من قطب ن ونرسم عظيمتين تمران بنقطتي م ن وقطبي دائرتي ا ج د
ه ز ح ط وهما ا م ج د ه ن ز ح فتنصفان دائرتي ب ك ر ل ط على قوائم
ولكن الفصل المشترك لدائرتي
ا ج د ب ك ر خط
ب ر ولدائرة ح
ا ج د ا م ج
خط ا ج ولدائرتي
ب ك ر ا م ج
خط ك س وكذلك
فصول ر ط ه ح ل ع المشتركة في الكرة الاخرى ولان دائرة
ا م ج تمر بقطبي دائرتي ا ج د ب ك ر فهي تنصفها على قوائم وتكون
لقيام سطحي ا ج د ب ك ر على سطح ا م ج فصل ب س عمود ا
على سطح ا م ج بل على فصل س ك س ا وكذلك ر ع تكون عمودا على
ع ك ع ه ولان قطب م اعني من قطب ن تكون العمود الواقع من م على
سطح ا ج د الذي يقع على خط ا ج اطول من العمود الواقع من ن
على ح ه فتكون قوس م ج اعظم من قوس ن ح وقوسا م ك ن ك
ربعان من دائرتين متساويتين فبقي ا ك اصغر من ه ك وزاوية ا س ك
اصغر من زاوية ه ع ل فاذن دائرة ك ر اشد ميلا على دائرة ا ج د
من دائرة ل ط على دائرة ه ز ح ط وايضا لكن بعدا قطبي م ن على
سطحي دائرتي ا ج د ه ز ح ط متساويتين فيكون العمودان متساويين و
قوسا ج م ح ن متساويين وبقي قوسا ك ا ل ه متساويتين وتكون
زاويتا ا س ك ه ع ل متساويتين فيكون ميلا الدائرتين على دائرتي ا ج د
كب ه ز ح ط متساويين فالميلان متشابهان وذلك ما اردناه ه اذا كانت

في كرة دائرة عظيمة تماس دائرة غير عظيمة وتقطع دائرة موازية للتي تماسها
وهي فيما بين مركز الكرة وبين التي تماسها العظيمة وكان قطب العظيمة فيما بين تلك
المتوازيتين وسميت دوائر عظام تماس اعظم المتوازيتين فان هذه الدوائر
تكون مائلة على العظيمة الاولى واكثرها ارتفاعا التي تكون مماستها على وسط
القطعة العظمى من قطعتي الموازية الكبرى واكثرها انحطاطا التي تكون مماستها على
وسط القطعة الصغرى منها وما كان بعد موضع مماسته من احد وسطي القطعتين
ابعاد متساوية فميله متساو وما كان بعد موضع مماسته من احد الوسطين
اكثر فميله اكثر واقطاب الدوائر العظام المذكورة على دائرة موازية
للمتوازيتين المذكورتين هي اصغر من التي تماسها العظيمة الاولى فلتكن العظيمة
الاولى ا ب ج د وغير العظيمة التي تماسها ا ب ج والموازية لدائرة ا ب ج التي تقطعها
العظيمة ه ز ح ط وقطب دائرة ا ب ج د فيما بين دائرتي ا ب ج ه ز ح ط المتوازيتين
ونرسم دائرة م ن س ع ر ح ع ف ق ك ل ش العظام المماسة
لدائرة ه ز ح ط ولتماسها دائرة ب ز د على ز وهي موضع المنصف
من اعظم قطعتي دائرة ه ز ح ط التي هي قطعة ه ز ح ودائرة ت ط على ط
وهي موضع المنصف من اصغرهما التي هي قطعة ح ط ه ولكن بعد نقطتي ن ق
اللتان تماس عليهما دائرتا م ن ع ف ق عن نقطة ز متساويان ولكن ل ش
كيف اتفق فاقول ان دوائر
م ن س ع ف ق ت ط
ل ش مائلة على دائرة ا ب ج د
واكثرها ارتفاعا دائرة ب ز د
واكثرها انحطاطا دائرة ت ط
وميل دائرتي م ن ع ف ق
متساويين ودائرة ل ش
اميل على ا ب ج د
من دائرة ع ف ق
وان اقطابها على
دوائر موازية لدائرتي
ا ب ج ه ز ح ط هي اصغر
من دائرة ا ب ج ولكن
قطب المتوازيتين ونرسم عظيمة تمر بقطبي ا ك فهي تمر بقطب ا ب ج د ايضا
لكن تمر بقطب كـ ولانها تمر بقطبي دائرتي ه ز ح ط ا ب ج د المتقاطعتين فهي تنصف

قطعها فهي تنصف قطعتي ز ط واذا اخرجناها تكون دائرة ط ك ا ز ولان
ك قطب ا ب ج د فا ك ربع عظيمة وقوس ا ك ز اعظم منه ولان ح ز ح ط اصغر
من الدائرة العظمى اذ هي فيما بين مركز الكرة ودائرة ا ب ج وقطبها ك تكون
ك ز اصغر من ربع عظيمة فاذا فصلنا من ز ك ا ربع عظيمة وقع طرفها بين نقطتي
ا ك فليكن ز ث ربع عظيمة ونرسم على قطب ك وبعد ك ث دائرة ث خ ر فتكون
موازية لدائرتي ا ب ج ه ز ح ط ونرسم دوائر عظيمة تمر بنقطة ك وكل واحد من نقط
ن ق ل ش وهي دوائر ك ص ف ك خ ش ك ر ولان قوسي ك ن ك ق
متساويتان وكذلك قوسا ك ث ك ص تكون ز ث مساويا لـ ن ص وكذلك
ف خ ش ر متساويتان لها وكل واحدة ربع عظيمة ولان كل واحدة من
هذه الارباع تمر بقطب دائرة ه ز ح ط وبنقطة تماس فهي تمر باقطاب العظام
المماسة لها وتقوم عليها على قوائم ولان ما بين كل عظيمة وقطبها ربع عظيمة
تكون نقط ص ث خ ر اقطاب الدوائر العظام المماسة فجميع الاقطاب
على دائرة ث خ ر الموازية لدائرتي ا ب ج ه ز ح ط التي هي اصغر من دائرة
ا ب ج ايضا لان قوسي ن ك ف ك متساويتان من دائرة واحدة فهما متشابهتان
وقوسي ن ك ش نسبتهما كقوس ص ك وقوس ف ك كقوس خ ك وقوسا خ ك ص ك
متساويتان وقوس ص ك مساوية لقوس ث ك لانهما بين عظيمتي ن ك ص ك
من دائرة واحدة وذلك لانهما من نصفي ص ك وص ك ث المتساويين
بعد اسقاط وصه المشترك فهما متساويين وكذلك قوس و ع مساوية
لقوس ث خ فقوسا ص ك ث خ متساويتان ولان قطعة ك ر
وما يتصل بها معمولة على قطر ث وفي دائرة ث ح وقائمة على سطحها وفصل من
القطعة قوس ك اصغر من المنصف ومن الدائرة قوسا ث خ ث ص المتساويتين
فالخط الواصل بين ك ومن نقطتي خ ص متساويان واذا رسمنا دائرة على
قطب ك وبعد ك خ تمر بـ ص فلتكن هي دائرة خ ن ص الموازية لدائرة
ا ب ج د لكون ك قطبها المشترك ولكونهما متوازيين تكون الاعمدة الخارجة
من نقطة ص خ ـ على سطح ا ب ج د متساوية والعمود الخارج من نقطة اليه
اقصر منها فقطبا دائرتي ع ف ق م ن س اعني نقطتي خ ص اعني من قطب
دائرة ب ز د اعني نقطة ث فدائرتا م ن س ع ف ق اكثر ميلا على
دائرة ا ب ج د من دائرة ب ز د وهما متشابها الميل لتساوي ارتفاع
قطبيهما فدائرة ب ز د اكثر ارتفاعا وبمثل ذلك يبين ان دائرة ب ز د
اكثر ارتفاعا من كل من دائرة تماس دائرة ه ز ولان العمود الذي
يخرج من نقطة ت الى سطح ا ب ج د اطول من الذي يخرج من نقطة ر

اب جد الطولى من الذي يخرج من نقطة ز وعند ها فقطب دائرة ث ط اعلى
من قطب د ث ه وعند ها من الدوائر المماسة فدائرة ب ط اكثر ميلا على
دائرة اب جد واخفض من دائرة د ث ه وعند ها ولان عمود ز الطول من
عمود ز ح كان قطب د ث ه اعلى من قطبي ع ق قه ن ته فدائرة د ث ه اكثر
ميلا منهما فان اكثر الدائرة ارتفاعا دائرة اب جد واكثرها انخفاضا دائرة
ث ط ودائرتا م ن ته ع ق قه متشابهتا الميل وهما اكثر ارتفاعا من
دائرة د ث ه واقطاب الجميع على دائرة موازية لدائرة اب جد واصغر منها و
ذلك ما اردناه ٩ واذا كانت هذه الاشياء باعيانها كما وصفنا
وكانت القسي الخارجة من نقطة الى تقاطع الدوائر العظام المماسة و
الدائرة الاولى العظيمة متساوية فان الدوائر العظام المماسة متشابهة
الميل فليكن العوض ان الخارجان من نقطتي ن ق الى تقاطع دائرة اب جد و
دائرتي م ن ته ع ق قه اعني قوسي ن م ف قه متساويتين نقول فهما متشابهتا
الميل ولتعمل دائرة ط ك ر ودائرتي ل ن ب ل ق د العظام ولتكن نهما
مارتين بقطب دائرة ه ز ح وبقطبي التماس فيكونان مارتين بقطبي م ن ته
ع ق قه ويقومان عليهما على قوائم فقطعتا ن ك ق ك مع ما يتصل بهما معمولتان
على قطرين يخرجان من ن ق ويتصل منهما ن ك ق ك المتساويتان وهما اصغر من
نصفي القطعتين لانهما نصفا دائرتين عظيمتين وفصل من الدوائر قوسا ن
متساويتان بهما م ن ق قه فالخطان
الواصلان من ك ونقطتي م قه متساويان
ونرسم على قطب ك وبعد ك م دائرة
م ته ع الموازية لدائرتي ه ز ح اكر
ولان دائرة ط ل ك ث مرت
بقطبي دائرتي اب جد م ته ع
المتقاطعتين فهي بنصف قطعتيهما
فيكون قطعة م ت ونصفه على ت
ولان دائرة ل ن ث مرت
بقطبي دائرة م ن ته م ته ع
المتقاطعتين فقطعتا م ن ته م ث ته منقسمتين على نقطتي ف ث ه ولان
قوسي م ن ث قه متساويتان فيكون ن م ته ع ق قه متساويتين
ودائرتاهما متساويتان فقوسا م ث قه ته متساويتان وكانت
قوسا م ك ت قه متساويتين فقوسا ث ته ت ث ع ت متساويتان

ومما تبيّن ان قوسي ن ز ر ف من دائرة واحدة فهما متساويتان
ومما تبعد نقطتي مماسة دائرتي م ن ته ع ق ومن نقطة نصف قطعة ز ح
من نقطتي دائرة ه ز ح ط فدائرتا م ن ته ع ق قه متشابهتا الميل على دائرة
وذلك ما اردناه ١ المقالة الثالثة اربعة عشر شكلا اذا رسمت
على وتر عمود القطر في دائرة قطعة دائرة ليست باعظم من نصفها قائمة
على سطح تلك الدائرة على قوائم وقسم قوس على نقطة بمختلفين فوتر اصغر قسميها
هو اقصر خط يخرج من تلك النقطة الى اعظم قوسي الدائرة الاولى وان كان الوتر
قطرا مع ذلك ايضا فوتر اصغر قسمي القطعة هو اقصر خط يخرج من موضع القسمة
الى محيط الدائرة الاولى وهو اعظمها هو اعظم تلك الخطوط فلتكن الدائرة
اب جد والوتر عمود القطر ب ر ولتكن ب د ر اعظم قسمي الدائرة والقطعة المرسومة
على ب ر القائمة على سطح الدائرة ه ب ر وهي ليست باعظم من نصف دائرتها
وقد قسمت على ه وتحصل وترا ه ب ه د ر واصغرهما ه ب فنقول انه اقصر
خط يخرج من ه الى قوس ب د ر ولنخرج من ه
عمود ه ز على سطح دائرة اب جد فيقع على
فصل ب ر لقيام القطعة على الدائرة ولكن
المركز ح ونصل ز ح ونخرجه الى ط ك في
الجهتين والى قوس ب د ر ه ك ونصل
ر ك فلان زاويتي ه ر ك ه ر ك قائمتان لان
ه ر من ه مشترك ووتر اقصر من ر ك يكون ه ب اقصر من ه ك ونخرج
ه د ر د ونبين بمثل ذلك ان ه ك اقصر من ه د ونصل ه ك وهو اطول
الخطوط الخارجة من ه الى قوس ب ك وايضا نخرج ه م ر م ونبين ان
ه ك اطول الخطوط الخارجة من ه الى قوس ك ر وان ه ر اقصرها وكان
ه ب اقصر من ه ر فان ه ب اقصر خط يخرج من ه الى قوس ب د ر
لكن ب ر قطر دائرة اب ر فيكون المركز على ر ويكون ر ط اطول خط
يخرج من ر الى المحيط والباقي المذكور نبين ان ه ط اطول خط يخرج من
ه الى محيط دائرة اب جد وه ب اقصرها وذلك ما اردناه اقول
اذا كانت القطعة معمولة على القطر فلا يحتاج الى ان يشترط تكون القطعة
ليست باعظم من نصف الدائرة قطعة ليست باعظم من نصفها مائلة على
قطعة ليست باصغر من نصف الدائرة قطعة ليست باعظم من نصفها مائلة على
القطعة التي ليست باعظم من نصف الدائرة وقسمت قوس القطعة المائلة
على نقطة بمختلفين فوتر اصغر قسميها اقصر خط يخرج من نقطة القسمة الى قوس

من نصف دائرة ٥ اذا رسمت على وتر ... قطعة ... من ٢

القطعة التي ليست باصغر من نصف الدائرة ولكن الدائرة اب د ر والوتر
اد والقطعة التي يفصلها الوتر وليست باصغر من النصف قطعة اب د
فقطعة ارد المرسومة على اد المائلة على قطعة ارد هي اه د وهي ليست
باعظم من نصف دائرتها وقد قسمت على ه وه ا اقصر القسمين فيكون
وتره ا اقصر خط يخرج من ه الى قوس اب د ونخرج من ه عمود ه ر
على سطح دائرة اب د فيقع من وراء اد الى جانب
ر لكون المركز مائلة على ارد ولكن المركز ح
وهو يكون اما على خط اد واما في قطعة
اب د ولكن اولا فيها ونصل رح ونخرجه
الى ه ت في الجهتين ونخرج ه ط ه ك ونصل
رط رك ه ت ه ح وبين بمثل ما مر ان اه القوي على ار اقصر وه ر
المشترك اقصر من ه ط القوي على رط الاطول وه ر المشترك وكذلك في
غيره من الخطوط وان ه ت اطول خط يخرج من ه الى قوس اب وكذلك
بين ان ه د اقصر خط يخرج من ه الى قوس د ت وان ه ت اطولها
ولكون ه ا اقصر من ه د يكون ه ا اقصر خط يخرج من ه الى قوس اب د
وايضا ان كان المركز على اد كان ه د اطول الخطوط الخارجة من ه الى
قوس اب د وه ا اقصرها وذلك ما اردناه ٥ كل دائرتين عظيمتين متقاطعتين ح
في كرة فصل من كل واحدة منهما قوسان متساويتان متصلتان عند التقاطع
فان الخطوط المستقيمة الواصلة بين اطرافها التي في جهة واحدة متساوية
فلتتقاطعا عظيمتا اب د في كرة ولتفصل من دائرة اب ه ا ه ت متساويين
ومن دائرة د ر ه د ه ر متساويين ولنوصل ار ب د فنقول
فهما متساويان ونرسم على قطب ه وبعد ه ا دائرة فيتم سطح ت
ولا يخلو اما ان يمر سطح اد كما في الصورة الاولى او لا كما في الصورة
الثانية فان مرت فرب سطح ر ولكن الفصل المشترك لدائر

ابد مع دائرة اب خط اب ومع دائرة د ر خط د ر ولان كل واحد من
العظيمتين مرت بقطب دائرة اب د فهي بنصفها على قوايم فاب د ر قطران و ر المركز
ولتساوي خطوط را ر ب ر د ر ح وزاويتي ر المتقابلتين يكون قاعدتا ا ر
ب ر متساويين وان لم يكن اخرجنا قوس د ه ر الى ح ط في الجهتين و
وصلنا فصل اب ح ط وبينا انهما قطران وان ر مركز ونخرج من ر بعطفي
د ر عمودي د ك ر ك على سطح دائرة اح ب ط ونصل اك ب ك فلان في مثلث
لتمام دائرة ح ط على سطح دائرة اح ب ط ونصل اك ب ك فلان في مثلث اك
ب ر ك زاويتي ر متساويتان وخطي را ر ب متساويان وزاويتا اك ر
ب ك ر قائمتان يكون خطا اك ب ك متساويين ولان قوسي ه ط ه ح
متساويتان وكذلك قوسا ه ر ه د يكون قوسا رك د ح من قطعتي ه ط
متساويين فعمودا د ك ر ك متساويان ولان في مثلثي اك ر ب ك د
زاويتي ك قائمتان وضلعا اك ب ك متساويان وكذلك ضلعا
ر ك د ك فخطا ار ب د متساويان وذلك ما اردناه ٥ اذا تقاطعت
دائرتان عظيمتان في كرة وفصلت من احديهما قوسان متساويتان عن
جانبي احد التقاطعين ومر سطحان متوازيان بطرفيهما يفصلان من الدائرة الاخرى
قوسين ايضا عن جنبيه كل واحدة منهما اصغر من احد المتساويتين وفي احد
السطحين الفصل المشترك للسطحين العظيمتين خارج الكرة من جهة التقاطع المذكور
كانت المفصولة بالسطح الذي لا يلاقي الفصل المشترك اعظم من القوس المفصولة
بالسطح الذي يلاقيه فلتكن العظيمتان اب د ه ك والتقاطع ه ولنفصل من
اه ك قوسا اه ه ت متساويتين عن جنبتي ه وليمر سطح يقطعي ا ر فيحدث
منه دائرة ا ر ك وهو لا يلاقي فصل دائرتي اه ت د ه ر خارج الكرة من
جانب ه وسطح اح يقطعي د ت فيحدث منه
دائرة ب د ك وهو يلاقي الفصل وكان كل واحد من
قوسي د ه ه ر اصغر من احدى قوسي اه ه ت نقول
فقوس د ه اعظم من قوس ر ه ونرسم على قطب
ه وبعد ه ا دائرة اح ت ر ونخرج قوس د ر
الى نقطتي ر ح منها فلان دائرتي اه ت
ر ح مارتان دائرة اح ت ر يكونان
قائمتين عليه منصفتين اياها ونصل
فصلات ر ح فيكونان قطرين و
ل مركز دائرة اح ت ر

وليكن اطـ ذك فصلين لدائرتي اركط ب دك مع دائرة اح ت ر و
رمم دنه فصلين لهما مع ره ح ولتوازيهما يكون كل اثنين منها متوازيين وكه
فصل دائرتي ات دك وهو عمود على سطح اح ت ر لقيام السطحين عليه و
يلقى السطح المار بـ اط على سه خارج الكرة وليكن م ثم نصل في سطحي
اركط ركرح نصل م ت ر بعد اخراجه ينتهي الى سه ولان اط كـ ت متوازيان
وات م نه واقعان عليهما يكون مثلثا الـ م ت كـ نه متشابهين واك لـ ت
متساويان على م لـ نه متساويان ويبقى م نه نح متساويتين ولان
سه لـ عمود على رح ورم دنه متوازيان يكون زاوية سه م ح اعني
زاوية د نه ح حادة وزاوية سه م لـ منفرجة ولان قطعة ره ح فصل من
وترها رم ح نه متساويين واقيم عليهما م ر ا على منفرجة ونه ح على حادة
يكون ر ا اعظم من ح د ويبقى من ره ه ح المتساويين د ه اعظم من ره
وذلك ما اردناه ٥ اذا كان قطب دوائر متوازية في الكرة على دائرة ه
عظيمة وقطعها عظيمتان على زوايا قائمة احديهما من المتوازية والاخرى
مائلة على المتوازية وفصلت من المائلة قسي متساوية متصلة بعضها ببعض
على الولاء في جهة واحدة وعن العظيمة المتوازية ثم رسمت دوائر من
من المتوازية تمر بالنقط الحادثة فانها تفصل من الدائرة العظيمة الاولى
قسيا مختلفة فما منها اعظمها ما يقرب من العظيمة المتوازية فليكن قطب
المتوازية ا والعظيمة المارة بها ات د والعظيمتان القاطعتان اياه على قوائم
ب ز ح ه ر كـ الاولى وهي ب ز ح من المتوازية والاخرى وهي المائلة



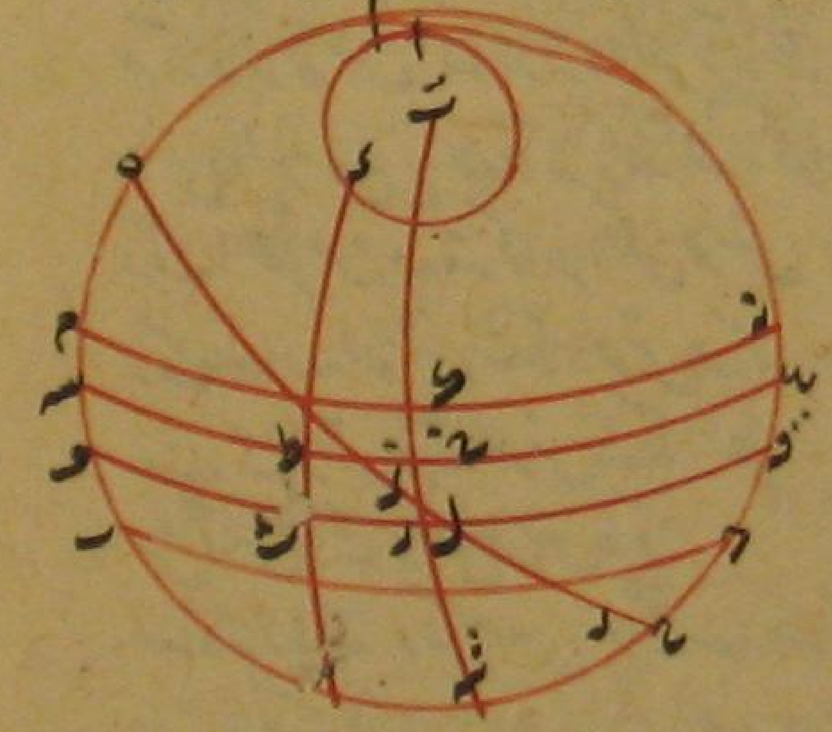
على المتوازية ه ز كـ ولنفصل من المائلة
قوسي كط طح متساويتين كيف اتفق
ونرسم من المتوازية دوائر ع ح ف
ط سه لـ ح م مارة بنقط ك ط ح
فنقول انها تفصل من دائرة ات د
قوسي ع ه ر ك مختلفين اعظمها اقربها
الى دائرة ب ز ح وهي ع ه ونرسم عظيمة تمر بنقطتي اط وهي دائرة ه
اط ف فلان ا قطب دائرتي ع ك ف ه ط سه يكون قوسا ا ع ا ف
متساويتين وكذلك قوسا ا نه اط ومنه قوسا نه ع ط ف متساويتين ومثله
نبين ان قوسي لـ نه ه ط متساويتان ولان اكـ د تقطع ع ف ف فهو
بنصفه على قوائم وقد رسم على قطر ع ف ف الخارج من ف قطعة و ت
مع ما يتصل بها التي هي ليست باعظم من النصف قائمة على سطح ع ف ف وفصل

منها ط ف اصغر من نصف القطعة فاقصر خط يخرج من ط الى محيط ع ف د هو
وتر ط ف هو وتر ط ف واقصر من وتر ط ك وبهما من دائرتين متساويتين فط ك
اعظم من ط ف ومثل ذلك ان ط ح اعظم من ط صه وذلك بان نتوهم
قطعة ط صه وما يتصل بها على قطر دائرة ل كـ م الخارج من نقطة صه ولان
سطحي دائرتي ر ت د لـ ح م متوازيين وسطح ب ز د العظيمة منها يلقى فصل
اطه ط ك العظيمتين على مركز الكرة فسطح لـ ح م يلقاه خارج الكرة وكان
خط ط ح عن جنبتي تقاطع ط متساويتين وكل واحد من ط ه ط صه للفصلين
بالسطحين اصغر من احد المتساويين يكون ط ه اعني نه ع اعظم من صه ط اعني
و لـ نه وذلك ما اردناه ٥ اذا كانت قطب دوائر متوازية في الكرة على
دائرة عظيمة وقطعها عظيمتان على زوايا قائمة احديهما من المتوازية والاخرى مائلة
على المتوازية وفصلت من المائلة قسي متساوية متصلة على الولاء في جهة واحدة
من العظيمة المتوازية ثم رسمت دوائر عظام تمر بالنقط الحادثة وبالقطب قطب المتوازية
فهي تفصل من الدائرة العظيمة المتوازية قسيا مختلفة والقوس الاقرب
من الدائرة الاولى اعظم من الابعد ابدا فليكن ا القطب و ا ب د العظيمة
المارة به ولنقطعها عظيمتا ب ز د ه ر ز ه على قوائم و ب ز د منها اعظم المتوازية
و ه ز ه مائلة على المتوازية ونفصل منها ك ط وهي دوائر اح ك اط م اكـ نه



فنقول ان قوسي ل م اعظم من قوس
م نه ونرسم من المتوازية دوائر ح ط ك
وهي دوائر سه ح ع ف ك ذ ر ك شه ويكون
ر ف اعظم من ف نه كما مر ولكن قوس
ر ف مساوية لقوس ث ك وقوس ف نه
مساوية لقوس ط ث فقوس ث ك اعظم
من قوس ط ث ونفصل قوس ط خ
مساوية لط ث وقوس ح ك مساوية لقوس ط ك فالخط الذي يفصل
من ح ث مساو للخط الذي يفصل من خ ك ونرسم موازنة تمر بنقطة خ
وهي خ ذ صه فلان دائرة اكـ نه تمر بقطب دائرة خ ذ صه فهي تنصفها على
قوائم ولان دائرتي ب ز د خ ذ صه المتوازيتين قطعا بسطح اكـ نه يكون
فصلاهما متوازيين وفصل دائرتي اكـ نه ب ز د هو قطر دائرة اكـ نه
الخارج من نه ففصل دائرتي اكـ نه خ ذ صه موازٍ له فقد اخرج في دائرة اكـ نه
وترا وهو فصل دائرتي اكـ نه خ ذ صه موازيا للقطر فقسم الدائرة بمختلفين
وقد رسمت عليه قطعة دائرة قائمة على اكـ نه وهي قطعة خ ذ مع ما

بعض بما وقسمت قوس القطعة بمختلفين اصغرهما قوس ح ز فوتر ح ز اقصر خط
يفصل من ح الى قوس ك ح ن فوتر ح ز اقصر من خط يفصل من ح ك الذي
يوسا والخط يفصل من ح ث فوتر ح ط اطول من وتر ح ز ولان دائرة
ح ز ص اقرب الى مركز الكرة من دائرة س ح ع يكون دائرة ح ز ص اعظم من
دائرة س ح ع و ح ث وتر في دائرة صغرى وهو اطول من ح ز الذي هو
وتر في دائرة كبرى فقوس ح ث اعظم من القوس الشبيهة بح ز فقوس ل ن اعظم
من القوس الشبيهة بم ن وهو من دائرة واحدة فقوس ل م اعظم من قوس
م ن وذلك ما اردناه ٥ اذا ماست عظيمة في كرة احدى دوائر متوازية دائرة ك
وقطبها وكانت عظيمة اخرى مائلة على تلك المتوازية مماسة لدائرتين منها اعظم
من اللتين كانت العظيمة الاولى تماسها وكانت نقطة التماس ايضا على
العظيمة الاولى ثم فصلت من المائلة قسي متساوية متصلة على الولاء في جهة واحدة
من العظيمة الموازية ورسمت دوائر من المتوازية ايضا تمر بالنقط الحادثة فانها ١
تفصل فيما بينها من العظيمة الاولى قسيا غير متساوية اعظمها ما يقرب من العظيمة
الموازية ولتكن المائلة عليها ه ح وهي تماس على نقطتي ه ح من العظيمة الاولى
دائرتين من الموازية اعظم من اثر ولتكن اعظم الموازية ا ب ح د ونفصل من المائلة قوسا
ل ح ك ط على الولاء متساوية ونرسم دوائر من المتوازية تمر بنقط ل ح ك ط
وهي دوائر م ط ن س ح ع ف ل ق فنقول ان قوس ف ق اعظم من قوس



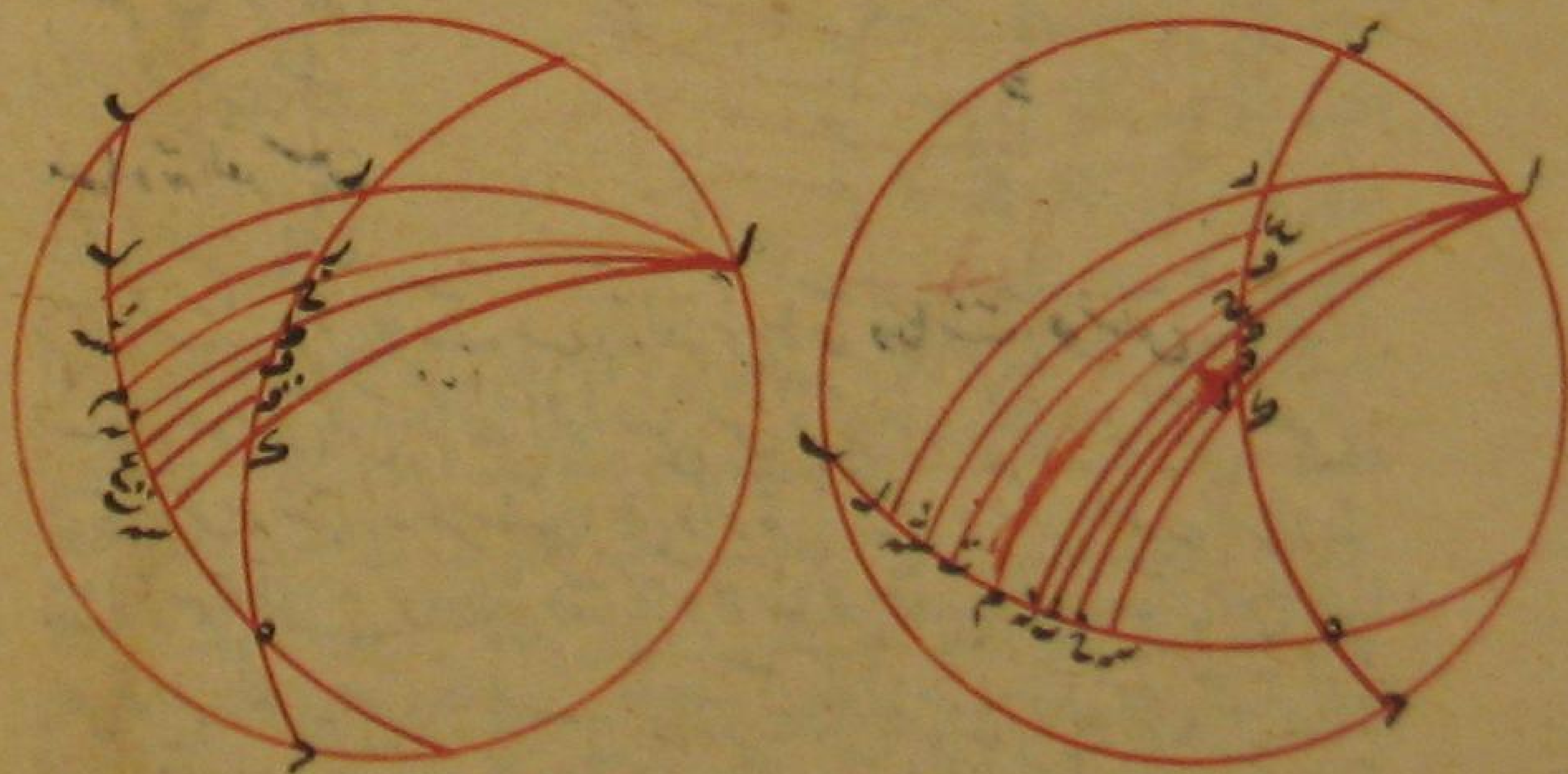
س م ونرسم عظيمة تخرج من ح وتماس ا ز
على ز وهي دائرة ز ح نصف الدائرة
الذي يبتدي من ا ويكون في جانب
ب لا الماقي النصف الذي يبتدي من
ز ويكون في جانب ك ولتكن
قطب الموازية ت ونرسم
عظيمة تمر بنقطتي ت ك
وهي دائرة ت ك ث
فمن اجل انها تقطع دائرة ف ك ن وتمر بقطبيها تنصفها وتقوم
عليها فدائرة ت ك قائمة على ف ك ن وقد رسم على
قطر دائرة ف ك ن ونخرج من نقطة ث قطعة ت ث مع ما يتصل بها
قائمة على سطح الدائرة وقد قسمت بمختلفين على ك و ك ث منها
القطعة الصغرى فوتر ك ث اقصر خط يخرج من ك الى محيط دائرة
ف ك ن والقريب منه اقصر من البعيد فوتر ك ك اطول من وتر ك ز

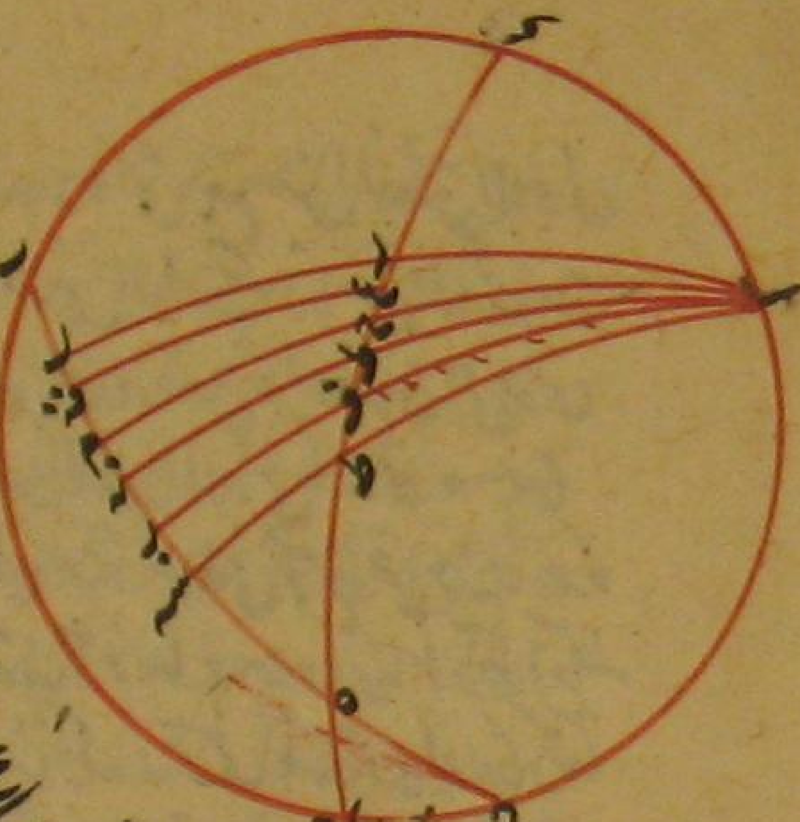
وبمثله نبين ان وتر ك ط اطول من وتر ك ز ودائرتا ك ز ه ك ح عظيمتان
متقاطعتان على ك ونفصل ك ك ك ط متساويتين كل واحد منهما اعظم من كل واحد من
ك ز ك ز وسطح ز د الموازي لسطح م ط ن يلاقي فصل دائرتي ك ح ز ك ز
عند المركز فسطح دائرة م ط ن يلاقيه خارج الكرة من جهة نقطة ك فلذلك
يكون ك ز اعظم من ك ز ولكن ك ز تساوي س م فس ق اعظم من س م
وذلك ما اردناه ٥ اذا ماست دائرة عظيمة في كرة احدى دوائر متوازية ح
وقطبها وكانت عظيمة اخرى مائلة على المتوازية مماسة لدائرتين منها اعظم
من اللتين تماسها العظيمة الاولى وكانت نقطة التماس ايضا على العظيمة
الاولى وفصلت من المائلة قسي متساوية متصلة على الولاء في جهة واحدة
من اعظم المتوازية ورسمت دوائر عظام تخرج من النقط الحادثة وتماس
الدائرة ا من المتوازية التي تماسها العظيمة الاولى اعظم مما بعد عنها فليكن في
كرة عظيمة ا ت د مماسة لدائرة ا ر من المتوازية على ا وعظيمة ه ز ح مائلة
على المتوازيات مماسة لدائرتين اعظم من ا ر وقطبها على نقطتي ه د ولتكن دائرة
ز ت اعظم المتوازية ونفصل من ه ز ح المائلة قوسي ح ك ط ك المتساويين المتصلين
في جهة واحدة من دائرة ت ز ولتمر دوائر ز ح ل م ط ن س ك ع بنقط
ح ط ك مماسة لدائرة ا ز على نقطة ز م ش ولنفصل من المتوازية
فيما يختلفه فنقول ان قوس ل د اعظم من قوس ن ع ولنرسم



متوازية تمر بنقط ح ط ك
وهي دوائر ف ح ه ر ط
ش ت ك فقوس و ش
اعظم من قوس ر ف
ولكن قوس ر ش
مساوية لقوس
د ت اعظم من قوس
ط ن ولكن قوس ط ث مساوية لقوس ط ف وكانت قوس ط ك
مساوية لقوس ط ح فالخط الواصل بين ف ح مساو للخط الواصل بين
ث ك ونرسم متوازية تمر بث وهي دائرة خ ث ك ولتكن قطب المتوازية
ص ونرسم عظيمة تمر بنقطتي ص ع ولانها تقطع دائرة ت ز فهي تنصفها
على قوائم ولتكن ص ع قائمة على ب د فتكون س ع مائلة على ب د الى
ناحية ا ب و ب د مائلة على س ع الى ناحية س ولان سطحي ب د خ ث
متوازيان وقد وقع عليهما سطح س ع فصلاهما المشتركان متوازيان فقد

خرج في دائرة ب ع وتقسم الدائرة بمختلفين وهو فصل دائرتي ب ع
ث ح ز وعمل عليه قطعة ث ز مع ما يفضل بها مائلة على القطعة التي ليست
باعظم من نصف دائرتها وقسمت على نقطة ث بمختلفين وقوس ث ز
اصغر من نصف القطعة فوتر ث ز اقصر من وتر ث ك المساوي
لوتر ح م فوتر ح ه اطول من وتر ث ز ولان دائرة خ ث اكثر
من دائرة ف ح ه لكونها اقرب الى المركز الكرة وكان الوتر الاطول
والدائرة الصغرى والاقصر في الكبرى فقوس ح د اعظم من القوس
الشبيهة بقوس ث ز شبيهة بقوس ن ع فقوس ل ن اعظم من قوس ن ع
وذلك ما اردناه ٥ اذا كانت قطب دوائر متوازية في كرة ه ط
على دوائر عظيمة وقطع العظيمة عظيمتان على قوائم احديهما من المتوازية
والاخرى مائلة على المتوازية وفصل من المائلة قوسان متساويتان
غير متصلتين على الولاء في جهة بعينها من اعظم المتوازية ثم رسمت
دوائر عظام تمر بقطب المتوازية وبالنقطة الحادثة فانها تفصل من اعظم
المتوازية فيما بينها قسيا مختلفة اعظمها ما يقرب من العظيمة الاولى فلتكن
العظيمة ا ب ح وقطب المتوازية عليها ا والعظيمتان القائمتان احديها
ه ب وهي اعظم المتوازية والاخرى ز ه د وهي المائلة على المتوازية
ولكن القوسان المفصولتان عليها ز ح ط ك وهما متساويتان غير
متصلتين ولنرسم دوائر عظام تمر بنقطة ا وبنقط ز ح ط ك وهي دوائر
ا ز ك ا ح م ا ط ه ا ك ب فنقول ان قوس ل م اعظم من قوس ن ب
وذلك ان قوس ح ط اما ان تشارك قوسي ز ح ط ك في المقدار





واما ان لا تشاركهما ولكن في الصورة الاولى
مشاركة لهما ونقسم قوسي ز ح ط ك بالمقدار المشترك على نقط ع ف
ق ر ونرسم دوائر عظيمة تمر بهذه
النقط وبقطب ا وهي دوائر ع ش
ف ت ق ث ر خ فلان قسي ز ع
ع ف ف ح ح ط ط ق ق ر ر ك
متصلة متوالية متساوية تكون قسي ل ش ش ت ت م م ث
ث خ خ ب متصلة متوالية متباينة مختلفة اعظمها ب ه وما
يقرب منها اعظم مما بعد على الترتيب فلان قوس ل ت اعظم من قوس
ث خ وت م اعظم من خ ب يكون كل ل م اعظم من كل ث ب ثم ليكن
ح ط غير مشاركة لكل واحدة من قوسي ز ح ط ك فان لم يكن ل م اعظم
من م ب فهي اما مساوية له واما اصغر منه ولكن اولا اصغر منه كما في الصورة
الثانية ولكن قوس ل م مساوية لقوس ن ع ونرسم دائرة عظيمة تمر بنقطتي
ا ع وهي دائرة ع ق ونظيرتها اعظم من ط ق واصغر من ط ك
مشاركة لقوس ح ط وساير ذلك يوجد وذلك بعد الشكل الحادي عشر
ولكن ط ق كذلك ولكن ح ر مساوية لـ ط ق ولنمر بنقطة ا وبنقطتي ر ق عظيمتي
ش ر ق ت فلان ز ح مساوية لـ ط ق وقوس ح ط مشاركة لكل واحد
منها يكون م ش اعظم من ن ت لما بين في الصورة الاولى ول م اعظم
من ش م و ن ت اعظم من ن ع فقوس ل م اعظم كثيرا من ن ع وكانت مساوية
لها هذا خلف فاذن ليس ل م باصغر من ن ب ولكن مساوية لها ان امكن كما في
الصورة الثالثة ونضعف ز ح ط ك على نقطتي ع ت ونرسم عظيمتين تمران
بنقطة ا وبهما ولكونا ع ت ف ر فلان ز ع تساوي ع ح يكون ل ف
اعظم من ف م فيكون ل م اعظم من ضعف م ف وبمثله يبين ان ب ن اعظم
من ضعف ن ر ولان ل م مساوية لـ ن ب وهي اعظم من ضعف م ف واصغر
من ضعف ن ر يكون م ف اصغر من ن ر وذلك محال لما بين في الصورة الثانية
فاذن ليس ل م بمساوية لـ ن ب ولا باصغر منها فاذن هي منها وذلك ما اردناه ٥
اذا كان قطب دوائر متوازية في كرة على دائرة عظيمة وقطعت العظيمة عظيمتان
اخريان على قوائم احديهما هي اعظم المتوازية ومائلة على المائلة نقطتان كيف
اتفق في جهة واحدة من اعظم المتوازية ورسمت دائرتان عظيمتان تمران بالقطب

وبالعطفين فان نسبة القوس من اعظم المتوازية التي تقع بين العظيمة الاولى
وبين العظيمة المارة بالنقطة التي يليها الى القوس الواقعة بينهما من المائلة كنسبة
القوس من اعظم المتوازية التي تقع بين العظيمتين المارتين بالنقطتين الى قوس
اصغر من القوس التي بين النقطتين من المائلة فلتكن العظيمة الاولى ا ب د و هما
ب ه د المائلة و ب ه من المتوازية و نعلم على دائرة ب ز د نقطتي ز ح في جهة واحدة
من دائرة ب ه كيف كان و نرسم عظيمتين تمران بنقطة ا و بهما و هما دائرتا ا ز ط ا ح ك
و نقول نسبة قوس ب ط الى قوس ب ز اما ان تشارك د ه في المقدار و لا تشاركها
فلتشاركها في الصورة الاولى و لنقسم ب ز ز ح بذلك المقدار على نقطة ل م
ه و نرسم من العظام ما نمر با و بها و هي دوائر ل ه م ع ه ف تقطع ب ك ل م
م ز ز ه متساوية متصلة على الولاء و تكون قسي ب ه ه ع ع ك ط ف ف ك
كل واحدة اصغر من صاحبته على الترتيب و ب ه اعظمها و لان عدد
ب ه ه ع ع ك كعدد ب ل ل م م ز و عدد ط ف ف ك كعدد ز ه ه ح
تكون نسبة ب ط الى ب ز اعظم من نسبة ط ك الى ز ح و ذلك انه لما كانت
ب ه اعظم من ط ف و ب ل مساوية لـ ز ه كانت نسبة ب ه الى ب ل اعظم
من نسبة ط ف الى ب ل اعني الى ز ه فنسبة جميع المقدمات الى جميع التوالي
اعظم من نسبة بعض المقدمات الى نظيرها من التوالي فاذن نسبة ب ط الى
ب ز كنسبة ط ك الى ما هو

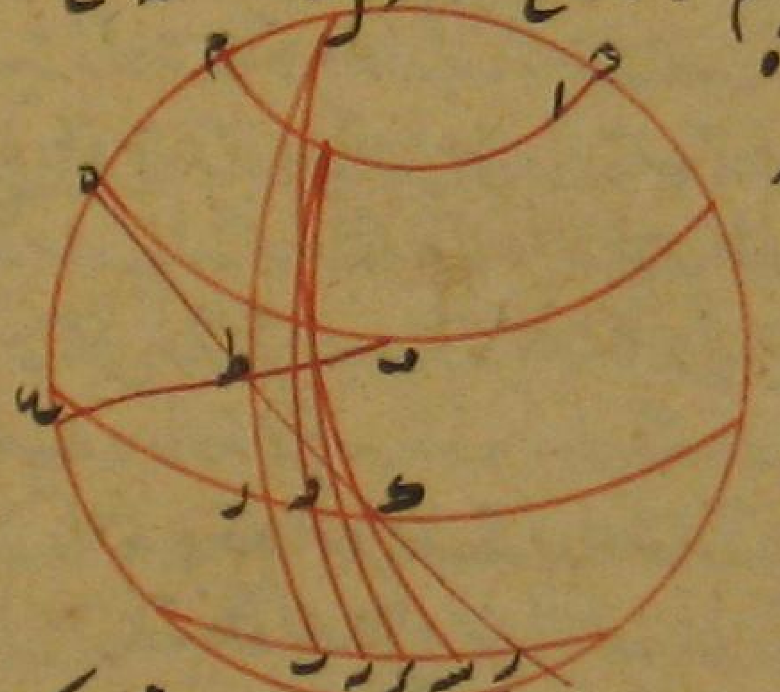
اصغر من ز ح ثم لتكن ز ح غير مشارك
لـ ب ز فان لم تكن نسبة ب ط الى ب ز
كنسبة ط ك الى ما هو اصغر من ز ح
كانت نسبتها الى قوس هي اعظم من
ز ح او مساوية لها و لتكن اولا
كنسبة ط ك الى قوس اعظم من ز ح

وهي ر ك في الصورة الثانية و نطلب قوسا اصغر من ر ك و اعظم من ز ح
مشاركا لـ ب ز و هي قوس م ز و نرسم عظيمة تمر بنقطتي ا م و هي م ن و لان ز م
مشاركة لقوس ب ز يكون لما في الصورة الاولى نسبة ب ط الى ب ز كنسبة ط ن الى
ز م و نسبة اصغر من ز م و كانت نسبة ب ط الى ب ز كنسبة ط ك الى ر ك نسبة
ط ن الى ما هو اصغر من ز م و ط ك اصغر من ط ن فـ ر ك اصغر كثيرا من ز م
و هو اكبر منه هف ثم لتكن نسبة ب ط الى ب ز كنسبة ط ك الى ز ح ان امكن
و نصف في الصورة الثالثة قوس ب ز ز ح على ك م و لتمر بنقطة ا و بها عظيمة ا ن
ك ن م و لان ب ك مساوية لـ ك ز يكون ب ن اعظم من ن ط و ب ط اعظم
من مثلي ن ط و بمثله يبين ان ط ك اصغر من ط س و لان ب ط اعظم من مثلي
ن ط و ط ك اصغر من مثلي ط س يكون نسبة ب ط الى ط ك كنسبة ب ز الى ز ح
الى ط س و كانت نسبة ب ط الى ط ك كنسبة ب ز الى ز ح بابدال النسبة التي
فرضناها فنسبة ن ط الى ط س اصغر من نسبة ب ز الى ز ح اعني نسبة ك ز الى ز م
و بالابدال نسبة ط ن الى ر ك اصغر من نسبة ط س الى ز م و نسبة ن ط الى ر ك
اصغر من نسبة ب ن الى ب ك و اذا جمعنا كانت ب ط الى ب ز اصغر من نسبة
ط س الى ز م و كنسبة ط س الى قوس اعظم من ز م و تبين في الصورة الثانية
استحالة ذلك و لما لم تكن نسبة ب ط الى ب ز كنسبة ط ك الى ز ح و لا الى ما اعظم
من ز ح فاذن هي كنسبة ط ك الى ما هو اصغر من ز ح و ذلك ما اردنا ه
لبيان مقدمة استعملنا في هذا الشكل و الشكل الذي قبله ا ب د
مقداران غير متشابهين و بين و ز ه بالث من جنسهما و المطلوب وجود مقدار اصغر
من ا ب او اعظم من د ت يكون مشاركا لـ د ه و نضعف ا ح على ز
و نضعف ز ه مرة بعد اخرى الى ان يصير اصغر من د ز و ليكن ز ح
جزء ه الذي هو اصغر من د ز و نعد ز ب بـ ز ح بان نضعفه
مرة بعد اخرى الى ان نعني او يبقى منه ما هو اصغر من ز ح
و هو ط ح فيكون ب ط بعدد ز ح و اذا زدنا على ب ط
ز ح صار اعظم من ب د و نقص ك ف عن مقدار اصغر من ا ب و اعظم
من د ت و هو مشارك لـ د ه لان ز ح تعدهما جميعا و هو المطلوب
يا ❁ اذا كان قطب دوائر متوازية في كرة على دائرة عظيمة و قطعت
العظيمة عظيمتان احداهما على قوائم احديها من المتوازية و الاخرى مائلة على
المتوازية و قطعت المائلة عظيمة اخرى تمر بقطب المتوازية فيما بين اعظم المتوازية
والدائرة المماسة للمائلة من المتوازية فان نسبة قطر الكرة الى قطر المماسة
للمائلة من المتوازية اعظم من نسبة القوس من اعظم المتوازية التي تقع بين

العظمى الاولى والاخرى التي تم انصاف قطب المتوازية الى القوس من المائلة
التي منها انصاف فلكن العظمى الاولى ا ب د وقطب المتوازية آ والعظمتان
اللتان تمران على دائرة ا ب د دائرتي ب ه ح من المتوازية و ر ه ر الى له
والعظمى الاخرى المارة بقطب المتوازنة ا ح ك وهي التي تقع ر ه ر الى له
على نقطة ح فيما بين دائرتي ب ه د اعظم المتوازنة و ر ك م المماسة لها له
فنقول ان نسبة الكرة الى قطر دائرة
ر ك م اعظم من نسبة ب ك الى ر ح ونرسم
من المتوازنة دائرة تمر بنقطة ح وهي
دائرة ن ح س ولتكن الفصول المشتركة
لهذه السطوح خطوط ا ك ر ر ت د
ن س ر م ط ع ح ق ح ف ح ع فنقطة
ا ت د المارة باقطاب المتوازنة بعضها على قوائم فيكون خطوط ر م ن س ب د
اقطار المتوازنة لدوائر ر ك م ن ح س ب ه د المتوازنة ومحور ا ك عمود
على سطوح الدوائر مارا بمراكزها ونقط ر ف ع مراكزها ولان سطح ا ك ح
وقع على متوازيتي ن ح س ب ه د يكون فصلا ح ف ط ع متوازيين فخطا ن ف
ف ح متوازيان لخطي ب ع ع ط وليست في سطح فزاويتا ن ف ح ب ع ط
متساويتان ولان دائرتي ن ح س ر ه ر قائمتان على دائرة ا ب د
يكون فصلها وهو ح ق عمودا عليها وعلى خطي ف ق ع ق اللذين في سطحها
فزاويتا ح ق ف ح ق ع قائمتان ولان خطي ا ك عمود على خط ن س تكون
زاوية ف ق ع قائمة فتكون زاوية ف ع ق حادة فخط ق ع اطول من خط
ق ف ونجعل ق ش مثل ق ف ونصل ح ش فلان في مثلثي ح ق ف ح ق ش
ضلع ح ق مشترك وضلعي ق ف ق ش متساويتان وزاويتي ح ق ف ح ق ش
قائمتان تكون ح ف ح ش متساويين وزاوية ح ف ق مساوية لزاوية ح ش ق
وكانت زاوية ح ف ق مساوية لزاوية ط ع ب فزاوية ح ش ق مساوية لزاوية
ط ع ب ولان في مثلث ح ق ع زاوية ق قائمة واخرج فيه خط ح ش
يكون نسبة ع ق الى ق ش اعني ق ف اعظم من نسبة زاوية ح ش ق الى
زاوية ح ع ق لكن زاوية ح ش ق مثل زاوية ع ط ب اعني قوس ط ب
وزاوية ح ع ق هي قوس ر ح فاذن نسبة ع ق الى ق ف اعني نسبة
ع ر الى ر ل اعني نسبة قطر الكرة الى ر م قطر دائرة ر ك م اعظم من
نسبة ط ب الى ح ر وذلك ما اردناه ٥ اقول
وقد يوجد في بعض النسخ شكل لبيان المقدمة المستعملة منها لثابت

ويعتبر ذلك هكذا ليكن في مثلث ا ب د زاوية ب قائمة ونخرج فيه د ر كيف
اتفق اقول نسبة ا ب الى ب ر اعظم من نسبة زاوية ب ر د الى زاوية
ب ا د برهانه نرسم على مثلث ا ب د دائرة ا ب د ه ونخرج من نقطة ر
خط ر ه موازيا لـ ب د ونصل ا ه د ه فلان زاوية ا ه د المساوية لزاوية
ا ب د التي تقابلها قائمة يكون ا د قطر الدائرة
فهو اطول من وتر ه د وحينئذ تكون زاوية ا د ه
الواقعة في نصف الدائرة قائمة وزاوية ه ر ح
حادة تكون ه ر اطول من ه د فاذا رسمنا
على مركز ه وبعد ه ر قطعة دائرة ح ر ط واخرجنا
ه د الى ح كان قطاع ط ر ه اصغر من مثلث ا ر ه وقطاع ر ح ه اكبر من
مثلث ر د ه ونسبة مثلث ا ر ه الى مثلث ر د ه اعني نسبة ا ر الى ر د
بل نسبة ا ر الى ر ب اعظم من نسبة قطاع ط ر ه الى قطاع ر ح ه اعني
نسبة قوس ط ر الى قوس ر ح بل نسبة زاوية ا ه ر الى زاوية ر ه د التي
هي نسبة زاوية ر ا د واذا ركبنا كانت نسبة ا ب الى ب ر اعظم من نسبة
مجموع زاويتي ر ا د ا د ر اعني زاوية ب ر د الى زاوية ب ا د وجه آخر
بعد مثلث ا ب د وخط د ر والدعوى بحالها ونخرج ر ه موازيا لـ ا د
ونرسم على مركز ر وبعد ر ه قطعة دائرة وهي ر ه ح فلكون ر ب ه
قائمة وزاوية ر ه ب حادة يكون ر ه اطول من ر ب وايضا
لكون زاوية ر ه د منفرجة وزاوية ر د ه حادة يكون ر د
اطول من ر ه فلذلك يقطع قوس القطعة خط ر د على ح ونتمم
خارجة من ر ب فنخرج ر ب الى ان يقطعها على ح
ويكون مثلث ر د ه اعظم من قطاع ر ح ه ومثلث
ر ه ب اصغر من قطاع ر ه ح ويكون نسبة مثلث
ر د ه الى مثلث ر ب ه اعني د ه الى ه ب
بل نسبة ا د الى ر ب اعظم من نسبة قطاع
ر ح ه الى قطاع ر ه ح اعني نسبة زاوية د ر ه الى زاوية ه ر ح ولكن
زاوية د ر ه مساوية لما دللنا وهي زاوية ر د ا وزاوية ه ر ح الخارجة
مساوية لزاوية ب ا د الداخلة فنسبة ا د الى ر ب اعظم من نسبة زاوية
ا د ر الى زاوية ب ا د وبالتركيب نسبة ا ب الى ب ر اعني من نسبة
مجموع زاويتي ا د ر د ا ر اعني زاوية ب ر د الى زاوية ب ا د
وذلك ما اردناه ٥ اذا ماست عظيمتان احدى دوائر

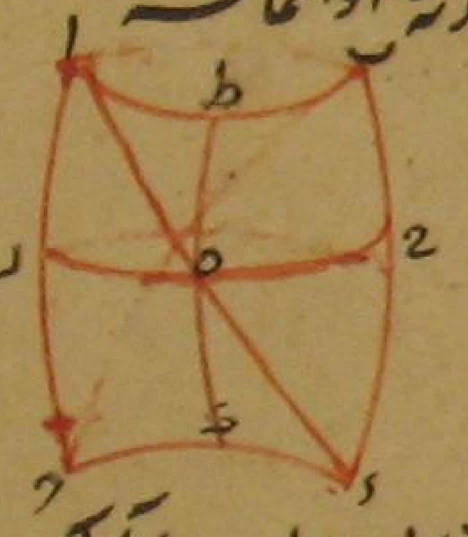
متوازية في كرة ولنظيرها وفصلنا منها قسيا متشابهة وماست عظيمة
مائلة على المتوازية دائرتين من المتوازية اعظم من اللتين ماستهما الاوليان
وقطعت المائلة العظيمتين الاوليين فيما بين اعظم المتوازية وبين الدائرة التي
ماستها الاوليان فان نسبة ضعف قطر الكرة الى قطر الدائرة التي ماستها
المائلة اعظم من نسبة القوس من التي تقع فيما بين العظيمتين الاوليين من
اعظم المتوازية الى القوس التي تقع ايضا فيما بينهما من المائلة فلتماس اب
دج دائرة اد من المتوازية على نقطتي آ د ولنفصل فيما بينهما من المتوازية قسي
متشابهة ولتماس عظيمة مائلة على المتوازية وهي هـ ز دائرة هـ ح وهي اعظم
من اد ولكن اعظم المتوازيات م ت ز ر ولنقطع دائرة ط ك ر المائلة دائرتي
اب دج فيما بين متوازيتي اد م ت ر على نقطتي ط ك فنقول ان نسبة
ضعف قطر الكرة الى قطر دائرة هـ ح اعظم من نسبة ت ر الى ط ك فلتكن
قطب المتوازية ل ولنرسم دوائر عظاما تمر به وبنقطة ط هـ ك وهي دوائر
ل هـ م ح ل ط ن ل ك س ونرسم متوازية ع ك تمر بك وعظيمة ع ط ف



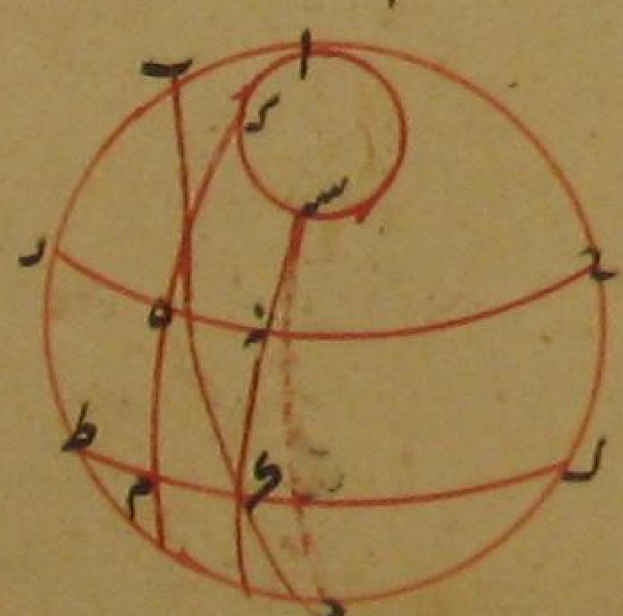
المارة بنقطة ط مماسة لدائرة
هـ ح على ف وعظيمة ل ط ن تمر
بنقطتي ل ط فيكون قوس ع ف
مساوية لقوس ك ف فقوس
ز ن اصغر من ك ف وقوس ز ح
اصغر من ضعف ك ف ولكن ز ح
شبيهة بقوس ت ر و ك ف شبيهة
بقوس ش ن فقوس ت ر اصغر من ضعف ش ن ولان نسبة قطر الكرة الى
قطر دائرة هـ ح اعظم من نسبة م ن الى هـ ك التي هي اعظم من نسبة ن ش
الى ط ك فنسبة قطر الكرة الى قطر دائرة هـ ح اعظم من نسبة ش ن الى ط ك
واذا ضعفنا المقدم كانت نسبة ضعف قطر الكرة الى قطر دائرة هـ ح
اعظم من نسبة ضعف ش ن الى ط ك التي هي اعظم من نسبة ت ر الى
ط ك لكون ضعف ش ن اعظم من ت ر فاذن نسبة ضعف قطر الكرة الى قطر
دائرة هـ ح اعظم كثيرا من نسبة قوس ت ر الى قوس ط ك وذلك ما اردناه
اقول في بيان ان دائرة ل ك ذ تنصف قوس ك ع فتريدن
ما مر في اخر الشكل الرابع عشر من المقالة الثانية لتساوي قوسي ط ك
ط ع ودائرة ل ك د المارة بقطب دائرة ك ع تنصفها على قوائم ثم
يكون قطعة ط ذ وما يتصل بها المعمول على قطر دائرة ك ع المار بنقطة ذ

قائمة

قائمة على سطح دائرة ع ك ويكون زاويتا ط ك ط ع الخارجتين من نقطة
ط الى محيط ع ك متساويتين فيكون قوسا ك ذ ذ ع متساويتين بمثل ما مر
في الشكل الحادي عشر من المقالة الثانية والفرق ان البيان هناك كان
يج في دائرتين متساويتين وهنا في دائرة واحدة ٥ اذا فصلت دوائر
في كرة من دائرة عظيمة قسيا متساوية عن جنبتي اعظم المتوازية ومرت بالنقطة
الحادثة دوائر عظام اما مارة بقطبي المتوازية واما مماسة لاحد بعينها فانها
تفصل من اعظم المتوازية فيما بينها قسيا متساوية فليكن في كرة دائرتا اب
دج المتوازيتان وقد فصلنا من دائرة اج العظمى قوسي اه هـ ج عن جنبتي
دائرة ز هـ ح التي هي اعظم المتوازية متساويتين ولتمر بنقطة اه ج الحادثة
دوائر ا ح ط هـ ك ب ح ج العظام المارة بقطب المتوازية او المماسة



لاحد بعينها فنقول ان قوسي ز هـ هـ ح
متساويتان وذلك لان متوازيتي اب
دج من اجل انهما تفصلان عن جنبتي ز ح
اعظم المتوازية قوسين متساويتين يكونان
متساويتين ولتساويهما يكون قوسا ط
هـ ك من الدائرة العظيمة المفصولتان بهما متساويتين فالخط الواصل بين ا ك
مساو للخط الواصل بين ك ج لكنهما وترا قوسي ط ا ك ج من دائرتين
متساويتين متشابهان وط ا شبيهة هـ ز و ك ج شبيهة هـ ح فـ ز هـ هـ ح متشابهان
يد وهما من دائرة واحدة فهما متساويتان وذلك ما اردناه ٥
اذا ماست في كرة دائرة عظيمة احدى دوائر متوازية وماست عظيمة اخرى
مائلة على المتوازية دائرة من المتوازية اعظم من الاولى فان ما بين العظيمتين
تفصلان من سائر الدوائر المتوازية فيما بينها قسيا مختلفة يكون ما يقرب
منها من احدى العظيمتين اعظم من قوس من دائرتها شبيهة بما بعد منها
فليكن في الكرة عظيمة اب د مماسة لدائرة اب من المتوازية على آ
وعظيمة ب هـ د مائلة على المتوازية مماسة لدائرة اعظم من دائرة اب
ونقطع على دائرة ب هـ د المائلة بنقطتي هـ ك كيف اتفق ونرسم متوازيتين
تمران بهما دائرة هـ ح ط ك ل فنقول ان قوس هـ ح اعظم من قوس
من دائرتها شبيهة بقوس ك ل وان ط ك
اعظم من قوس من دائرتها شبيهة
بقوس ز ة ونرسم عظيمتين مماستين
لدائرة اب تمران بنقطتي هـ ك



ولنصف دائرة ب ح م لا يلقى نصف ا ز ط ولنصف دائرة س ك
لا يلقى نصف ا ح ك فيكون قوس ن ز ح شبيهة بقوس ط ك
بقوس ه ح اعظم من قوس من دائرتها شبيهة بقوس ط ل وايضا
قوس م ط شبيهة بقوس ه ك فقوس ط ك اعظم من قوس من دائرتها
شبيهة بقوس ه ز وذلك ما اردناه تمت المقالة ج و
وبتمامها تم الكتاب الاكر لثاوذوسيوس
في التاريخ ٢٦ تشرين الاول سنة ٩٣
م

٩٢٠



